

## Ενότητα 5: Διαιρετότητα

### Δραστηριότητα 1



Ο Γιώργος και η Άννα έχουν πάει στο λούνα πάρκ για να ανέβουν στο τροχό . Ο τροχός κάνει μια πλήρη περιστροφή κάθε 71 δευτερόλεπτα. Θα μπορούσαν να κατέβουν από τον τροχό μετά από :

**α.** 600 δευτερόλεπτα;

**β.** 497 δευτερόλεπτα;

**γ.** 355 δευτερόλεπτα ;

Αν η βόλτα διαρκεί το πολύ 500 δευτερόλεπτα, ποιες χρονικές στιγμές θα μπορούσαν να κατέβουν από τον τροχό και πόσες στροφές θα είχε κάνει ο τροχός;

### Δραστηριότητα 2

**α.** Στον παρακάτω πίνακα να χρωματίσεις όλα τα κελιά που περιέχουν αριθμούς που διαιρούνται με το 7.

**β.** Να κυκλώσεις όλα τα πολλαπλάσια του 28. Πόσα από αυτά διαιρούνται με το 7; Μπορείς να εξηγήσεις γιατί;

**γ.** Να επιλέξεις δύο πολλαπλάσια του 28 μικρότερα από το 115. Υπολόγισε το άθροισμα και τη διαφορά τους και εξέτασε αν διαιρούνται με το 28. Δώσε μια ερμηνεία του αποτελέσματος που βρήκες.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
100	101	102	103	104	105	106	107	108	109
110	111	112	113	114	115	116	117	118	119
120	121	122	123	124	125	126	127	128	129
130	131	132	133	134	135	136	137	138	139
140	141	142	143	144	145	146	147	148	149
150	151	152	153	154	155	156	157	158	159
160	161	162	163	164	165	166	167	168	169
170	171	172	173	174	175	176	177	178	179
180	181	182	183	184	185	186	187	188	189
190	191	192	193	194	195	196	197	198	199



### Να θυμάμαι ότι:

Ο μη μηδενικός φυσικός αριθμός  $\alpha$  **διαιρεί** τον φυσικό αριθμό  $\beta$ , όταν υπάρχει φυσικός  $\kappa$  ώστε  $\beta = \kappa \cdot \alpha$ . Ο αριθμός  $\beta$  λέγεται τότε **πολλαπλάσιο** του  $\alpha$  και ο αριθμός  $\alpha$  λέγεται **παράγοντας** του  $\beta$  ή **διαιρέτης** του  $\beta$ .

Τα **πολλαπλάσια** ενός αριθμού  $\alpha$  είναι οι αριθμοί που προκύπτουν από τον πολλαπλασιασμό του με όλους τους φυσικούς αριθμούς.

**Διαιρέτες ή παράγοντες** ενός αριθμού  $\alpha$  είναι όλοι οι αριθμοί που τον διαιρούν.

**Κάθε** φυσικός αριθμός  $\alpha$  έχει **διαιρέτες** το 1 και τον **εαυτό του**.

Κάθε φυσικός αριθμός που **διαιρείται** από έναν άλλο είναι **πολλαπλάσιο** του.



### Να προσέξω ότι:

Αν ένας φυσικός αριθμός διαιρεί έναν άλλο θα **διαιρεί** και τα **πολλαπλάσιά** του.

Αν ένας φυσικός αριθμός διαιρεί δύο άλλους, θα **διαιρεί** το **άθροισμα** και τη **διαφορά** τους.

Αν ένας φυσικός αριθμός διαιρεί έναν δεύτερο αριθμό και αυτός έναν τρίτο, τότε και ο **πρώτος** θα **διαιρεί** και τον **τρίτο**

**Παραδείγματα - Εφαρμογές**

**1.** Να βρεις όλους τους παράγοντες του 32.

**Απάντηση:**

Παράγοντες του 32 είναι όλοι οι φυσικοί αριθμοί που τον διαιρούν. Ο αριθμός 1 διαιρεί όλους τους φυσικούς. Άρα ο 1 είναι διαιρέτης του 32. Ο ίδιος ο αριθμός 32 είναι επίσης ένας διαιρέτης του εαυτού του. Ο αριθμός 2 διαιρεί τον 32 όπως και οι αριθμοί 4, 8 και 16. Κανένας φυσικός μεγαλύτερος του 16, εκτός του ίδιου του 32, δεν μπορεί να διαιρεί τον αριθμό 32. Άρα οι παράγοντες του 32 είναι οι αριθμοί 1, 2, 4, 8, 16 και 32.

**2.** Να εξηγήσεις γιατί ο φυσικός αριθμός 24 διαιρεί τον 192 και, στη συνέχεια, να εξηγήσεις γιατί οι αριθμοί 8 και 3 διαιρούν και αυτοί τον 192. Είναι όλοι οι διαιρέτες του 24 διαιρέτες και του 192;

**Απάντηση:**

Αν εκτελέσουμε τη διαίρεση του 192 με το 24 βρίσκουμε ότι  $192 = 24 \cdot 8$ . Επομένως ο αριθμός 24 είναι ένας διαιρέτης του 192.

Από την παραπάνω Ευκλείδεια διαίρεση προκύπτει άμεσα ότι ο αριθμός 8 διαιρεί τον 192.

Μπορούμε επίσης να παρατηρήσουμε ότι ο αριθμός 3 είναι ένας διαιρέτης του 192, αφού  $192 = 24 \cdot 8 = 3 \cdot 8 \cdot 8 = 3 \cdot 64$ , δηλαδή ο 192 είναι ένα πολλαπλάσιο του 3.

