ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ

ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

Μέθοδοι για την εύρεση του πεδίου ορισμού

Βασίλης Γκιμίσης

Μέθοδοι για την εύρεση του πεδίου ορισμού

1. Οι παρανομαστές πρέπει να είναι διάφοροι του μηδενός. Για παράδειγμα αν ο τύπος της συνάρτησης είναι:

$$f\left(x\right)=\frac{g\left(x\right)}{\pi\left(x\right)}$$

τότε πρέπει:

$$A=\left\{x / x\in\mathbb{R} \quad \text{και} \quad \pi\left(x\right)\neq 0\right\}$$

Παράδειγμα

$$f(x)=\frac{x+7}{x-3}$$

Όταν ο τύπος της συνάρτησης περιέχει παρονομαστές αυτοί πρέπει να είναι διάφοροι του μηδενός

Άρα πρέπει να είναι: $x-3\neq 0$

οπότε $x\neq 3$

με συνέπεια το πεδίο ορισμού της f

να είναι το: $A=(-\infty,3)\cup(3,+\infty)$

2. Οι υπόρριζες ποσότητες πρέπει να είναι μη αρνητικές.
Για παράδειγμα αν ο τύπος της συνάρτησης είναι:

$$f(x) = \sqrt{\pi(x)}$$

τότε πρέπει:

$$A = \left\{ x \,/\, x \in \mathbb{R} \quad \text{και} \quad \pi(x) \geq 0 \right\}$$

Παράδειγμα

$$g(x) = \sqrt{x-2}$$

Οι υπόρριζες ποσότητες πρέπει να είναι μη αρνητικές

Άρα πρέπει να είναι: $x-2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$

με συνέπεια το πεδίο ορισμού της g

να είναι το: $A = [2, +\infty)$

3. Αν ο τύπος της συνάρτησης είναι της μορφής:

$$f(x) = \ell n(\pi(x))$$

τότε πρέπει: $\pi(x) > 0$

και το πεδίο ορισμού της να είναι το

$$A = \{x \,/\, x \in \mathbb{R} \quad \text{και} \quad \pi(x) > 0\}$$

Παράδειγμα

$$h(x) = \ell n(x+1)$$

Για κάθε παράσταση της μορφής $\ell n(A(x))$

θα πρέπει να ικανοποιεί τη σχέση $A(x) > 0$

Πρέπει να είναι: $x+1>0$

Άρα: $x > -1$

με συνέπεια το πεδίο ορισμού της h

να είναι το: $A = (-1, +\infty)$

4. Συνδυασμός όλων των παραπάνω περιπτώσεων.

Παραδείγματα:

1) $f(x)=\sqrt{x-10}+\dfrac{1}{x-2}$

Με βάση τα παραπάνω πρέπει

$x-10\geq 0 \Leftrightarrow x\geq 10$ και $x-2\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 2$

με συνέπεια το πεδίο ορισμού της f

να είναι το: $A=[10,+\infty)$

2) $$f(x) = \ell n(x-1) + \frac{1}{x-10}$$

Πρέπει

$$x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$$

και

$$x - 10 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 10$$

με συνέπεια το πεδίο ορισμού της

να είναι το: $$A = (1,10) \cup (10,+\infty)$$

5) Όταν η συνάρτηση αφορά **πραγματικό πρόβλημα** (φυσικής, οικονομίας, γεωμετρίας κ. α.) τότε πρέπει να λαμβάνονται υπ' όψιν οι ειδικές συνθήκες του προβλήματος

Παράδειγμα:

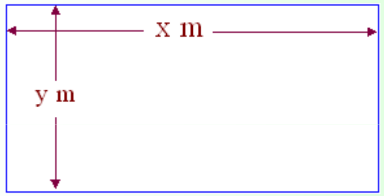
Ένας οικοπεδοφάγος αγόρασε 2000m συρματοπλέγματος για να περιφράξει και να καταπατήσει μια περιοχή σχήματος ορθογωνίου. Να εκφράσετε το εμβαδόν που μπορεί περιφράξει ως συνάρτηση μιας από τις διαστάσεις του ορθογωνίου

Έστω x και y οι διαστάσεις του «οικοπέδου» που θέλει να περιφράξει.

Προφανώς επειδή τα x και y εκφράζουν μήκη θα πρέπει να είναι θετικά

Άρα $x > 0$ και $y > 0$

Όμως $2x + 2y = 2000$ οπότε $y = 1000 - x$



και επειδή $y > 0 \Leftrightarrow 1000 - x > 0 \Leftrightarrow x < 1000$

Το εμβαδόν του οικοπέδου, δίνεται από τον τύπο $E = xy$ $\left(\sigma\varepsilon\ m^2\right)$

Τότε η συνάρτηση που μας ζητάνε έχει τύπο

$$E = E(x) = x(1000 - x), \quad \mu\varepsilon \quad x > 0 \quad \kappa\alpha\iota \quad x < 1000$$

Παρατηρήσεις

- Αν δεν υφίσταται κανένας από τους προηγούμενους περιορισμούς το πεδίο ορισμού της συνάρτησης είναι **R**.

Π.χ. οι συναρτήσεις με τύπους

$$f\left(x\right)=x^4+x+1,\quad g\left(x\right)=e^{x+2},\quad h\left(x\right)=\eta\mu x$$

Έχουν πεδίο ορισμού το **R** αφού οι τύποι τους δεν έχουν ούτε παρονομαστές, ούτε ρίζες αλλά ούτε και λογαρίθμους

- Σε περίπτωση που δίνεται ο τύπος της συνάρτησης μαζί με το πεδίο ορισμού της τότε δεχόμαστε ότι αυτό είναι το πεδίο ορισμού ακόμη και αν σύμφωνα με τον τύπο της συνάρτησης το πεδίο ορισμού θα έπρεπε να είναι ευρύτερο.

Π.χ. Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \frac{2}{x} \qquad \text{με} \qquad x > 0$$

Προφανώς το πεδίο ορισμού της είναι το

$$A = \left(0, +\infty\right)$$

- Στις πολύκλαδες συναρτήσεις το πεδίο ορισμού είναι η ένωση των διαστημάτων που ορίζονται οι επιμέρους κλάδοι

π.χ. η συνάρτηση με τύπο

$$f(x)=\begin{cases} -3 & x\le 0 \\ 3\eta\mu x & 0<x\le\pi \\ x^2+1 & x>\pi \end{cases}$$

έχει πεδίο ορισμού το

$$A=(-\infty,0]\cup(0,\pi]\cup(\pi,+\infty)=\mathbb{R}$$

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ

Τις απορίες και τις ερωτήσεις σας στείλτε τις στο e-mail:

v_gimis@hotmail.com

Όταν ομαδοποιηθούν απορίες και τις ερωτήσεις σας θα ορίσει ζωντανό μάθημα για να τις συζητήσουμε.