**Οι εξισώσεις κίνησης της ευθύγραμμης ομαλά μεταβαλλόμενης κίνησης.**

Ξεκινώντας από την εξίσωση μετατόπισης - χρόνου

$$\Delta x = \upsilon_0 \Delta t + \frac{1}{2}\alpha \Delta t^2 \qquad (1)$$

προκύπτει η εξίσωση θέσης χρόνου

$$x = x_0 + \upsilon_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\alpha(t - t_0)^2 \qquad (2)$$

Για την εξίσωση ταχύτητας χρόνου ξεκινώντας από την εξίσωση ορισμού της επιτάχυνσης

$$\Delta\upsilon = \alpha \Delta t \qquad (3)$$

παίρνουμε

$$\upsilon = \upsilon_0 + \alpha(t - t_0) \qquad (4)$$

Στις παραπάνω εξισώσεις **τα $x_0$, $\upsilon_0$ και α μπορούν να πάρουν θετικές ή αρνητικές τιμές δηλ. αντιπροσωπεύουν αλγεβρικές τιμές των φυσικών μεγεθών.**

**Σημειολογία στο βιβλίο της Α Λυκείου.**

Στο βιβλίο της Α Λυκείου **στα δεξιά μέλη των εξισώσεων τα χρησιμοποιούμενα σύμβολα απεικονίζουν μέτρα.** Επομένως αν κάποια τιμή είναι αρνητική το μείον (-) γράφεται μπροστά από το σύμβολο (π.χ. -α που αν το γράφαμε με σωστή μαθηματική σημειολογία θα ήταν $-|\alpha|$).

**Επίσης το βιβλίο της Α Λυκείου εξετάζει μόνο την περίπτωση που το $\upsilon_0 \geq 0$.**

Επομένως μπορούμε στην Φυσική της Α Λυκείου να αντιμετωπίσουμε τις εξής περιπτώσεις:

**(Προσοχή! Όπως είπαμε πιο πάνω στις πιο κάτω εξισώσεις το $\upsilon_0$ αντιπροσωπεύει το $|\upsilon_0|$ και το α αντιπροσωπεύει το $|\alpha|$)**

| **Επιταχυνόμενη** | **Επιβραδυνόμενη** |
|---|---|
| $\Delta x = \upsilon_0 \Delta t + \frac{1}{2}\alpha \Delta t^2$ | $\Delta x = \upsilon_0 \Delta t - \frac{1}{2}\alpha \Delta t^2$ |
| $\Delta\upsilon = \alpha \Delta t$ | $\Delta\upsilon = \alpha \Delta t$ |

*Ή αν «ανοίξω» το Δx, το Δt και το Δυ:*

| | |
|---|---|
| $x = x_0 + \upsilon_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\alpha(t - t_0)^2$ | $x = x_0 + \upsilon_0(t - t_0) - \frac{1}{2}\alpha(t - t_0)^2$ |
| $\upsilon = \upsilon_0 + \alpha(t - t_0)$ | $\upsilon = \upsilon_0 - \alpha(t - t_0)$ |
| **και για $x_0$ =0** | |
| $x = \upsilon_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\alpha(t - t_0)^2$ | $x = \upsilon_0(t - t_0) - \frac{1}{2}\alpha(t - t_0)^2$ |
| **και για $t_0$ =0** | |
| $x = \upsilon_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ | $x = \upsilon_0 t - \frac{1}{2}\alpha t^2$ |
| $\upsilon = \upsilon_0 + \alpha t$ | $\upsilon = \upsilon_0 - \alpha t$ |
| **και για $\upsilon_0$ =0** | |
| $x = \frac{1}{2}\alpha t^2$ | |
| $\upsilon = \alpha t$ | |

**Ξανά προσοχή!** Όταν θα χρησιμοποιούμε τέτοιες εξισώσεις **πότε δεν αντικαθιστούμε στα φυσικά μεγέθη των δεξιών μελών** αρνητικές τιμές!

Οι εξισώσεις με $t_0$ =0s και $\upsilon_0$ =0m/s είναι αυτές που χρησιμοποιούνται πιο συχνά.

**Μερικές επιπλέον εξισώσεις.**

Αν κινητό ξεκινά από την ταχύτητα $\upsilon_0$ και καταλήγει στην ταχύτητα υ σε χρόνο Δt

με την βοήθεια της γραφικής παράστασης υ-t η μετατόπισή του δίνεται από την εξίσωση

$$\Delta x = \frac{\upsilon_0 + \upsilon}{2}\Delta t \qquad (5)$$

Επίσης απαλείφοντας τον χρόνο από την υ-t και την x-t προκύπτουν εξισώσεις **ανεξάρτητες του χρόνου.**

Για την επιταχυνόμενη

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2\alpha x} \qquad (6)$$

και για την επιβραδυνόμενη

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 - 2\alpha x} \qquad (7)$$

**Εφαρμογή των εξισώσεων.**

Έστω αυτοκίνητο με αρχική ταχύτητα $\upsilon_0$=4m/s και επιτάχυνση α=2m/s$^2$. Το αυτοκίνητο περνά από την αρχή των αξόνων την χρονική στιγμή $t_0$=0s.

