

## Θεωρίες μάθησης

Είναι χρήσιμο να αρχίσουμε την ανάλυση του θέματος μας από τις κυριότερες θεωρίες μάθησης αφού η όποια επιλογή του διδακτικού μοντέλου έχει ως τελικό στόχο την αποτελεσματικότητα στη μάθηση. Έτσι στη βιβλιογραφία, συναντούμε διάφορες θεωρίες για τη μάθηση.

### A) Μπιχεβιοριστική Θεωρία

Η μπιχεβιοριστική θεωρία μάθησης ή μπιχεβιορισμός, όπως αλλιώς ονομάζεται, που στηρίζεται στην άποψη ότι η μάθηση και η απόκτηση της γνώσης είναι αποτελέσματα της αλληλεξάρτησης ανάμεσα στα ερεθίσματα, που δέχεται το άτομο από το περιβάλλον του και τις αντιδράσεις του στα ερεθίσματα αυτά (Pavlov).

Ο μπιχεβιορισμός έχει χρησιμοποιηθεί στη διδασκαλία των Μαθηματικών για πολλά χρόνια και εξακολουθεί να χρησιμοποιείται ακόμη, λόγω των εντυπωσιακών αποτελεσμάτων του στην εκμάθηση των μηχανικών πράξεων. Το βασικό μειονέκτημα όμως αυτής της θεωρίας είναι το ότι δεν ερμηνεύει ικανοποιητικά τη μάθηση σύνθετων μορφών. Υποστηρίζει πως κάθε τέτοια μορφή αποτελείται από ένα σύνολο απλών καταστάσεων, των οποίων η κατανόηση ερμηνεύει και την πιο σύνθετη συμπεριφορά. Δεν μπορεί όμως κανείς να αναλύσει την ανακάλυψη ενός νέου θεωρήματος ή την επίλυση ενός πρωτότυπου προβλήματος σε απλά βήματα. Γι' αυτό το λόγο είναι από όλους παραδεκτό πως η μπιχεβιοριστική προσέγγιση παρεμποδίζει την ανάπτυξη της ανώτερης μαθηματικής σκέψης και πως η διδασκαλία των Μαθηματικών δεν θα πρέπει να στηρίζεται μόνο σε αυτή τη θεωρία μάθησης (Θωμαΐδης, 1984, σ.97).

### B). Θεωρία Επεξεργασίας Πληροφοριών

Η μνήμη, όπως είναι γνωστό, διακρίνεται σε βραχυπρόθεσμη και μακροπρόθεσμη. Η βραχυπρόθεσμη αποτελεί το χώρο επεξεργασίας των πληροφοριών. Τα δεδομένα κωδικοποιούνται, εναποθηκεύονται προσωρινά εκεί και διατηρούνται για μερικά μόνο δευτερόλεπτα. Μέσω, όμως της επανάληψης οι πληροφορίες διατηρούνται περισσότερο χρόνο, συστηματοποιούνται, δομούνται με κατάλληλο τρόπο και εναποθηκεύονται μόνιμα στη μακροπρόθεσμη μνήμη.

Οι έννοιες της επανάληψης και του αυτοματισμού έχουν πολύ μεγάλη σημασία για τη μάθηση των μαθηματικών. Δεν θα πρέπει να ξεχνάμε όμως και τις αρνητικές τους πλευρές, τον κίνδυνο δηλαδή της καθαρά μηχανικής μάθησης.

Η υιοθέτηση της θεωρίας επεξεργασίας πληροφοριών στη διδασκαλία των Μαθηματικών είναι πραγματικά αποτελεσματική, αν πληροί ορισμένες προϋποθέσεις. Οι μαθητές, λοιπόν, θα πρέπει να κατανοούν και τις διάφορες μαθηματικές έννοιες και να τις συνδέουν με λογική σειρά, ώστε να μπορούν εύκολα να τις αποθηκεύουν στη μνήμη τους. Ο σωστός, εξάλλου, τρόπος ταξινόμησης των πληροφοριών στη μνήμη συμβάλλει άμεσα στην επιτυχία των μαθητών στα Μαθηματικά (Εξαρχάκος, 1988, σ.75).

### Γ). Θεωρία των Ιεραρχιών Μάθησης

Στα Μαθηματικά, όπως και σε άλλες επιστήμες, η διάρθρωση των περιεχομένων των βιβλίων, αλλά και η διδασκαλία του μαθηματικού αντικειμένου ακολουθούν μια πορεία από το απλό στο σύνθετο. Η καινούργια γνώση δηλαδή χτίζεται πάνω στην παλιότερη. Από τις θεωρίες μάθησης που είδαμε μέχρι στιγμής, καμία δεν μπόρεσε να εξηγήσει, γιατί η διάταξη της διδασκαλίας από το απλό στο σύνθετο και από το εύκολο στο δύσκολο είναι καλύτερη από άλλες. Όλες οι προηγούμενες θεωρίες υποστήριζαν και ακολουθούσαν την παραπάνω τακτική, αλλά καθαρά διαισθητικά. Δεν υπήρχε δηλαδή καμία εξήγηση για ποιο λόγο η μάθηση απλών εννοιών αρχικά, διευκολύνει την κατανόηση των δύσκολων (Ξωχέλης, 1997, σ.123).

Ο πρώτος, που προσπάθησε να δώσει εξήγηση με αυστηρό τρόπο, ήταν ο Robert Gagne (1970). Ο Gagne ανέπτυξε μια νέα θεωρία μάθησης, η οποία βασίζεται στην ιδέα ότι οι απλούστερες μαθηματικές δραστηριότητες αποτελούν τα δομικά υλικά για τις πιο πολύπλοκες, οι οποίες -με τη σειρά τους- μπορούν να αναλυθούν στα πιο απλά τους συστατικά. Ο Gagne αναγνώρισε το γεγονός ότι η εκμάθηση μιας έννοιας, ενός κανόνα ή η επίλυση ενός προβλήματος προϋποθέτουν την ύπαρξη κάποιων νοητικών δεξιοτήτων και κάποιων βασικών γνώσεων. Αυτό δείχνει πως ο μηχανισμός της μάθησης είναι επισωρευτικός, δηλαδή η εκμάθηση μιας νέας γνώσης βασίζεται στην προηγούμενη. Η μέθοδος που επινόησε ο Gagne στηρίζεται στην ερώτηση: «Τι πρέπει να γνωρίζει κάθε φορά ο μαθητής, για να φθάσει στο στόχο του;» Αυτή η τεχνική μάθησης αν εφαρμόζεται σωστά, είναι πραγματικά αποτελεσματική, αφού παρεμποδίζει τη δημιουργία κενών στο μαθητή.

Γνωρίζουμε, όμως, πως ο τρόπος και η ταχύτητα εκμάθησης γνώσεων διαφέρει από άνθρωπο σε άνθρωπο. Είναι δυνατό, λοιπόν, κάποια άτομα να προσπερνούν τις απλές έννοιες και να μαθαίνουν τις πιο σύνθετες, χωρίς να έχουν τις προαπαιτούμενες γνώσεις. Αυτό συμβαίνει, κυρίως, όταν η παρακίνηση του παιδιού για μάθηση είναι μεγάλη ή όταν το γνωστικό αντικείμενο έχει πολλές εφαρμογές και τονίζεται η σημασία του (Φλουρής, 1983, σ.45).

Σε αυτές τις περιπτώσεις, το άτομο μπορεί να φθάσει απευθείας στον τελικό του στόχο, χωρίς να ακολουθήσει τα ενδιάμεσα βήματα. Καμιά φορά, μάλιστα, αυτό έχει καλύτερο αποτέλεσμα. Πράγματι, ο Dienes απέδειξε ότι οι μαθητές που έμαθαν πρώτοι ένα πολύπλοκο παιχνίδι κι έμαθαν ύστερα μια πιο απλή παραλλαγή του χρειάστηκαν λιγότερο χρόνο από τους μαθητές, οι οποίοι ξεκίνησαν από το απλό και κατέληξαν στο πιο δύσκολο παιχνίδι. Το φαινόμενο αυτό μπορεί να εξηγηθεί λογικά ως εξής: Κατά την προσπάθειά του να κατακτήσει τον τελικό του στόχο, ο μαθητής, ανακαλύπτει και αποκτά έμμεσα όλες τις προαπαιτούμενες δεξιότητες.

Η αξία των ιεραρχιών μάθησης είναι μεγάλη και αυτό γιατί η ανάλυση του βασικού μαθησιακού στόχου σε προαπαιτούμενες γνώσεις δίνει τη δυνατότητα στο δάσκαλο των μαθηματικών να συνειδητοποιήσει τους κινδύνους να αποτύχει η διδασκαλία για την επίτευξη του βασικού στόχου, εφόσον παρουσιαστεί γνωστικό κενό σε κάποιο από τα προηγούμενα βήματα.