Όλοι οι διαιρέτες του 24 είναι διαιρέτες και του 192 αφού ο 192 είναι πολλαπλάσιο του 24 και, επομένως, καθενός από αυτούς.

**Μπορώ να εφαρμόσω όσα έμαθα;**

1. Να εξετάσεις αν ο 12 διαιρεί 132. Το 3 και 4 διαιρούν το 132;
2. Ο φυσικός αριθμός  $a$  διαιρείται με τον 15. Ποιο είναι το υπόλοιπο της διαίρεσης του  $a$  με τον 3;
3. Να χαρακτηρίσεις με **Σωστό ή Λάθος** τις παρακάτω προτάσεις :
  - a. Ο αριθμός 20 διαιρεί τον 60
  - b. Ο αριθμός 25 διαιρεί το 5
  - c. Ο αριθμός 2 διαιρεί όλους τους φυσικούς αριθμούς
  - d. Ο αριθμός 0 είναι πολλαπλάσιο κάθε φυσικού αριθμού
  - e. Ο αριθμός 1 είναι διαιρέτης όλων των φυσικών αριθμών.
  - f. Ο αριθμός 6 είναι πολλαπλάσιο του 30
  - g. Ο αριθμός 45 είναι πολλαπλάσιο του 3
4. Να γράψεις όλα τα πολλαπλάσια του 6 μέχρι το 31. Ποιος αριθμός είναι το  $15^{\circ}$  πολλαπλάσιο του 6;
5. Να βρεις όλους τους παράγοντες του 24.
6. Να εξετάσεις αν ο 19 είναι παράγοντας του 119.
7. Να βρεις τους παράγοντες του φυσικού αριθμού  $2 \cdot 3 \cdot 5$ .
8. Να βρεις δύο διαφορετικούς αριθμούς που να έχουν παράγοντες το 2, το 5 και το 7. Ποιοι είναι οι κοινói παράγοντες των αριθμών που βρήκες;
9. Να βρεις τους παράγοντες του 17.
10. Για να παρελάσει ένα τμήμα του σχολείου ο γυμναστής θέλει να παρατάξει τους μαθητές του σε μια φάλαγγα. Παρατήρησε ότι αν διατάξει τους μαθητές σε εξάδες, δεν συμπληρώνεται σωστά ολόκληρη η τελευταία σειρά. Θα μπορούσε, αν ήθελε, να τους βάλει είτε σε τριάδες είτε σε τετράδες; Δικαιολόγησε την απάντησή σου.
11. Οι 8 προτάσεις που ακολουθούν είναι ελλιπείς.

Πρόταση 1: Ο αριθμός 3 .....	12
Πρόταση 2: Ο αριθμός 24 .....	4
Πρόταση 3: Ο αριθμός 2 .....	36
Πρόταση 4: Ο αριθμός 72 .....	18
Πρόταση 5: Ο αριθμός 5 .....	7
Πρόταση 6: Ο αριθμός 6 .....	42
Πρόταση 7: Ο αριθμός 121 .....	11

Πρόταση 8: Ο αριθμός 16 ..... 4

Να συμπληρώσεις τις προτάσεις επιλέγοντας για κάθε πρόταση την κατάλληλη από τις παρακάτω εκφράσεις:

είναι παράγοντας του  
είναι πολλαπλάσιο του  
διαιρεί  
διαιρείται από  
δεν είναι παράγοντας του  
δεν είναι πολλαπλάσιο του  
δεν είναι πολλαπλάσιο του  
δεν διαιρεί τον  
δεν διαιρείται από

- 12.** Να χρησιμοποιήσεις τις λέξεις *παράγοντας*, *διαιρέτης*, *πολλαπλάσιο*, *διαιρεί*, *γινόμενο* για να κάνεις όσες περισσότερες προτάσεις μπορείς που να εκφράζουν την μαθηματική πρόταση  $5 \cdot 7 = 35$ .
- 13.** Η τάξη του κ. Ευκλείδη έχει 30 μαθητές.
- α.** Ο κύριος Ευκλείδης θέλει να χωρίσει την τάξη του σε 10 ομάδες όχι απαραίτητα ίσες σε μέγεθος. Γράψτε μερικές επιλογές που έχει ο κ. Ευκλείδης.
- β.** Ο κύριος Ευκλείδης θέλει να χωρίσει την τάξη του σε 10 ομάδες ίσου μεγέθους. Ποιες είναι οι επιλογές του κ. Ευκλείδη.
- γ.** Σε τι διαφέρει ο τρόπος που σκέφτηκες για να απαντήσεις στο ερώτημα α από ότι στο ερώτημα β;
- 14.** Ο κ. Ευκλείδης χώρισε την τάξη του, η οποία έχει 30 μαθητές, σε ομάδες ίσες σε μέγεθος. Στη συνέχεια κάθε ομάδα τη χώρισε σε υποομάδες πάλι ίσες μέγεθος. Αν το πλήθος των ομάδων και υποομάδων ήταν μεγαλύτερο από 1 και οι υποομάδες είχαν περισσότερους από 1 μαθητές, να βρεις πόσες ήταν οι ομάδες, οι υποομάδες και πόσοι οι μαθητές κάθε υποομάδας.
- 15.**
- α.** Να βρεις τον παράγοντα του 52 που το γινόμενό του με το 13 ισούται με 52.
- β.** Να βρεις τον παράγοντα του 36 που το γινόμενό του με το 1 ισούται με 36.
- γ.** Να βρεις δύο παράγοντες του 48 που το γινόμενό τους είναι ίσο με 48. Ποια είναι τα ζευγάρια παραγόντων του 48 που το γινόμενό τους είναι ίσο με 48;