

## ΛΥΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ (Τιμές και Πεδία Ορισμού)

1. Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = 3x^2 + 5x - 2$$

α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.

β. Να υπολογίσετε τις τιμές:

$$f(0), \quad f(-2) \quad \text{και} \quad f(1)$$

Λύση:

α. Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$  είναι:

$$A = \mathbb{R}$$

β.  $f(0) = 3 \cdot 0^2 + 5 \cdot 0 - 2 = -2$

$$\begin{aligned} f(-2) &= 3 \cdot (-2)^2 + 5 \cdot (-2) - 2 = \\ &= 3 \cdot 4 + 5 \cdot (-2) - 2 = 12 - 10 - 2 = 0 \end{aligned}$$

$$f(1) = 3 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 - 2 = 3 + 5 - 2 = 6$$

Αν ο τύπος της συνάρτησης δεν περιέχει παρονομαστές, ρίζες ή λογαρίθμους το πεδίο ορισμού της είναι το  $\mathbb{R}$

Αν  $f(\rho) = 0$  τότε ο αριθμός  $\rho$  λέγεται ρίζα της  $f$

2. Να βρείτε τα πεδία ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων:

α.  $f(x) = \frac{1}{x-3}$

β.  $g(x) = \sqrt{x-2}$

γ.  $h(x) = \ln(x+1)$

Λύση:

α. Πρέπει να είναι:

$$x - 3 \neq 0$$

Άρα:

$$x \neq 3$$

με συνέπεια το πεδίο ορισμού της  $f$  να είναι:

$$A = (-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$$

Όταν ο τύπος της συνάρτησης περιέχει παρονομαστές αυτοί πρέπει να είναι διάφοροι του μηδενός

β. Πρέπει να είναι:

$$x - 2 \geq 0$$

Άρα:

$$x \geq 2$$

επομένως το πεδίο ορισμού της  $g$  είναι:

$$A = [2, +\infty)$$

Οι υπόρριζες ποσότητες πρέπει να είναι μη αρνητικές

γ. Πρέπει να είναι:  
 $x + 1 > 0$

Άρα:  
 $x > -1$   
 με συνέπεια το πεδίο ορισμού της  $h$  να είναι:

$$A = (-1, +\infty)$$

Για κάθε παράσταση της μορφής  $\ln(A(x))$  θα πρέπει  $A(x) > 0$

3. Να βρείτε τα πεδία ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων:

α.  $f(x) = \sqrt{x-10} + \frac{1}{x-2}$

β.  $f(x) = \frac{3x+1}{|x|-x}$

Λύση:

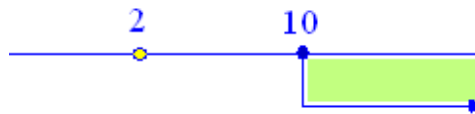
α. Πρέπει να είναι:  
 $x - 10 \geq 0$  και  $x - 2 \neq 0$

Άρα:  
 $x \geq 10$  και  $x \neq 2$   
 επομένως το πεδίο ορισμού της  $f$  είναι:

$$A = [10, +\infty)$$

Ο παρονομαστής δεν είναι μηδέν

Το υπόρριζο είναι μη αρνητικό



β. Θα πρέπει να είναι:  
 $|x| - x \neq 0$

Άρα:  
 $|x| \neq x$

Όμως ισχύει:  
 $|x| = x$  όταν  $x \geq 0$

Άρα θα πρέπει να είναι:

$$x < 0$$

Επομένως το πεδίο ορισμού της συνάρτησης, είναι:

$$A = (-\infty, 0)$$

**ΥΠΕΝΘΥΜΙΣΗ**

$$|x| = x \quad \text{αν} \quad x \geq 0$$

και

$$|x| = -x \quad \text{αν} \quad x < 0$$

4. Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \begin{cases} -3 & x \leq 0 \\ 3\eta\mu x & 0 < x \leq \pi \\ x^2 + 1 & x > \pi \end{cases}$$

- α. Ποιο είναι το πεδίο ορισμού της συνάρτησης;  
β. Να υπολογίσετε τις παρακάτω τιμές:

$$f(-10), \quad f\left(\frac{\pi}{3}\right), \quad f(\sqrt{30})$$

Λύση:

- α. Το πεδίο ορισμού της  $f$  είναι:

$$\mathbf{A = \mathbb{R}}$$

αφού η συνάρτηση ορίζεται για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ , δεδομένου ότι έχει νόημα όταν:  
 $x \leq 0$  ή  $0 < x \leq \pi$  ή  $x > \pi$

- β. Είναι  $-10 < 0$ , επομένως:

$$\mathbf{f(-10) = -3}$$

Επειδή  $0 \leq \frac{\pi}{3} < \pi$ , έχουμε:

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 3\eta\mu\frac{\pi}{3} = 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{2}}$$

Είναι  $\sqrt{30} \approx 5,48 > \pi$ , άρα:

$$\mathbf{f(\sqrt{30}) = \sqrt{30}^2 + 1 = 31}$$