#### Δ). Θεωρία της Ανακάλυψης

Ο Bruner πίστευε πως ο βασικός ρόλος του καθηγητή είναι να βοηθάει τους μαθητές του να ανακαλύπτουν μόνοι τους τη γνώση. Φυσικά, υπάρχουν ποικίλοι τρόποι ανακάλυψης, όπως η μαιευτική μέθοδος του Σωκράτη, η εξερεύνηση κάποιων προβληματικών καταστάσεων, που σχετίζονται άμεσα με το μαθητή, η κατασκευή ειδικών προβλημάτων, μέσα από τα οποία μπορεί το παιδί να κατανοήσει κάποιες έννοιες και να βγάλει κανόνες, η καθοδηγούμενη ανακάλυψη και άλλες παρόμοιες μέθοδοι. Η σημασία της ανακάλυψης δεν εντοπίζεται τόσο στο αποτέλεσμα της, όσο στην ίδια τη διαδικασία εξερεύνησης. Ο Bruner, όπως και ο Piaget, επέμενε πολύ στο ρόλο της ενεργητικότητας του ατόμου. Πίστευε πως η μάθηση δε μεταδίδεται, αλλά κατασκευάζεται και κατακτάται από το μαθητή. Η μάθηση απαιτεί εξερεύνηση, πειραματισμό, ανακατασκευή της γνώσης, ανακάλυψη. Η παθητική στάση του μαθητή παρεμποδίζει τις παραπάνω διαδικασίες και αποτελεί ανασταλτικό παράγοντα της απόκτησης γνώσης. Βέβαια, η μέθοδος της ανακάλυψης παρουσιάζει αρκετές δυσκολίες. Για παράδειγμα, απαιτεί πολύ χρόνο και κάποιες ιδιαίτερες ικανότητες από τους μαθητές. Αυτά, όμως, δεν είναι τίποτα άλλο, παρά τεχνικά προβλήματα, τα οποία, σε σχέση με την προσφορά της ανακαλυπτικής μεθόδου στη μάθηση, φαίνονται ασήμαντα και μπορούν να αντιμετωπιστούν (Φλουρής, 1983, σ.69 και Φιλίππου, 1992, σ.78).

Ο Bruner τόνιζε στη θεωρία του, εκτός των άλλων, και τη σημασία της διαίσθησης για την κατανόηση των Μαθηματικών. Η διαισθητική σκέψη, σε αντίθεση με την αναλυτική, δεν προχωρά με προσεκτικά, σαφή βήματα. Η διαισθητική σκέψη είναι συμπληρωματικής φύσεως. Επιτρέπει ελευθερία, μεγάλα άλματα, χρήση της σύντομης οδού και κατασκευάζει κατά κάποιο τρόπο ένα δρόμο, πάνω στον οποίο θα κινηθεί με καθορισμένα, βαθμιαία βήματα η αναλυτική σκέψη. Η διαίσθηση, επομένως, είναι πολύ σημαντική για τη μάθηση και η καλλιέργειά της θα πρέπει να είναι ένας από τους βασικούς σκοπούς της διδασκαλίας των Μαθηματικών.

Η άποψη του Bruner σχετικά με τη μάθηση και τη διδασκαλία ήταν πολύ προοδευτική για την εποχή εκείνη (δεκαετία 1950-1960) και αποτέλεσε βασικό κίνητρο για τη μεταρρύθμιση της μαθηματικής εκπαίδευσης, που έγινε λίγο αργότερα. Ο Bruner πίστευε πως οποιοδήποτε θέμα μπορεί να γίνει κατανοητό από τους μαθητές, εάν ο καθηγητής λάβει υπόψη του το στάδιο νοητικής ανάπτυξης του παιδιού και προσαρμόσει κατάλληλα το θέμα στο επίπεδο του μαθητή. Τίποτα δεν είναι από τη φύση του δυσνόητο. Η δυσκολία βρίσκεται στο να βρεθεί η σωστή προσέγγιση και ο ανάλογος τρόπος για την παρουσίασή του. Άμεση

συνέπεια των παραπάνω απόψεων του Bruner ήταν η εφαρμογή του σπειροειδούς προγράμματος ανάπτυξης του μαθηματικού περιεχομένου (Εξαρχάκος, 1988, σ.156). Το πρόγραμμα αυτό, που εφαρμόζεται ακόμη και σήμερα, έχει ως κεντρική ιδέα τη διδασκαλία των βασικών εννοιών, προσαρμοσμένων, όμως, στο ανάλογο στάδιο νοητικής ανάπτυξης, από πολύ νωρίς και την επανάληψή τους στις μεγαλύτερες τάξεις με συνεχή εμπλουτισμό, κάθε φορά, με νέα στοιχεία.

#### Ε). Κονστρουκτιβισμός

Η βασική παραδοχή του κονστρουκτιβισμού είναι ότι ο άνθρωπος κατασκευάζει τη γνώση και δεν τη δέχεται παθητικά. Η κινητήρια δύναμη για την κατασκευή της νέας γνώσης είναι πάντα μια προβληματική κατάσταση, την οποία οι υπάρχουσες γνώσεις του ατόμου δεν μπορούν να αντιμετωπίσουν. Αυτή η ασυμφωνία και ασάθεια οδηγεί τον άνθρωπο σε ενεργοποίηση των ήδη υπάρχουσών γνωστικών δομών, σε τροποποίησή τους και σε κατασκευή νέων γνώσεων, προκειμένου να ερμηνευτεί και να επιλυθεί το πρόβλημα (Φράγκος, 1986, σ.102-104).

Η θεωρία του κονστρουκτιβισμού περιλαμβάνει, εκτός των παραπάνω, τρεις βασικές ιδέες:

- α) Οι μαθητές επινοούν προσωπικές μεθόδους επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων,
- β) Η μάθηση των Μαθηματικών συντελείται μέσα από την επίλυση προβλημάτων,
- γ) Ο ρόλος της κοινωνικής ομάδας για τη μάθηση είναι καθοριστικός.

Όσον αφορά στην πρώτη ιδέα της κατασκευαστικής θεωρίας, έχει παρατηρηθεί ότι τα παιδιά προτιμούν να επινοούν και να κατασκευάζουν δικούς τους τρόπους επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων, παρά να ακολουθούν τις υποδείξεις των καθηγητών. Οι μέθοδοι που χρησιμοποιούν οι μαθητές βασίζονται στις προηγούμενες μαθηματικές τους γνώσεις. Έτσι, η διαφορά αυτών των μεθόδων είναι ουσιαστικά η διαφορά των προϋπάρχουσων γνώσεων (Θωμαΐδης, 1984, σ.96-98).

Σχετικά με τη δεύτερη ιδέα του κονστρουκτιβισμού, είναι γεγονός πως οι καταστάσεις, τις οποίες οι μαθητές βρίσκουν προβληματικές, προσελκύουν κατά πολύ το ενδιαφέρον τους. Τα παιδιά, ανάλογα με τη μαθηματική τους ωριμότητα και με το στάδιο νοητικής τους ανάπτυξης, προσπαθούν να επιλύσουν εκείνα τα προβλήματα που τους κάνουν αίσθηση. Με αυτό τον τρόπο ενεργοποιείται η μάθηση και οι μαθητές αποκτούν τις διάφορες γνώσεις (Θωμαΐδης, 1984, σ.98).

Η θεωρία του κονστρουκτιβισμού δίνει, τέλος, μεγάλη έμφαση στο ρόλο και τη συμβολή της κοινωνικής ομάδας στην κατασκευή της γνώσης. Η διαφορά των ιδεών και των απόψεων των μελών της ομάδας προκαλεί ασάθεια, με αποτέλεσμα να γίνεται αναδιοργάνωση της προηγούμενης γνώσης και κατάκτηση της νέας μέσα σε κλίμα επικοινωνίας και συνεργασίας.

Όπως αναφέραμε και προηγουμένως, ο κονστρουκτιβισμός αποτελεί την πιο αποδεκτή θεωρία για τη μάθηση και τη διδασκαλία. Παρόλο που δεν έχει αναπτύξει

διδακτικές τεχνικές και μεθόδους, προσεγγίζει τη διδασκαλία, περιγράφοντας τους σκοπούς και τις επιδιώξεις της. Βασική, λοιπόν, επιδίωξη της διδασκαλίας, σύμφωνα με την κατασκευαστική θεωρία, είναι η παροχή ευκαιριών και η ενθάρρυνση του μαθητή να κατασκευάζει μόνος του τις μαθηματικές γνώσεις, μέσα από την εξερεύνηση, τον πειραματισμό, το σχηματισμό υποθέσεων, τη γενίκευση, την αιτιολόγηση, κ.λ.π.. Μόνο έτσι μπορεί να εδραιωθεί η κατανόηση και να επέλθει η ουσιαστική μάθηση.

