

ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

1.6 ΠΑΡΑΓΟΝΤΟΠΟΙΗΣΗ ΑΛΓΕΒΡΙΚΩΝ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΩΝ

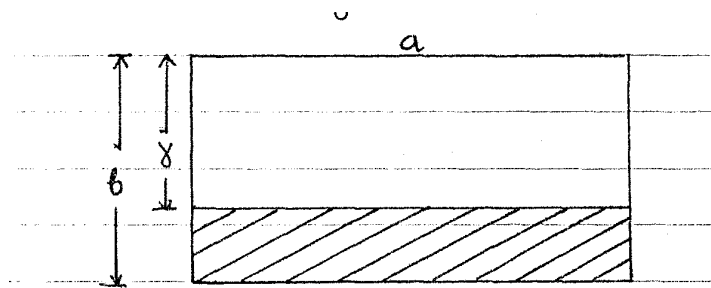
ΤΑΞΗ : Γ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Προτεινόμενες Διδακτικές ώρες : 7

ΚΙΝΗΤΟΠΟΙΗΣΗ ΜΑΘΗΤΩΝ :

A) Ζητάμε από τους μαθητές να υπολογίσουν με το νου το $100^2 - 99^2$

B) Να υπολογιστεί το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου ορθογωνίου με δυο τρόπους



Αν $a = 4,2m$ $\beta = 3,7m$
και $\gamma = 1,7m$ ποιον από
τους δυο τρόπους θα
διαλέγατε ώστε να κάνετε
τις λιγότερες πράξεις;
Δίνεται έτσι η ευκαιρία
στους μαθητές να
καταλάβουν πως σε μερικές
περιπτώσεις μας συμφέρει

να μετασχηματίσουμε μια παράσταση από άθροισμα σε γινόμενο.

ΔΙΔΑΚΤΙΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ :

Σ1 : Να μπορούν οι μαθητές να μετατρέπουν ένα πολυώνυμο σε γινόμενο πρώτων παραγόντων όταν μεταξύ όλων των όρων του πολυωνύμου υπάρχει κοινός παράγοντας.

Σ2 : Να μπορούν οι μαθητές να μετατρέπουν ένα πολυώνυμο σε γινόμενο πρώτων παραγόντων όταν σε κάποιες ομάδες όρων του πολυωνύμου υπάρχει κοινός παράγοντας.

Σ3 : Να μπορούν οι μαθητές να ξεχωρίζουν τους όρους του πολυωνύμου που έχουν κοινούς παράγοντες και να τους ομαδοποιούν.

Σ4 : Να μπορούν οι μαθητές να τρέπουν σε γινόμενα διαφορές τετραγώνων.

Σ5 : Να μπορούν οι μαθητές να τρέπουν σε γινόμενα αθροίσματα και διαφορές κύβων.

Σ6 : Να μπορούν οι μαθητές να τρέπουν σε γινόμενα αλγεβρικές παραστάσεις που είναι αναπτύγματα τετραγώνων.

Σ7 : Να μπορούν οι μαθητές να τρέπουν σε γινόμενα τριώνυμα της μορφής $x^2 + (a + \beta) \cdot x + a \cdot \beta$

ΠΡΟΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ

- 1) Επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση και την αφαίρεση.
- 2) Εκτέλεση πράξεων
- 3) Αξιοσημείωτες ταυτότητες

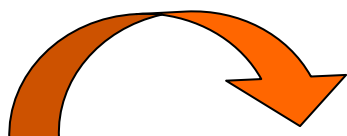
ΥΛΙΚΑ- ΕΠΟΠΤΙΚΑ ΜΕΣΑ: Ο πίνακας, το τετράδιο των μαθητών.



ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

1^η Διδακτική ώρα : Χρησιμοποιούμε τις δραστηριότητες που αναφέρονται στην κινητοποίηση των μαθητών. Εισάγουμε τους μαθητές στην παραγοντοποίηση και φροντίζουμε να τονίσουμε πως η παραγοντοποίηση είναι η αντίστροφη διαδικασία από την επιμεριστική ιδιότητα. Αφήνουμε στον πίνακα να φαίνεται πως

Επιμεριστική ιδιότητα (μετατρέπουμε το γινόμενο σε άθροισμα-αναπτύσσουμε)



$$a \cdot (\beta + \gamma) = a \cdot \beta + a \cdot \gamma$$



Παραγοντοποίηση (μετατρέπουμε το άθροισμα σε γινόμενο)

Την 1^η διδακτική ώρα ζητάμε να πραγματοποιήσουμε τον στόχο Σ1

Παραγοντοποιούμε την παράσταση $5 \cdot a + 5 \cdot \beta - 5 \cdot \gamma = 5 \cdot (a + \beta - \gamma)$

Παραγοντοποιούμε την παράσταση $3 \cdot a^2 + 3 \cdot a \cdot \beta - 3 \cdot a = 3 \cdot a \cdot (a + \beta - 1)$

Λύνουμε στην τάξη από τα παραδείγματα-εφαρμογές το 1 στη σελίδα 58 του σχολικού βιβλίου και με τη λύση της εξίσωσης $3x^2 = 18x$ επισημαίνουμε πόσο χρήσιμη μας είναι η παραγοντοποίηση. Για την αξιολόγηση της διδασκαλίας απαντάμε τις ερωτήσεις κατανόησης 1 και 2.

Δίνουμε για το σπίτι από τις προτεινόμενες ασκήσεις 1β, 1ζ, 1θ, 2γ, 2δ, 2ε και την 3.

2^η Διδακτική ώρα : Επικεντρωνόμαστε στους στόχους Σ2 και Σ3. Παραγοντοποιούμε την παράσταση $ax + ay + 6x + 6y$ παίρνοντας διαφορετικές ομάδες για να δείξουμε στους μαθητές ότι όποιες ομάδες και να πάρουμε θα φτάσουμε στο ίδιο αποτέλεσμα. Αναφέρουμε πως

Επιμεριστική ιδιότητα



$$(a + \beta) \cdot (\gamma + \delta) = (a + \beta) \cdot \gamma + (a + \beta) \cdot \delta = a\gamma + a\delta + \beta\gamma + \beta\delta$$

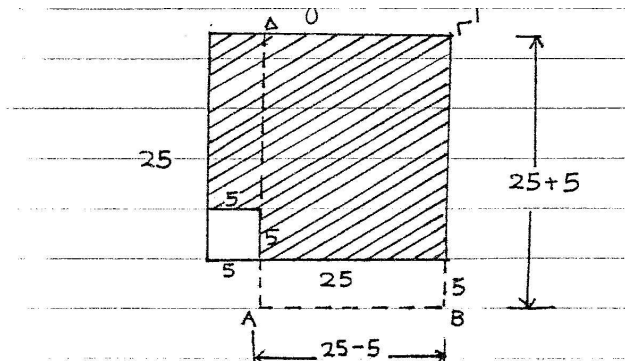


Παραγοντοποίηση



Παραγοντοποιούμε τις παραστάσεις που έχει ως παραδείγματα το σχολικό βιβλίο στη σελίδα 55 και λύνουμε στην τάξη την άσκηση 6 από τις προτεινόμενες ασκήσεις. Για την αξιολόγηση της διδασκαλίας απαντάμε την ερώτηση κατανόησης 3. Δίνουμε για το σπίτι από τις προτεινόμενες ασκήσεις την 5, την 7 και 4β, 4στ

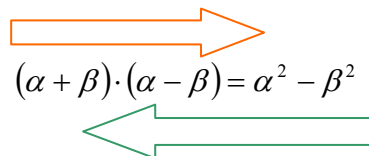
3^η Διδακτική ώρα : Επικεντρώνουμε στον τέταρτο στόχο. Για να πετύχουμε την κινητοποίηση των παιδιών και ανακαλυπτική μαθησιακή διαδικασία ζητάμε να μας υπολογίσουν το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.



