

ΕΝΟΤΗΤΑ 1.1

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

ΟΡΙΣΜΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ – ΠΕΔΙΟ ΟΡΙΣΜΟΥ – ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ

1. Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = 3x^2 + 5x - 2$$

α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.

β. Να υπολογίσετε τις τιμές:

$$f(0), \quad f(-2) \quad \text{και} \quad f(1)$$

2. Να βρείτε τα πεδία ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων:

α. $f(x) = \frac{1}{x-3}$

β. $g(x) = \sqrt{x-2}$

γ. $h(x) = \ln(x+1)$

3. Να βρείτε τα πεδία ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων:

α. $f(x) = \sqrt{x-10} + \frac{1}{x-2}$

β. $f(x) = \frac{3x+1}{|x|-x}$

4. Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \begin{cases} -3 & x \leq 0 \\ 3\eta\mu x & 0 < x \leq \pi \\ x^2 + 1 & x > \pi \end{cases}$$

α. Ποιο είναι το πεδίο ορισμού της συνάρτησης;

β. Να υπολογίσετε τις παρακάτω τιμές:

$$f(-10), \quad f\left(\frac{\pi}{3}\right), \quad f(\sqrt{30})$$

5. Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης:

$$f(x) = x^3 - x^2 - 6x, \quad x \in \mathbb{R}$$

με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

6. Δίνεται η συνάρτηση f , με τύπο:

$$f(x) = \frac{x-5}{x^2-4}$$

- α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .
β. Να βρείτε για ποιες τιμές του x η γραφική παράσταση C_f της f βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$.

7. Σε μια μελέτη για το περιβάλλον διαπιστώθηκε ότι η συγκέντρωση του μονοξειδίου του άνθρακα (CO) στον αέρα μιας πόλης δίνεται από τη σχέση:

$$C(x) = 0,5 \cdot x + 1$$

όπου x ο πληθυσμός της πόλης σε χιλιάδες κατοίκους και $C(x)$ εκφράζεται σε ppm (μέρη στο εκατομμύριο).

Εκτιμάται ότι σε t χρόνια από τώρα ο πληθυσμός της πόλης θα είναι:

$$X(t) = 10 + 0,1 \cdot t^2 \quad \text{χιλιάδες}$$

- α. Να εκφράσετε την συγκέντρωση του CO συναρτήσει του χρόνου.
β. Πότε η συγκέντρωση αναμένεται να φτάσει τα 6,8 ppm;

8. Υποθέτουμε ότι το συνολικό κόστος παρασκευής α μονάδων ενός προϊόντος δίνεται από τη συνάρτηση:

$$C(\alpha) = \alpha^3 - 30\alpha^2 + 500\alpha + 200 \quad (C(\alpha) \text{ σε Euro})$$

- α. Να υπολογίσετε το κόστος παραγωγής 10 μονάδων προϊόντος.
β. Να υπολογίσετε το κόστος παραγωγής της 10^{15} μονάδας του προϊόντος.