Z) Συνδετισμός- θεωρία του Edward Thorndike

Ο Edward Thorndike θεωρείται ο θεμελιωτής της θεωρίας της μάθησης. Η ψυχολογική του θεωρία που δημοσιεύτηκε στο βιβλίο του με τίτλο «Η ψυχολογία της Αριθμητικής» αναλύει τους τρόπους με τους οποίους μπορεί να επιτευχθεί η μάθηση με την «πρακτική και εξάσκηση» δηλαδή με το να λύνει κάποιος μαθητής πολλές ασκήσεις και προβλήματα που είναι πανομοιότυπα με την ίδια δομή, μόνο που αλλάζουν τα αριθμητικά δεδομένα. Η τεχνική αυτή υποτίθεται ότι βοηθάει το μαθητή να αποκτήσει ευχέρεια και άνεση στην εκτέλεση των αριθμητικών πράξεων.

Η παραπάνω τεχνική της «πρακτικής και εξάσκησης» κατείχε και εξακολουθεί να κατέχει αξιοσημείωτη θέση στην ιστορία της διδακτικής των μαθηματικών μέχρι και σήμερα. Βέβαια σχεδόν όλοι μας παραδεχόμαστε ότι κάποια μορφή πρακτικής είναι αναγκαία για τη μάθηση των μαθηματικών γιατί, με βάση το κοινό αίσθημα, η πρακτική και η εξάσκηση βοηθούν στην επίτευξη της τελειότητας και την βελτίωση της ταχύτητας και της ακρίβειας των υπολογιστικών ικανοτήτων. Ο Edward Thorndike είχε την πεποίθηση ότι η μάθηση είναι σταδιακή και λαμβάνει χώρα σιγά- σιγά και μάλιστα όσο αυξάνεται ο αριθμός των δοκιμών τόσο ελαττώνεται ο χρόνος που απαιτείται για να επιτευχθεί η μάθηση. Ειδικότερα ο Edward Thorndike στον πρόλογο του βιβλίου του λέει (Thorndike, σ.4 και Τουμάσης, 1999, σ.59) «Οι σκοποί της στοιχειώδους εκπαίδευσης, όταν οριστούν πλήρως, θα βρεθεί ότι είναι η παραγωγή των αλλαγών στην ανθρώπινη φύση, οι οποίες αντιπροσωπεύονται από έναν σχεδόν ατελείωτο κατάλογο συνδέσμων ή δεσμών, μέσω των οποίων το παιδί σκέπτεται η αισθάνεται η ενεργεί με κάποιους τρόπους, σε αντίδραση των καταστάσεων που έχει οργανώσει το σχολείο και καθοδηγείται να σκεφθεί, να αισθανθεί και να ενεργήσει αναλόγως σε παρόμοιες καταστάσεις, με τις οποίες θα το φέρει αντιμέτωπο η ζωή έξω από το σχολείο».

Ο Edward Thorndike πίστευε ότι αυτό που χρειαζόνταν οι δάσκαλοι ήταν να βρουν και να καθορίσουν με ακρίβεια το ειδικό σύνολο των δεσμών που απάρτιζαν την αριθμητική. Όταν αυτό θα γινόταν τότε θα τίθεντο σε εφαρμογή η πρακτική των ανταμοιβών που θα ενεργοποιούσε τον νόμο του αποτελέσματος για την ενίσχυση αυτών των δεσμών, κάτι το οποίο θα βελτίωνε την επίδοση στην αριθμητική. Το βιβλίο του Edward Thorndike είχε σαν σκοπό να εξηγήσει πως το μάθημα των μαθηματικών θα μπορούσε να μεταφραστεί σε ψυχολογικά διατυπωμένους δεσμούς μεταξύ ερεθισμάτων και αντιδράσεων.

Στην θεωρία αυτή διατυπώθηκαν αντιρρήσεις οι οποίες συνοψίζονται σε δύο βασικές κατηγορίες. ( Ευσταθόπουλος, 1994, σ.71). Η πρώτη λέει ότι η θεωρία αυτή έτσι όπως εφαρμόστηκε από τον Thorndike δεν λάμβανε υπόψη καθόλου τις ποιοτικές διαφορές που υπάρχουν στις υπολογιστικές ικανότητες παιδιών και ενηλίκων και η άλλη λέει ότι η μέθοδος της «πρακτικής και εξάσκησης» δημιουργούσε μία εσφαλμένη εντύπωση και άποψη ότι για το σκοπό της μάθησης, που δεν μετράει τόσο το αποτέλεσμα (η μόνο το αποτέλεσμα) αλλά και τα στάδια και ο τρόπος που φθάνει κανείς εκεί (Τουμάσης, 1994, σ.85). Με τον τρόπο αυτό δηλαδή ο μαθητής φθάνει στο αποτέλεσμα μαθαίνοντας μία διαδικασία εντελώς μηχανικά, χωρίς να καταλαβαίνει στην ουσία τι κάνει και γιατί.

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι οι θεωρίες μάθησης συγκλίνουν στο ότι η μάθηση είναι μία διαδικασία η οποία συντελείται σε στάδια και «χτίζεται» στον κάθε άνθρωπο ξεχωριστά και ανάλογα με τις εμπειρίες του. Επίσης ένα άλλο σημείο σύγκλισης είναι ότι η μάθηση επιτυγχάνεται, κυρίως, με την ενασχόληση του ίδιου του ατόμου με αυτό που θέλει να μάθει και με την ενεργητική του συμμετοχή. Όμως οι θεωρίες μάθησης δεν συμφωνούν για τα ενδιάμεσα στάδια που υπάρχουν προκειμένου να συντελεστεί η μάθηση. Επίσης αποτελεί διαφορά στις θεωρίες μάθησης τα μέσα και οι τεχνικές που χρησιμοποιούνται για να επιτευχθεί αυτή. Ο παρακάτω πίνακας δείχνει συνοπτικά τις κυριότερες ομοιότητες και διαφορές ανάμεσα στις θεωρίες μάθησης.

**Πίνακας 1. Διαφορές και ομοιότητες των θεωριών μάθησης.**

<b>Διαφορές</b>	<b>Ομοιότητες</b>
Διαφορετικά ενδιάμεσα στάδια.	Η μάθηση συντελείται σε ενδιάμεσα στάδια.
Διαφορετικά μέσα και τεχνικές.	Χτίζεται στον κάθε άνθρωπο ξεχωριστά.
	Ενεργητική συμμετοχή του ατόμου.

### **2.3. Διδακτικά μοντέλα**

Εργασίες ερευνητών έχουν δείξει πως η αλλαγή της στάσης των μαθητών απέναντι στα μαθηματικά πραγματοποιείται από την εφαρμογή κατάλληλων διδακτικών δραστηριοτήτων και μπορεί να ανατρέψει αρνητικούς μαθησιακούς παράγοντες συναισθηματικού τύπου όπως η έλλειψη αυτό-εκτίμησης, μαθηματικο-φοβία και σχολικό άγχος, δημιουργώντας θετικά βιώματα στους μαθητές, προάγοντας «ολιστικές» δεξιότητες και οδηγεί στην κατασκευή «γνώσεων μεγάλης διάρκειας» (Καλαβάσης, 2001, σ.38-44). Έτσι είναι πολύ βασικό για τη μάθηση το διδακτικό μοντέλο που κάθε φορά ακολουθεί ο δάσκαλος για να προσεγγίσει μια μαθηματική έννοια.

Τα διδακτικά μοντέλα, όπως είδαμε και παραπάνω μπορούμε να τα χωρίσουμε σε δύο βασικές κατηγορίες, σε σχέση με το βασικό ρόλο που έχει ο δάσκαλος ή ο μαθητής. Είναι το δασκαλοκεντρικό μοντέλο διδασκαλίας, όπου ο δάσκαλος είναι το κεντρικό πρόσωπο και ο πρωταγωνιστής, με σκοπό τη μεταφορά της γνώσης στο μαθητή ο οποίος σε γενικές γραμμές παρακολουθεί σιωπηρά. Το άλλο είναι το μαθητοκεντρικό μοντέλο στο

οποίο πρωταγωνιστικό ρόλο έχει ο μαθητής και ο δάσκαλος απλά διευκολύνει την πορεία της μάθησης.

Η βασική τεχνική που χρησιμοποιείται στο δασκαλοκεντρικό μοντέλο διδασκαλίας είναι η αφηγηματική προσέγγιση. Το κύριο χαρακτηριστικό γνώρισμα της αφηγηματικής προσέγγισης είναι ότι ο δάσκαλος περιγράφει ή δίνει πληροφορίες στους μαθητές, οι οποίοι κατά κανόνα ακούν και κάποιες φορές κρατούν σημειώσεις. Οι καθηγητές των μαθηματικών έχουν συνήθως την εσφαλμένη εντύπωση ότι, αφού οι ίδιοι στο σχολείο και στο Πανεπιστήμιο διδάχθηκαν με ένα συγκεκριμένο τρόπο, επιτυχημένα, και έμαθαν θα μπορούσε το ίδιο επιτυχημένα να μάθουν και οι μαθητές τους (Ευσταθόπουλος, 1994, σ.71).