Ρωτάμε τα παιδιά να μας πουν χρησιμοποιώντας ενόραση ποια είναι η σχέση του εμβαδού της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας με το εμβαδόν του ΑΒΓΔ. Και έπειτα να μας πουν το εμβαδόν του ΑΒΓΔ. Έτσι καταλήγουμε πως $25^2 - 5^2 = (25 - 5) \cdot (25 + 5)$

Ζητάμε από τους μαθητές να μας πουν το $87^2 - 9$ τι μας δείχνει και πώς το παραγοντοποιούμε.. Όμοια για το $x^2 - 9^2$ και το $a^2 - 9$
 Παραγοντοποιούμε στην τάξη τα παραδείγματα του βιβλίου και για αξιολόγηση της διδασκαλίας απαντάμε τις ερωτήσεις κατανόησης 4 και 5.
 Επισημαίνουμε πως:

Επιμεριστική ιδιότητα (ανάπτυγμα)



Παραγοντοποίηση (Μετατροπή παράστασης σε γινόμενο)

Δίνουμε για το σπίτι από τις προτεινόμενες ασκήσεις τις 8δ, 8ε, 8στ, 8ζ, 8η, 9α, 9β, 9γ.

4η Διδακτική ώρα : Επικεντρώνουμε στο Σ5 διδακτικό στόχο. Θυμίζουμε στους μαθητές τις ταυτότητες $(α + β) \cdot (α^2 - αβ + β^2) = α^3 + β^3$ και επισημαίνουμε πως $(α - β) \cdot (α^2 + αβ + β^2) = α^3 - β^3$

γραμμένες ως $α^3 + β^3 = (α + β) \cdot (α^2 - αβ + β^2)$ έχουμε την παραγοντοποίηση των $α^3 - β^3 = (α - β) \cdot (α^2 + αβ + β^2)$
 $α^3 + β^3$ και $α^3 - β^3$.

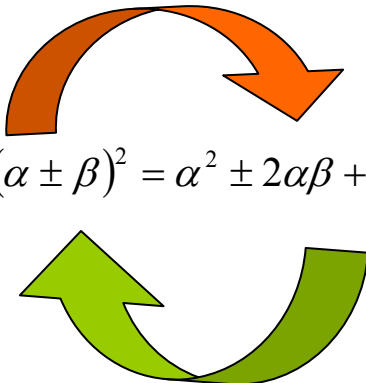
Παραγοντοποιούμε τις παραστάσεις $x^3 - 27$, $8α^3 + β^3$, $125x^3 + 1$, $16x^3 - 2$



Για αξιολόγηση της διδασκαλίας απαντάμε στις ερωτήσεις κατανόησης 6 και 7. Δίνουμε για το σπίτι από τις προτεινόμενες ασκήσεις τις 12α, 12δ, 13α, 13γ, 13δ και 14.

5η Διδακτική ώρα : Διδάσκουμε για επίτευξη του Σ6 στόχου. Γράφουμε στον πίνακα:

Επιμεριστική ιδιότητα



$$(\alpha \pm \beta)^2 = \alpha^2 \pm 2\alpha\beta + \beta^2$$

Παραγοντοποίηση

Ζητάμε να παραγοντοποιήσουμε την παράσταση $9x^2 + 12xy + 4y^2$

Γράφουμε $\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2$ και

$$9x^2 + 12xy + 4y^2 = (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 2y + (2y)^2 = (3x + 2y)^2$$

Με ίδιο τρόπο παραγοντοποιούμε τις παραστάσεις $9a^2 - 24a^2b + 16b^2$, $\frac{x^2}{4} - x + 1$. Στο

κατάλληλο τμήμα μπορούμε να παραγοντοποιήσουμε την παράσταση

$$x^2 - 2x + 1 - y^2 \text{ καθώς και } \alpha^3 \pm 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 \pm \beta^3 = (\alpha \pm \beta)^3$$

Για αξιολόγηση της διδασκαλίας απαντάμε στις ερωτήσεις κατανόησης 8 και 9.