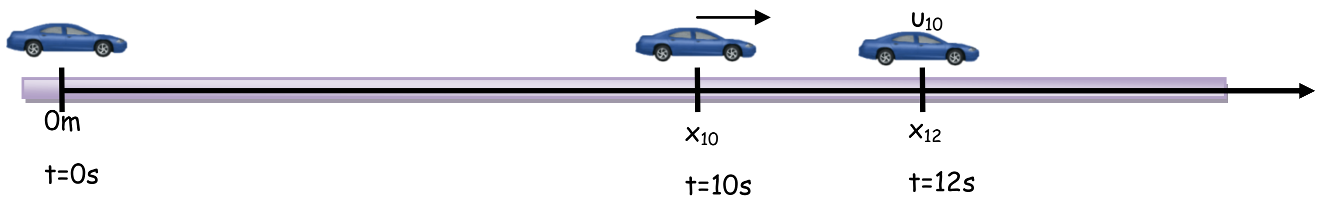
Βρείτε την μετατόπιση του αυτοκινήτου (ή το διάστημα που έχει διανύσει) από την χρονική στιγμή 10s έως την χρονική στιγμή 12s.

**Επίλυση:**

**Α΄ τρόπος:**

Η εξίσωση κίνησης του αυτοκινήτου είναι

$$x = 4t + \frac{1}{2}2t^2 \Rightarrow x = 4t + t^2 \qquad (1)$$




Αυτή η εξίσωση περιγράφει την κίνηση του αυτοκινήτου σύμφωνα με το παραπάνω σχήμα.

Χρησιμοποιώ την εξίσωση για να υπολογίσω την θέση $x_{10}$ στα 10s και την θέση $x_{12}$ στα 12s:

$$x_{10} = 4.10 + 10^2 = 140m$$

$$x_{12} = 4.12 + 12^2 = 188m$$

Άρα

$$\Delta x = x_{12} - x_{10} = 192 - 140 = 52m$$

**Β΄ τρόπος:**

Εφαρμόζω την γενική εξίσωση θέσης x-t στην κίνηση

$$x = x_0 + \upsilon_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\alpha(t - t_0)^2$$

την χρονική στιγμή 12s (δηλαδή θέτω t=12s)

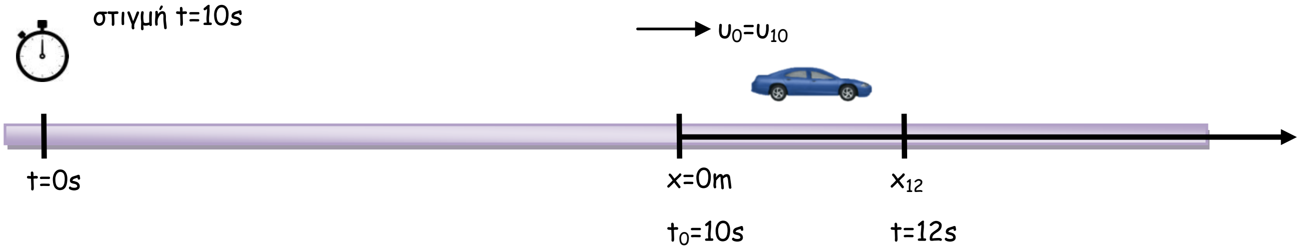
**Κάνω όμως ένα μετασχηματισμό! Θεωρώ:**

α) ως αρχή μέτρηση των χρόνων την χρονική στιγμή 0s

β) ως αρχικό χρόνο την χρονική στιγμή $t_0$=10s

γ) ως αρχική ταχύτητα την ταχύτητα που είχε το αυτοκίνητο την χρονική στιγμή 10s

δ) και μεταθέτω την αρχή μέτρησης των συντεταγμένων στην θέση που έχει το αυτοκίνητο την χρονική στιγμή t=10s




δηλαδή θέτω $\upsilon_0=\upsilon_{10}$ που ισούται με

$$\upsilon_{10} = 4 + 2.10 = 24m/s$$

και προκύπτει

$$x = 24(t - 10) + \tfrac{1}{2}2(t - 10)^2 \Rightarrow x = 24.(12 - 10) + (12 - 10)^2 = 24.2 + 4 = 52m \qquad (2)$$