Όμως στην πραγματικότητα δεν μπορούν όλοι οι μαθητές να μάθουν με τον τρόπο της αφηγηματικής προσέγγισης. Οι κυριότερες δυσκολίες που συναντούν οι μαθητές με την αφηγηματική προσέγγιση είναι (Καραγεώργος, 1991, σ.148):

α) Ο καθηγητής υποθέτει ότι όλοι οι μαθητές διαθέτουν ένα βασικό επίπεδο μαθηματικής γνώσης και εμπειρίας, υπόθεση που δεν είναι πάντα αληθινή αφού υπάρχει μεγάλη διαφοροποίηση στο μαθηματικό υπόβαθρο των μαθητών μιας τάξης.

β) Ο ρυθμός διδασκαλίας είναι ο ίδιος για όλους τους μαθητές και έτσι δεν μπορούν να παρακολουθήσουν οι πιο αδύνατοι μαθητές.

γ) Ο καθηγητής χρησιμοποιώντας την προσέγγιση αυτή προσπαθεί να καλύψει όσο το δυνατόν περισσότερη ύλη, αδιαφορώντας ίσως για τη διαδικασία της μάθησης. Με τον τρόπο αυτό οι μαθητές προσπαθούν με τη σειρά τους να ακολουθήσουν την πορεία της ύλης απομνημονεύοντας τύπους ή κανόνες ή βήματα λύσης ασκήσεων ή προβλημάτων χωρίς να καταλαβαίνουν το γιατί.

Η βασική τεχνική του μαθητοκεντρικού μοντέλου διδασκαλίας είναι η ανακαλυπτική προσέγγιση. Στην ελεύθερη ανακάλυψη, ο δάσκαλος αφήνει τους μαθητές του να αυτενεργήσουν, ενώ εκείνος έχει το ρόλο του συμβούλου. Γίνονται συζητήσεις, ελέγχονται οι απόψεις των μαθητών και τελικά υιοθετούνται οι πιο γόνιμες. Οι μαθητές εμπλέκονται σε μια διαδικασία εξερεύνησης που στο τέλος ανακαλύπτουν-στην πραγματικότητα επαναανακαλύπτουν- το συμπέρασμα

Μια παραλλαγή της ανακαλυπτικής προσέγγισης είναι και αυτή της καθοδηγούμενης ανακάλυψης. Σε αυτήν ο καθηγητής χρησιμοποιεί διάφορες ερωτήσεις, συζήτηση και ποικίλες δραστηριότητες για να καθοδηγήσει τους μαθητές του στο επιθυμητό αποτέλεσμα. Στο σημείο αυτό πρέπει να τονίσουμε ότι όταν λέμε ότι οι μαθητές έχουν ανακαλύψει το αποτέλεσμα εννοούμε, ότι δεν διέθεταν έναν έτοιμο αλγόριθμο για να τον χρησιμοποιήσουν, αλλά βρήκαν το αποτέλεσμα μέσα από μια μορφή εξερεύνησης και προσπάθειας χωρίς να τους το πει κάποιος άλλος ή να το βρουν από κάποια πηγή. Η σειρά που συνήθως ακολουθείται σε μια διαδικασία καθοδηγούμενης ανακάλυψης είναι (Κοθάλη, 1986, σ.27):

1) Καθορισμός του προβλήματος.

2) Συλλογή δεδομένων, επεξεργασία, οργάνωση και ανάλυση.

3) Σχηματισμός εικασίας.

4) Έλεγχος εικασίας.

5) Τελική διατύπωση εικασίας.

Η ουσιώδης διαφορά στην ερμηνεία της χρήσης της λέξης «καθοδηγούμενη» βρίσκεται στη φύση και στο βαθμό της καθοδήγησης του καθηγητή στα διάφορα βήματα της διαδικασίας που περιγράψαμε και ιδιαίτερα στο βήμα εκείνο της συλλογής, επεξεργασίας, οργάνωσης και ανάλυσης των δεδομένων. Θα πρέπει όμως η όλη διαδικασία να ελέγχεται από το δάσκαλο, διότι αν δεν δοθεί αρκετή πρωτοβουλία στους μαθητές κινδυνεύει να μετατραπεί σε δασκαλοκεντρικό μοντέλο. Θα πρέπει να προσθέσουμε ότι πράγματι η προσέγγιση με την ανακάλυψη της γνώσης απαιτεί πολύ χρόνο και δεν είναι δυνατόν να διδάξουμε όλη την μαθηματική γνώση της σχολικής ύλης μέσω της ανακάλυψης αν θέλουμε να προχωρήσουμε στην προβλεπόμενη κάλυψη της (Φιλίππου και Χρίστου, 2001, σ.85).

Οι ανακαλυπτικές προσεγγίσεις δημιουργούν μια ενεργητική ατμόσφαιρα αφού ο μαθητής «δρα» και δεν εξαρτάται αποκλειστικά από το δάσκαλο ως μοναδική πηγή γνώσης μέσα στην τάξη. Ο Bruner θεωρούσε ότι η πραγματική κατανόηση ενός πεδίου γνώσης περιλαμβάνει την ανάπτυξη μιας στάσης προς τη μάθηση και αναζήτηση, προς τη δημιουργία υποθέσεων και εικασιών που οδηγούν στη δυνατότητα επίλυσης προβληματικών καταστάσεων. «Η πονηρή υποψία, η γόνιμη υπόθεση, το θαρραλέο άλμα σ' ένα δοκιμαστικό συμπέρασμα, είναι τα πολυτιμότερα όργανα του στοχασμού, όποια κι αν είναι η κατεύθυνση της σκέψης του.» (Bruner, 1970 σ. 610-619).

Ως αποτέλεσμα των ανακαλυπτικών προσεγγίσεων μπορούν να αναπτυχθούν οι γενικές ικανότητες, ευρετικές και στρατηγικές επίλυσης προβλημάτων. Η συμμετοχική προσπάθεια, συλλογή και οργάνωση κάποιων δεδομένων, καθώς επίσης και η δημιουργία κάποιων εικασιών γύρω από τα αποτελέσματα, δίνει στους μαθητές την ευκαιρία να ακούσουν την σκέψη των συμμαθητών τους, να συνεισφέρουν σε μία συλλογική προσπάθεια και να ασκήσουν τις δεξιότητες τους.

Επειδή μέσω της ανακαλυπτικής προσέγγισης ο μαθητής συμμετέχει ενεργητικά στη διαμόρφωση της γνώσης είναι λογικό να είναι σε θέση να τη χρησιμοποιεί, μεταφέροντας και εφαρμόζοντας την σε ποικίλες προβληματικές καταστάσεις περισσότερο αποτελεσματικά από ότι θα την μάθαινε μηχανικά.

Από ψυχολογικής άποψης, με τις ανακαλυπτικές προσεγγίσεις οι μαθητές αποκτούν αυτοπεποίθηση και ικανοποίηση από το γεγονός ότι μόνοι τους ανακάλυψαν ένα σημαντικό συμπέρασμα. Αυτό αποτελεί ένα σημαντικό κίνητρο, το οποίο θα βοηθήσει τους μαθητές να αντιληφθούν ότι η μάθηση δεν επιτυγχάνεται μόνο με κίνητρο τους βαθμούς, αλλά συντελείται και για πιο ουσιαστικούς λόγους όπως για παράδειγμα για ικανοποίηση μιας προσωπικής ερευνητικής διάθεσης. Στις ανακαλυπτικές προσεγγίσεις είναι απαραίτητη από



την μεριά του δασκάλου των μαθηματικών η καθοδήγηση των μαθητών. Οι παιδαγωγοί των μαθηματικών συμφωνούν ότι δεν θα πρέπει οι δάσκαλοι να τα περιμένουν όλα από τους μαθητές μια και δεν έχουν όλοι τους τη απαραίτητη μαθηματική ωριμότητα. Οι δάσκαλοι των μαθηματικών θα πρέπει να αποφασίσουν το βαθμό της καθοδήγησης και να συνηθίσουν οι μαθητές, μέσα από κατάλληλες δραστηριότητες και εμπειρίες και διάφορα είδη καθοδηγούμενης ανακάλυψης, να συμμετέχουν σε ερευνητικές διαδικασίες. Αρχικά η καθοδήγηση από το δάσκαλο θα μπορούσε να είναι μεγαλύτερη, ενώ βαθμιαία να μειώνεται με την ταυτόχρονη αύξηση της αυτενέργειας των μαθητών.