Δίνουμε για το σπίτι από τις προτεινόμενες ασκήσεις τις 15α, 15γ, 15ε, 15ζ, 15θ, 15ι και 16.

6η Διδακτική ώρα : Αυτή τη διδακτική ώρα προσπαθούμε να παραγοντοποιήσουμε τριώνυμα της μορφής $x^2 + (a + \beta)x + a\beta$ (στόχος Σ7) χωρίς όμως να αφιερώσουμε πολύ χρόνο μια και για αυτό υπάρχει ενότητα στο επόμενο κεφάλαιο.



Αρχικά ζητάμε από τους μαθητές να κάνουν τον πολλαπλασιασμό $(x + 2) \cdot (x + 3)$. Οι μαθητές κάνοντας επιμεριστική ιδιότητα μας λένε πως
 $(x + 2) \cdot (x + 3) = x^2 + 2x + 3x + 2 \cdot 3 = x^2 + 5x + 6$ Δηλαδή το
 $5x = 2x + 3x = (2 + 3) \cdot x$ και $6 = 2 \cdot 3$ Άρα για να φτιάξουμε το
 $x^2 + 5x + 6 = (x + 2) \cdot (x + 3)$ αρκεί να βρούμε δυο αριθμούς που το άθροισμά τους να είναι 5 και το γινόμενό τους 6.

Ζητάμε τα παιδιά να σκεφτούν παρόμοια και να παραγοντοποιήσουν τα τριώνυμα
 $x^2 - 5x + 6 = x^2 + (-2 - 3)x + (-3) \cdot (-2) = x^2 - 2x - 3x - 6 = x(x - 2) - 3(x - 2) = (x - 2) \cdot (x - 3)$

Παραγοντοποιούμε τα τριώνυμα $x^2 - x - 72$, $x^2 + x + 1$ και $-3y^2 + 12y - 9$
Τονίζουμε στους μαθητές πως με τον προαναφερθέντα τρόπο παραγοντοποιούμε τριώνυμα που ο συντελεστής του x είναι άθροισμα δυο αριθμών και ο σταθερός όρος το γινόμενο των ίδιων αριθμών και πως υπάρχουν τριώνυμα που δεν μπορούμε να παραγοντοποιήσουμε με τη συγκεκριμένη μέθοδο.

Για την αξιολόγηση της διδασκαλίας απαντάμε τις ερωτήσεις κατανόησης 10 και 11. Δίνουμε για το σπίτι από τις προτεινόμενες ασκήσεις τις 19α, 19δ, 19στ, και 20.

7η Διδακτική ώρα: Χρησιμοποιούμε την ώρα για επανάληψη της ενότητας με συνδυασμούς διαφόρων περιπτώσεων παραγοντοποίησης -κυρίως κοινού παράγοντα και ταυτοτήτων-και επαναληπτικές ασκήσεις. Προτείνεται να λυθεί στην τάξη η εφαρμογή 4 από τα παραδείγματα και εφαρμογές του σχολικού βιβλίου, καθώς και οι ασκήσεις 17, 18, 22,23 και 24.

Για το σπίτι μπορούμε να δώσουμε κάποιες ασκήσεις όπως η 10 και η 11 του σχολικού βιβλίου.

Βιβλιογραφία:

Βιβλίο Μαθηματικών Γ' Γυμνασίου, ΟΕΔΒ 2007

Βιβλίο Μαθηματικών Γ' Γυμνασίου για τον καθηγητή, ΟΕΔΒ 2007

Κ. Γληνού

