

## ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

### ◊ Σκοπός:

Σκοπός της ενότητας είναι η υπενθύμιση βασικών στοιχείων που αφορούν τις συναρτήσεις και η σύνδεση τους με «πραγματικά» προβλήματα.

### ◊ Προσδοκώμενα αποτελέσματα:

Όταν έχετε ολοκληρώσει τη μελέτη αυτής της ενότητας, θα πρέπει να μπορείτε:

- ✦ Να βρίσκετε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων.
- ✦ Να κάνετε πράξεις με συναρτήσεις.
- ✦ Να σχεδιάζετε γραφικές παραστάσεις βασικών συναρτήσεων.
- ✦ Να ορίζετε την μονοτονία και τα ακρότατα.
- ✦ Να μελετάτε τη συνάρτηση από τη γραφική της παράσταση.
- ✦ Να συνδέετε «πραγματικά» προβλήματα με συναρτήσεις.

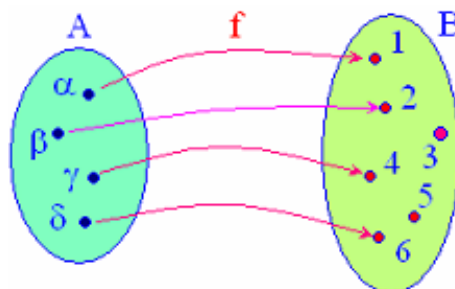
### ✿ Βασικές έννοιες:

- ★ Τι ονομάζεται συνάρτηση από ένα σύνολο  $A$  σε ένα σύνολο  $B$ ;  
Απάντηση: Συνάρτηση από ένα σύνολο  $A$  σε ένα σύνολο  $B$  λέγεται μια διαδικασία με την οποία **κάθε** στοιχείο του  $A$ , αντιστοιχίζεται σε **ένα ακριβώς** στοιχείο του  $B$ .

### Παρατηρήσεις:

1. Από τον ορισμό είναι προφανές ότι τα στοιχεία του συνόλου  $A$  πρέπει να **εξαντλούνται**. Το σύνολο  $A$  λέγεται **πεδίο ορισμού** της συνάρτησης.
2. Το σύνολο  $B$  λέγεται σύνολο **άφιξης** και δεν είναι απαραίτητο τα στοιχεία του να εξαντλούνται. Δηλαδή μπορεί να υπάρχει στοιχείο του  $B$  που δεν έχει **αρχέτυπο** στο σύνολο  $A$ .

**Παράδειγμα:**



Η συνάρτηση  $f$  έχει πεδίο ορισμού το σύνολο:

$$A = \alpha, \beta, \gamma, \delta$$

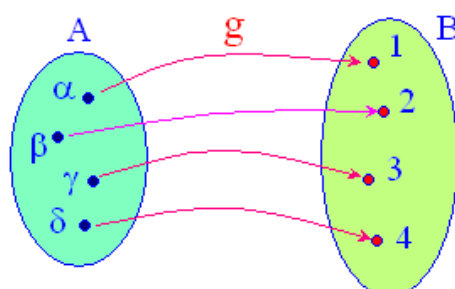
και σύνολο άφιξης, το σύνολο:

$$B = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

Τα στοιχεία 3, 5 του συνόλου B δεν έχουν αρχέτυπο στο σύνολο A.

3. Αν σε κάποια συνάρτηση τα στοιχεία του συνόλου B εξαντλούνται τότε το B λέγεται **σύνολο τιμών** της συνάρτησης.

**Παράδειγμα:**



Η συνάρτηση  $g$  έχει πεδίο ορισμού το A και σύνολο τιμών το B

4. Μια συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το A και σύνολο άφιξης το B συνήθως συμβολίζεται με:

$$f : A \rightarrow B$$

- ★ Πότε μια συνάρτηση  $f : A \rightarrow B$  λέγεται **πραγματική συνάρτηση πραγματικής μεταβλητής;**

Απάντηση: Όταν:

$$A \subseteq \mathbb{R} \quad \text{και} \quad B \subseteq \mathbb{R}$$

Δηλαδή τα σύνολα A και B είναι υποσύνολα του συνόλου  $\mathbb{R}$  των πραγματικών αριθμών.

### Παρατηρήσεις:

1. Στο εξής μια πραγματική συνάρτηση πραγματικής μεταβλητής, θα τη λέμε απλά **συνάρτηση**.
2. Αν  $f : A \rightarrow B$  και  $x \in A$ , τότε υπάρχει  $y \in B$  τέτοιο ώστε  $y = f(x)$ .  
Το  $f(x)$  λέγεται **τιμή της  $f$  στο  $x$** .
3. Για να ορισθεί μια συνάρτηση  $f$  αρκεί να δοθούν:
  - ◆ Το πεδίο ορισμού της.
  - ◆ Η τιμή της  $f(x)$  για κάθε  $x \in A$ .
4. Όταν δίνεται ο τύπος της συνάρτησης χωρίς να δίνεται το πεδίο ορισμού της, τότε πρέπει να βρούμε το ευρύτερο υποσύνολο του  $\mathbb{R}$  για τα στοιχεία του οποίου έχει νόημα ο τύπος.

## ΠΕΔΙΑ ΟΡΙΣΜΟΥ

### ✿ Μέθοδοι για την εύρεση του πεδίου ορισμού

1. Οι παρανομαστές πρέπει να είναι διάφοροι του μηδενός. Για παράδειγμα αν ο τύπος της συνάρτησης είναι:

$$f(x) = \frac{1}{\pi x}$$

τότε πρέπει:

$$A = \{x/x \in \mathbb{R} \text{ και } \pi x \neq 0\}$$

2. Οι υπόρριζες ποσότητες πρέπει να είναι μη αρνητικές. Για παράδειγμα αν ο τύπος της συνάρτησης είναι:

$$f(x) = \sqrt{\pi x}$$

τότε πρέπει:

$$A = \{x/x \in \mathbb{R} \text{ και } \pi x \geq 0\}$$

3. Αν ο τύπος της συνάρτησης είναι:

$$f(x) = \ln \pi x$$

τότε πρέπει:

$$A = \{x/x \in \mathbb{R} \text{ και } \pi x > 0\}$$

4. Συνδυασμός όλων των παραπάνω περιπτώσεων.

5. Όταν η συνάρτηση αφορά **πραγματικό πρόβλημα** (φυσικής, οικονομίας, γεωμετρίας κ. α.) τότε πρέπει να λαμβάνονται υπ' όψιν οι ειδικές συνθήκες του προβλήματος.