Ειδικότερα σ' αυτά τα μοντέλα διδασκαλίας προτείνεται ότι (Κοθάλη, 1986, σ.37):

i) Ο δάσκαλος να προτρέπει τους μαθητές να ελέγχουν τις εικασίες τους με τη βοήθεια νέων παραδειγμάτων που θα τους προσφέρει ο ίδιος ή θα βρουν μόνοι τους.

ii) Να γίνει σύγκριση με τις εικασίες των άλλων μαθητών.

iii) Να συντονίζει την συζήτηση συνοψίζοντας κάθε φορά τα κυριότερα σημεία των «ανακαλύψεων» των μαθητών δίνοντας τους έτσι τη δυνατότητα να ξανασκεφθούν και να ξανασυζητήσουν.

iv) Να μην επιμένει πάντα, σε σημείο που να γίνεται καταπιεστικός, στην ακριβή φραστική διατύπωση όλων των ιδεών που έχουν οι μαθητές αφού κάποιος από αυτούς μπορεί να έχουν γόνιμες ιδέες χωρίς απαραίτητα να μπορούν να τις διατυπώσουν με επιστημονική ακρίβεια. Ο δάσκαλος των μαθηματικών, χρησιμοποιώντας κατάλληλα παραδείγματα, μπορεί να διαπιστώσει αν η ιδέα του μαθητή είναι γόνιμη χωρίς να απαιτήσει την ακριβή φραστική διατύπωση.

v) Να εξηγήσει στους μαθητές του πειστικά ότι ο επαγωγικός συλλογισμός δεν είναι πάντα αξιόπιστος. Τις περισσότερες φορές στο μάθημα των μαθηματικών οι ανακαλυπτικού τύπου ερωτήσεις περιλαμβάνουν έρευνα σε ειδικές περιπτώσεις και μέσω αυτών τη δημιουργία κάποιας εικασίας και ενός γενικού συμπεράσματος, δηλαδή έναν επαγωγικό συλλογισμό. Ο δάσκαλος των μαθηματικών πρέπει να δώσει στους μαθητές να κατανοήσουν τον κίνδυνο, ένα αποτέλεσμα που προήλθε από έναν επαγωγικό συλλογισμό να μην αληθεύει γενικά. Έτσι, όπου οι συνθήκες το επιτρέπουν, θα πρέπει να επιμένει και στην τυπική απόδειξη, η οποία και εξασφαλίζει και την γενική αλήθεια των συμπερασμάτων που διατυπώθηκαν στη βάση λίγων μόνο περιπτώσεων. Παρόλα αυτά έρευνες έχουν αποδείξει ότι οι μαθητές δεν καταλαβαίνουν ικανοποιητικά και δεν αποδέχονται στην πλειοψηφία τους, την ισχύ μιας τυπικής απόδειξης και καταλαβαίνουν περισσότερο μια ημιτυπική απόδειξη (Μπαράλος, 2001, σ.351). Στα συμπεράσματα της ίδιας έρευνας αναφέρεται μεταξύ άλλων ότι: «...Προτείνουμε για τη βελτίωση της αποδοχής της καθολικής ισχύος της τυπικής απόδειξης από τους μαθητές, την διδασκαλία της, σ' ένα περιβάλλον που αναδεικνύει το ρόλο, την λειτουργία και το σημασιολογικό της περιεχόμενο.».

Στη διδασκαλία των μαθηματικών ιδιαίτερη θέση έχει και η διδασκαλία μέσω εργαστηριακών προσεγγίσεων. Το χαρακτηριστικό γνώρισμα του συγκεκριμένου μοντέλου είναι ότι στις εργαστηριακού τύπου προσεγγίσεις χρησιμοποιούνται υλικά, με τη βοήθεια των οποίων η μάθηση συντελείται «δια του πράττειν» (learning by doing), σε αντίθεση με την παθητική μάθηση όπου ο μαθητής μόνο βλέπει και ακούει.

Οι εργαστηριακές προσεγγίσεις, ως διδακτικό μοντέλο προσφέρουν στους μαθητές πειραματισμό, αυτενέργεια και δημιουργικότητα, με αποτέλεσμα σταδιακά να οδηγούνται προς τη μάθηση και συνίσταται ιδιαίτερα στις τάξεις του Γυμνασίου λόγω της φύσης του, όπου οι μαθητές από άποψη νοητικής ωριμότητας βρίσκονται ακόμη στο επίπεδο των συγκεκριμένων ευρημάτων (Γαγάτσης, 1991, σ.90).Σαν παράδειγμα θα μπορούσε να αναφερθεί η χρήση χαρτονιού και ψαλιδιού η ο τετραγωνισμένος πίνακας με καρφιά (γεωπίνακας) για την κατασκευή και την παράσταση γεωμετρικών σχημάτων και τη διαισθητική απόδειξη κάποιων προτάσεων της Γεωμετρίας. Στην Άλγεβρα, επίσης μπορούν να χρησιμοποιηθούν ζυγοί και σταθμά όπου με διαδοχικές δοκιμές να οδηγηθούν οι μαθητές στην απόδειξη κάποιων ιδιοτήτων των εξισώσεων (Περδικάρης, 1985, σ.76-77).

Στις εργαστηριακές προσεγγίσεις ο ρόλος του δασκάλου των μαθηματικών μετατρέπεται από διανεμητή της γνώσης σε διευκολυντή της γνώσης. Για να επιτύχει όμως η συγκεκριμένη προσέγγιση χρειάζεται προσεχτικό σχεδιασμό του μαθήματος ώστε να εξασφαλιστεί η συμμετοχή όλων των μαθητών.

Ο δάσκαλος των μαθηματικών θα πρέπει να κάνει κάποιες βασικές ενέργειες κατά τη διάρκεια ενός τέτοιου μαθήματος (Γαγάτσης, 1991, σ.30-33):

- i) Να παρατηρεί συνεχώς την εργασία των μαθητών του.
- ii) Να επιτρέπει στους μαθητές να εργάζονται και να προσεγγίζουν τις καταστάσεις με το δικό τους τρόπο.
- iii) Να ενθαρρύνει τη συνεργασία των μαθητών μεταξύ τους ή και να αφήσει να δημιουργηθούν ομάδες.
- iv) Να επιβραβεύει τους μαθητές για την πρωτοβουλία, την ανεξαρτησία και την πρωτοτυπία τους.
- v) Να ανακεφαλαιώνει συχνά τα συμπεράσματα που κατέληξαν οι μαθητές.

Σημαντικό ρόλο στην Διδακτική των μαθηματικών έχει η διαδικασία επίλυσης προβλήματος (problem solving).Ο όρος όμως αυτός εμπεριέχει διαφορετικές απόψεις για το ρόλο του σχολείου, τον ρόλο των μαθηματικών, καθώς και το λόγο γιατί θα πρέπει να διδάσκονται τα μαθηματικά γενικότερα και ειδικότερα οι τεχνικές επίλυσης προβλήματος (Stanik, 1986, σ.34-47). Τα μαθηματικά θεωρούνται ως μέσο για την καλλιέργεια και εξάσκηση των ικανοτήτων επίλυσης προβλήματος και για το λόγο αυτό υποστηρίζεται ότι η επίλυση προβλημάτων βρίσκεται στην καρδιά κάθε μαθηματικής δραστηριότητας (Begle, 1979, σ.97 και Halmos, 1980, σ.519-524).

Το ερώτημα όμως που τίθεται είναι τι ακριβώς εννοούμε όταν χρησιμοποιούμε την λέξη «πρόβλημα». Κάποιος μαθητής που δεν μπορεί να βρει έναν προφανή τρόπο να αντιμετωπίσει μια κατάσταση λέει ότι αντιμετωπίζει ένα πρόβλημα. Το ίδιο θέμα για κάποιον άλλο μαθητή, που είναι εξοικειωμένος να αντιμετωπίζει παρόμοιες καταστάσεις και μπορεί σχετικά εύκολα να βρει έναν αλγόριθμο για τη λύση του, η κατάσταση αυτή δεν αποτελεί πρόβλημα. Άρα τα αν μια κατάσταση χαρακτηρίζεται ως πρόβλημα εξαρτάται από το μαθηματικό υπόβαθρο του κάθε μαθητή.

Τα κάθε τύπου προβλήματα αντιμετωπίζονται με τις «ευρετικές» που στη σύγχρονη διδακτική των μαθηματικών σημαίνει στρατηγικές, μεθόδους ή συνήθειες, οι οποίες είναι ανεξάρτητες από κάθε ειδικό θέμα ή τη φύση ενός συγκεκριμένου προβλήματος και βοηθούν το μαθητή να βρει έναν ορθό τρόπο να κατανοήσει και τελικά να φθάσει στη λύση του προβλήματος (Περδικάρης, 1985, σ.64). Ο μαθηματικός –παιδαγωγός G Polya, περιγράφει και αναλύει πλήθος ευρετικών και υποστηρίζει, ότι η βαθιά κατανόηση των γενικών στρατηγικών θα μπορούσε να βοηθήσει στην διδασκαλία των μαθηματικών. Έτσι ο δάσκαλος των μαθηματικών μπορεί να χρησιμοποιήσει την ευρετική ενός προβλήματος ως διδακτικό εργαλείο για να ενεργοποιήσει το ενδιαφέρον των μαθητών.

Τα στάδια επίλυσης ενός προβλήματος ακολουθούν τη θεωρία που πρότεινε ο Polya στο γνωστό βιβλίο του με τίτλο «Πώς να το λύσω» (How to solve it) και αφορά τα βήματα που θα ακολουθήσει κάποιος για να λύσει ένα πρόβλημα (Polya, 1973, σ.89). Από τότε έχει αναπτυχθεί μια έρευνα για τη διαδικασία επίλυσης προβλήματος (Brady, 1991, σ.145-147).

Τα στάδια επίλυσης ενός προβλήματος είναι:

- i) Η κατανόηση του προβλήματος.
- ii) Η κατάστρωση ενός σχεδίου για τη λύση του προβλήματος.
- iii) Υλοποίηση του σχεδίου αυτού προκειμένου να λυθεί το πρόβλημα.
- iv) Επαλήθευση της λύσης του προβλήματος.

Μια ακόμα τεχνική στην διδασκαλία των μαθηματικών, που εντάσσεται στο πλαίσιο των μαθητοκεντρικών μοντέλων διδασκαλίας με στόχο την ενεργοποίηση του ενδιαφέροντος των μαθητών, είναι η διαδικασία των ερωτήσεων. Οι ερωτήσεις αποτελούν ένα από τα πιο εύχρηστα και εύστροφα διδακτικά εργαλεία. Οι ερωτήσεις για τη διδασκαλία του μαθήματος των μαθηματικών μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να παρακινήσουν τους μαθητές, να διαγνωστούν προβλήματα από τον διδάσκοντα, να ενθαρρύνουν, να αξιολογήσουν και να βοηθήσουν στη συνειδητοποίηση διαφόρων μαθηματικών τεχνικών.

Τα διαφορετικά επίπεδα των ερωτήσεων μπορούν να ταξινομηθούν ως προς την ποιότητα τους σε δυο βασικές κατηγορίες: Τις ερωτήσεις χαμηλού επιπέδου και τις ερωτήσεις υψηλότερου επιπέδου. Με τις ερωτήσεις χαμηλού επιπέδου ο καθηγητής των μαθηματικών προσπαθεί να εξασκήσει μόνο τη μνήμη των μαθητών και συνήθως περιλαμβάνουν ανάκληση ή αναγνώριση καταστάσεων ή έτοιμων αλγορίθμων και διαδικασίες ρουτίνας,

όπως για παράδειγμα να εκτελέσει μια πράξη ή να λύσει μία άσκηση με συγκεκριμένα βήματα λύσης. Με τις ερωτήσεις αυτές δεν απαιτείται από το μαθητή να εργαστεί με πρωτότυπο τρόπο αυτενεργώντας. Οι ερωτήσεις υψηλότερου επιπέδου στοχεύουν σε εξήγηση, ερμηνεία μιας πληροφορίας, συσχέτιση περισσότερων πληροφοριών, ανάλυση δεδομένων (Τουμάσης, 1999, σ.202). Για παράδειγμα μπορεί να ζητηθεί από το μαθητή να κατασκευάσει μια γραφική παράσταση συνάρτησης  $y=f(x)$  και να «μαντέψει» την τιμή της συνάρτησης όταν το  $x$  πάρει μια μεγάλη τιμή.

Οι ερωτήσεις υψηλότερου επιπέδου αφορούν και την ανοικτή έρευνα. Στην περίπτωση αυτή οι μαθητές αντιμετωπίζουν μια κατάσταση προβλήματος που παρόμοια της δεν έχουν αντιμετωπίσει ξανά όπως για παράδειγμα αν ισχύει πάντα η ισότητα  $|a|+|b|=|a+b|$  και με αφορμή αυτό να ζητήσει από το μαθητή να σκεφτεί υπό ποιες προϋποθέσεις ισχύει η σχέση αυτή. Στην ανοικτή έρευνα, επίσης, οι μαθητές καλούνται να παρατηρήσουν και να διερευνήσουν μια καλά ορισμένη προβληματική κατάσταση, όπως για παράδειγμα να κατασκευάσουν μια ιστορία της οποίας η λύση να καταλήγει στις λύσεις της ανίσωσης  $3x-4<8$ .

Τέλος υπάρχει και η ιδιαίτερη κατηγορία των ερωτήσεων, που δεν ανήκουν στις παραπάνω δύο βασικές κατηγορίες. Είναι οι ερωτήσεις εκείνες όπου οι μαθητές καλούνται να αξιολογήσουν μια κατάσταση και να πουν την γνώμη τους όπως για παράδειγμα με ποια από τις μεθόδους προτιμούν να λύσουν ένα σύστημα. Από έρευνες έχει διαπιστωθεί ότι πάνω από 80% των ερωτήσεων που υποβάλουν οι καθηγητές των μαθηματικών είναι ερωτήσεις χαμηλού επιπέδου και μόνο το 15% είναι ερωτήσεις υψηλότερου επιπέδου (Friedman, 1972, σ.67). Οι παιδαγωγοί πάντως θεωρούν ότι ένα αποτελεσματικό διδακτικό μοντέλο διδασκαλίας θα πρέπει να περιλαμβάνει 8 με 10 ερωτήσεις ανάμεσα στις οποίες οι μισές συνίσταται να είναι ερωτήσεις υψηλότερου επιπέδου.

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι τα διάφορα διδακτικά μοντέλα για τη διδασκαλία των μαθηματικών έχουν κοινό στόχο να επιτύχουν τη μάθηση. Έτσι χρησιμοποιούν διάφορα μέσα και τεχνικές προκειμένου να συντελεστεί, η κατά το δυνατόν, αποτελεσματικότερη μάθηση. Η κυριότερη διαφοροποίηση των διδακτικών μοντέλων στα μαθηματικά συνίσταται στο ρόλο του καθηγητή και του μαθητή καθώς και στην αναλογία του ρόλους τους. Έτσι η ο καθηγητής θα «μεταδώσει» την γνώση ή θα γίνει ο συντονιστής και ο «διευκολυντής» της γνώσης ή θα δώσει την πλήρη πρωτοβουλία στο μαθητή για να την ανακαλύψει.

Ο παρακάτω πίνακας δείχνει τις ευρύτερες κατηγορίες των κυριότερων διδακτικών μοντέλων που αναφέραμε καθώς και το ρόλο του καθηγητή και του μαθητή σε κάθε ένα από αυτά ( Τουμάσης, 1994, σ.129-131, Εξαρχάκος 1988, σ.67-69)

**Πίνακας 2. Ρόλοι δασκάλου-μαθητή στις διάφορες διδακτικές προσεγγίσεις.**

<b>Διδακτικές προσεγγίσεις</b>	<b>Ο ρόλος του δασκάλου</b>	<b>Ο ρόλος του μαθητή</b>
Καθαρή ανακάλυψη	Δεν κάνει σχεδόν τίποτα, απλά διευκολύνει τη μάθηση	Καθορίζει το πρόβλημα και επιχειρεί να το λύσει.
Διάφορες διαβαθμίσεις καθοδηγούμενης ανακάλυψης	1)Καθορίζει το πρόβλημα 2)Καθορίζει το πρόβλημα και δίνει οδηγίες. 3)Καθορίζει το πρόβλημα, δίνει οδηγίες και συζητεί με τους μαθητές-χρησιμοποιεί φύλλα εργασίας.	Επιχειρεί να το λύσει. Ακολουθεί τις οδηγίες και επιχειρεί να το λύσει. Ακολουθεί τις οδηγίες και επιχειρεί να το λύσει, συμμετέχει στη συζήτηση-προσπαθεί να ανταποκριθεί στα φύλλα εργασίας.
Καθαρή αφήγηση Παραδοσιακή διδασκαλία	Κάνει τα πάντα σχεδόν.	Καθορίζει το πρόβλημα και επιχειρεί να το λύσει.
Εξίσου μικτή χρήση παραδοσιακής και εναλλακτική ( ανακάλυψης)	Διδάσκει εξίσου από το εγχειρίδιο ή με αφήγηση και δίνει δραστηριότητες επίλυσης προβλημάτων/μοντελισμού.	Ακούει, προσέχει, κρατά σημειώσεις και συμμετέχει στις δραστηριότητες.

Ο Θεωρητικός προβληματισμός που προκύπτει σε ότι αφορά στα διδακτικά μοντέλα των μαθηματικών έγκειται στο ρόλο του δασκάλου και του μαθητή και το πώς αυτός ο ρόλος θα διευκολύνει τη μάθηση. Για κάθε διδακτική προσέγγιση μπορούμε να διακρίνουμε ερωτήματα που έχουν να κάνουν με την αποτελεσματικότητα στη μάθηση των μαθηματικών:

Α) Σε ότι αφορά στην καθαρή ανακάλυψη όπου ο ρόλος του μαθητή είναι να καθορίζει το πρόβλημα και ο ρόλος του δασκάλου είναι απλά να διευκολύνει τη μάθηση . Ο δάσκαλος μπορεί να ενθαρρύνει τους μαθητές του να αναζητήσουν απαντήσεις σε προβλήματα που

είτε δεν έχουν έναν έτοιμο αλγόριθμο λύσης είτε δεν έχουν μια έτοιμη απάντηση. Ακόμα, το να εμπλακούν οι μαθητές με ασκήσεις ή προβλήματα ή και δραστηριότητες εκτός του σχολικού τους βιβλίου συντελεί στην προσέγγιση της ελεύθερης ανακάλυψης ( Εξαρχάκος 1988,σ.67-69).

Β) Η καθοδηγούμενη ανακάλυψη, όπου ο δάσκαλος καθορίζει αρχικά το πρόβλημα και δίνει οδηγίες για την προσέγγιση του . Ιδιαίτερη θέση σ' αυτό έχουν τα φύλλα εργασίας όπου ο μαθητής, ακολουθώντας τις οδηγίες του δασκάλου, επιχειρεί να λύσει το πρόβλημα. Ένα από τα ζητούμενα στην καθοδηγούμενη ανακάλυψη είναι σε ποιο βαθμό θα καθοδηγηθεί ο μαθητής από το δάσκαλο, προκειμένου να ανακαλύψει τη νέα γνώση. Επίσης, ένα άλλο ερώτημα που προκύπτει είναι σε ποια στάδια της επίλυσης του προβλήματος ο δάσκαλος συντονίζει και προκαλεί τους μαθητές του, κυρίως μέσω ερωτήσεων, να εξερευνήσουν, να μαντέψουν πιθανές λύσεις ή να δημιουργήσουν εικασίες. Κατά πόσο η ανάθεση σε ομάδες, εργασιών που απαιτούν έρευνα και πρωτότυπη δημιουργική σκέψη, διευκολύνουν τη μάθηση; Τέλος θα πρέπει να υπάρξει και ο προβληματισμός ως προς το χρόνο που απαιτείται για την εφαρμογή της μεθόδου της καθοδηγούμενης ανακάλυψης. Μήπως ο χρόνος που χρειάζεται για την πραγματοποίηση της μεθόδου αυτής είναι πολύς και δεν θα υπάρχει χρόνος για άλλου τύπου διδακτικές δραστηριότητες;

Γ) Η καθαρή αφήγηση ή η παραδοσιακή διδασκαλία , που έχει ως κύριο πρωταγωνιστή το δάσκαλο και τον μαθητή σε ρόλο ακροατή έγκειται στο ότι ο καθηγητής παρουσιάζει ή περιγράφει μια μαθηματική θεωρία, στη συνέχεια λύνει ασκήσεις και στο τέλος ζητάει από τους μαθητές του να λύσουν και εκείνοι μόνοι τους παρόμοιες ασκήσεις.

Δ) Η εξ' ίσου μικτή χρήση των παραδοσιακών μεθόδων διδασκαλίας και κάποιων εναλλακτικών μορφών διδασκαλίας (κυρίως καθαρής ή καθοδηγούμενης ανακάλυψης) εμπεριέχει στοιχεία από τις παραπάνω μεθόδους. Ένα κύριο ερώτημα είναι σε ποιο στάδιο της διδακτικής προσέγγισης ο δάσκαλος θα χρησιμοποιήσει την παρουσίαση ή την αφήγηση και σε ποιο στάδιο, παρεμβαίνοντας με κατάλληλες ερωτήσεις, θα στραφεί προς την καθοδηγούμενη ή την ελεύθερη ανακάλυψη;

#### **2.4. Ο ρόλος των νέων τεχνολογιών στη διδασκαλία των μαθηματικών**

Τα τελευταία χρόνια στην εκπαίδευση έχουν μπει με συνεχώς αυξανόμενους ρυθμούς οι Νέες Τεχνολογίες (Ν.Τ.) και η Τεχνολογία της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας(Τ.Π.Ε.).Αυτό ανάγκασε την πολιτεία να οργανώσει προγράμματα επιμόρφωσης και πιστοποίησης των εκπαιδευτικών σε θέματα Νέων Τεχνολογιών και των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας.

Η επιχειρούμενη ενσωμάτωση των Τ.Π.Ε στην εκπαίδευση στοχεύει στη βελτίωση της εκπαιδευτικής διαδικασίας. Οι αντιλήψεις των καθηγητών των μαθηματικών της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης για το ρόλο των νέων τεχνολογιών στην διδακτική διαδικασία

καθορίζει σε κάποιο βαθμό και την επιλογή του διδακτικού μοντέλου καθώς και την αποδοχή ή μη του καινούργιου στη διδακτική πράξη.

Η χρήση των νέων τεχνολογιών στην διδασκαλία του μαθήματος των μαθηματικών ενεργοποιεί τον καθηγητή των μαθηματικών και αυτός με τη σειρά του ενεργοποιεί το ενδιαφέρον των μαθητών του εμπλεκόμενοι σε μία διαδικασία μάθησης. Ο καθηγητής των μαθηματικών στο γνώριμο περιβάλλον του μολύβι-χαρτί, κιμωλία-πίνακας θα αξιοποιήσει τις δυνατότητες που του παρέχουν οι νέες τεχνολογίες με τη χρήση του ήχου, της εικόνας και της κίνησης (Κυνηγός, 2002, σ.40). Στο πλαίσιο αυτό ο καθηγητής δομεί και αναδομεί συνεχώς την προσωπική του παιδαγωγική, μέσα από την αλληλεπίδραση του με το γύρω περιβάλλον (Cobb και Yackel,1996, σ.231). Στο περιβάλλον που δημιουργεί η χρήση των νέων τεχνολογιών, οι συνεργασίες μεταξύ καθηγητή-μαθητή διευκολύνονται και ο καθηγητής γίνεται μαθητής μαζί με τους μαθητές του (Rogers,2001, σ.64). Έτσι ο καθηγητής των μαθηματικών δεν είναι πλέον ο πομπός που αναμεταδίδει γνώσεις, τις οποίες θα επαναλάβει άκριτα ο μαθητής αλλά γίνεται συνεργάτης και διοργανωτής της διαδικασίας της μάθησης.

Ο καθηγητής των μαθηματικών γίνεται δημιουργός εκπαιδευτικού υλικού, που δεν είναι κλειστό όπως το βιβλίο, και που έχει και αυτό μεγάλη χρησιμότητα όπως και του βιβλίου το οποίο μπορεί να το συζητήσει με συναδέλφους του και με τους μαθητές του. Από τη συμμετοχή των καθηγητών των μαθηματικών αλλά και άλλων ειδικοτήτων έχει προκύψει σημαντικός αριθμός εφαρμογών καθώς και διαθεματικών προσεγγίσεων ανάμεσα στα μαθηματικά και σε άλλες θεματικές περιοχές ( Κατσή, 2001, σ.42).

Οι ραγδαίες εξελίξεις στο χώρο των Νέων Τεχνολογιών (Ν.Τ.) και η σύνδεση τους με εφαρμογές στην εκπαιδευτική και μαθησιακή διαδικασία, έχουν αναδείξει ένα νέο διεπιστημονικό πεδίο, που χαρακτηρίζεται με τον όρο «Νέες Τεχνολογίες και Εκπαίδευση». Συγκεκριμένα ο ρόλος των Ν.Τ στο χώρο της εκπαίδευσης επικεντρώνεται στην αναζήτηση νέων εργαλείων και μεθόδων για την επικοινωνία ανθρώπου και μηχανής, στη δημιουργία και χρήση σύγχρονων εργαλείων λογισμικού και στη δυνατότητα πρόσβασης σε ποικίλες ψηφιακές υπηρεσίες ( Μακράκης,2000, σ.93).

Τις τελευταίες δύο δεκαετίες η εισαγωγή των Ν.Τ. στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση έχει αναδειχθεί ως πρωταρχικός στόχος της εκπαιδευτικής πολιτικής σε όλες τις χώρες του αναπτυσσόμενου κόσμου. Η Επιτροπή Ευρωπαϊκών Κοινοτήτων το 2000 σε έκθεσή της, στη σύνοδο της Λισσαβόνας, τονίζει με ιδιαίτερη έμφαση ότι πρέπει τα παιδιά και οι νέοι να ενθαρρύνονται, ώστε να αναπτύξουν μεγαλύτερο ενδιαφέρον για τις Ν.Τ. Στο ίδιο κείμενο, ανάμεσα στους στόχους που τέθηκαν για τα εκπαιδευτικά συστήματα των κρατών-μελών ήταν ο εξοπλισμός των σχολείων με στόχο τη σύνδεση τους με το διαδίκτυο (internet) και τη χρήση των Τ.Π.Ε καθώς και η ανάπτυξη των προσόντων που απαιτούνται από κάθε καθηγητή ή επιμορφωτή, έτσι, ώστε να μπορεί να επιτελεί το έργο του στις συνθήκες της σύγχρονης εποχής (Τζιμόπουλος, 2003 σελ. 14-15).

Από τα παραπάνω μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η χρήση των Ν.Τ. μπορεί να αξιοποιηθεί, ώστε να εξυπηρετήσει τη διδασκαλία των μαθηματικών. Στη περίπτωση αυτή ο Η/Υ πρέπει να αντιμετωπιστεί ως ένα επιπλέον βοήθημα, που έχει στη διάθεση του ο καθηγητής των μαθηματικών. Έτσι αυξάνονται τα μέσα και οι πηγές που μπορεί να αξιοποιήσει για να κάνει με αποτελεσματικότερο τρόπο τη δουλειά του, χωρίς να αλλάξει η δομή της διδακτικής διαδικασίας. Με την κατάλληλη χρήση των Ν.Τ. είναι δυνατόν να προωθηθεί η διερευνητική μάθηση, να βελτιωθεί η συνεργασία μεταξύ των μαθητών, οι οποίοι μπορούν να περάσουν στο προσκήνιο της εκπαιδευτικής πράξης και να συμμετάσχουν σε διαδικασίες κατασκευής της γνώσης, μέσα από την αλληλεπίδραση με το περιβάλλον και τους συμμαθητές τους, και τέλος να προχωρήσουν σε διαδικασίες αλληλεπίδρασης και αυτοαξιολόγησης.

Με βάση τις προηγούμενες αναφορές μας προκύπτει ο προβληματισμός της επιλογής του μοντέλου διδασκαλίας από τον καθηγητή των μαθηματικών αλλά και το ποιο μοντέλο ο ίδιος θεωρεί περισσότερο αποτελεσματικό στην πορεία προς τη μάθηση. Τέλος μπαίνει ο προβληματισμός για το αν χρησιμοποιεί ο καθηγητής των μαθηματικών τις νέες τεχνολογίες και κατά πόσο είναι έτοιμος να τις χρησιμοποιήσει στο μέλλον για τη διδασκαλία των μαθηματικών.

## **2.5. Ανασκόπηση σχετικών ερευνών**

Τις τελευταίες δύο δεκαετίες υπάρχει σημαντική ερευνητική δουλειά στο θέμα των αντιλήψεων και των πεποιθήσεων των εκπαιδευτικών γενικότερα και συγκεκριμένα πως αυτές επηρεάζουν την επιλογή των μέσων και στρατηγικών διδασκαλίας αλλά και ειδικότερα την επιλογή του διδακτικού μοντέλου.

Η έρευνα για την επιλογή του διδακτικού μοντέλου αποτυπώνει χρήσιμα συμπεράσματα καθώς αναδεικνύονται ορισμένα χαρακτηριστικά για τον τρόπο της διδασκαλίας των καθηγητών των μαθηματικών.

Συγκεκριμένα ο Schoenfeld (1992) επισημαίνει ότι οι εκπαιδευτικοί στην πλειοψηφία τους επιμένουν να επιλέγουν την μέθοδο του δασκαλοκεντρικού προτύπου στην καθημερινή διδακτική πράξη. Οι λόγοι που οι ίδιοι ισχυρίζονται ότι τους ωθούν σε αυτήν τους την επιλογή, παρότι αναγνωρίζουν ως κύριο μειονέκτημα την παθητική στάση των μαθητών, είναι ο περιορισμένος διαθέσιμος διδακτικός χρόνος και ότι με τον τρόπο αυτό καλύπτεται ένα μεγάλο μέρος της ύλης. Ο ίδιος πιθανολογεί ότι μπορεί να υπάρχουν και αιτίες βαθύτερες που έχουν να κάνουν με τις στάσεις των ίδιων των εκπαιδευτικών αλλά και για λόγους συνήθειας.

Εξ άλλου οι Barkatsas και Hunding (1996) συμπεραίνουν ότι παρόλο που τα τελευταία χρόνια το ποσοστό των καθηγητών των μαθηματικών που χρησιμοποιούν μαθητοκεντρικού τύπου διδακτικές προσεγγίσεις έχει αύξουσα πορεία η βασική επιλογή τους



παραμένει η δασκαλοκεντρική διδασκαλία. Στην ίδια έρευνα φαίνεται ότι οι καθηγητές με λιγότερα χρόνια υπηρεσίας υιοθετούν περισσότερο μεθόδους με ερωτήσεις, φύλλα εργασίας και συζητήσεις με τους μαθητές καθώς και την ανάθεση εργασιών στους μαθητές, από ότι οι συνάδελφοι τους με πολλά χρόνια υπηρεσίας.

Στο ίδιο θέμα εστιάζει την προσοχή του ο Nespor (1987) αναφερόμενος στο ρόλο των αντιλήψεων-πεποιθήσεων στην πρακτική εφαρμογή του διδακτικού μοντέλου που χρησιμοποιούν, όπου αναφέρει ότι οι εκπαιδευτικοί επιλέγουν μια στρατηγική διδασκαλίας ανάλογα με το αν οι ίδιοι (σε ρόλο μαθητή) θα μπορούσαν να κατανοήσουν τις έννοιες και να μάθουν την συγκεκριμένη θεματική ενότητα.

Από την ίδια έρευνα προκύπτει ότι αν οι εκπαιδευτικοί δεν είχαν χρονικούς περιορισμούς και συγκεκριμένη ποσότητα ύλης να καλύψουν θα έκαναν την επιλογή της καθοδηγούμενης ανακάλυψης ή ακόμα και της ελεύθερης ανακάλυψης.

Σε μια προσπάθεια να συνοψίσουν τις υπάρχουσες σχετικές έρευνες οι Φιλίππου και Χρήστου (2001) επισημαίνουν ότι οι έρευνες μέχρι σήμερα έδειξαν ότι οι εκπαιδευτικοί που χρησιμοποιούν και στοιχεία ανακάλυψης της γνώσης στην διδακτική τους προσέγγιση είναι περισσότερο «συμπαθείς» στους μαθητές τους με αποτέλεσμα να συμμετέχουν περισσότερο στην διαδικασία της μάθησης. Στο ίδιο βιβλίο αναφέρουν ότι οι περισσότεροι καθηγητές μαθηματικών χρησιμοποιούν αφηγηματική προσέγγιση στον τρόπο που διδάσκουν και ότι τα τελευταία χρόνια προσπαθούν, μέσω κυρίως ερωτήσεων, να ενεργοποιήσουν τους μαθητές τους.

Οι Χατζηπαντελής, Γκίνης και Κυρίσης (2001) επισημαίνουν ότι οι μισοί καθηγητές των μαθηματικών δήλωσαν ότι χρησιμοποίησαν μόνο το σχολικό βιβλίο και όχι κάποιο άλλο βοήθημα και ότι δίδαξαν με τις παραδοσιακές μεθόδους διδασκαλίας. Μετά την επιμόρφωση τους σε θέματα διδακτικών δραστηριοτήτων τα 2/3 περίπου των καθηγητών δήλωσε ότι χρησιμοποίησε σε κάποιο βαθμό καθοδηγούμενη ανακάλυψη και το 1/3 περίπου ότι στο μεγαλύτερο μέρος της διδασκαλίας ανέθεσε εργασίες σε ομάδες μαθητών.

Ο Ernest (1991) διαπιστώνει ότι ολοένα και περισσότεροι εκπαιδευτικοί αναθέτουν εργασίες, υποβάλλουν ερωτήσεις και προτρέπουν τους μαθητές τους να αναζητήσουν τη γνώση, όμως αυτή η αλλαγή θα πάρει χρόνο αφού έχουν δημιουργηθεί παγιωμένες αντιλήψεις για την μέχρι τώρα μορφή διδασκαλίας.

Στην ίδια κατεύθυνση κινείται και η Κοκκοσάρη (2006) όπου διαπιστώνεται ότι όλοι οι συμμετέχοντες εκπαιδευτικοί στην έρευνα τονίζουν τη «σπουδαιότητα και τη σημασία του να αναζητούν μόνοι τους οι μαθητές τις απαντήσεις. Το να εισάγουν ενεργά το μαθητή στην εκπαιδευτική διαδικασία με ένα συγκεκριμένο τρόπο αποτέλεσε κοινή πεποίθηση για όλους ανεξαιρέτως τους συμμετέχοντες.». Στην έρευνα αυτή δεν προέκυψαν διαφοροποιήσεις στις αντιλήψεις των καθηγητών ως προς το φύλο και τα έτη εκπαιδευτικής υπηρεσίας αλλά προέκυψαν διαφοροποιήσεις ως προς την επιμόρφωση τους. Οι καθηγητές που έχουν

επιμορφωθεί σε μεθόδους διδασκαλίας επιλέγουν περισσότερο ενεργητικές μεθόδους διδασκαλίας από ότι οι συνάδελφοι τους που δεν έχουν επιμορφωθεί. Στην ίδια έρευνα «εντοπίστηκε μια ομάδα καθηγητών με πολύ παγιωμένες αντιλήψεις που δεν αλλάζουν ούτε σε θεωρητικό επίπεδο και προέρχονται από το φροντιστηριακό χώρο, γεγονός που ερμηνεύεται από την ιδιαιτερότητα του χώρου.».

Τα παραπάνω συμπεράσματα επιβεβαιώνονται και στην έρευνα του Chen Qian στο Πανεπιστήμιο του Hong Kong (2008), όπου διαπιστώθηκε ότι τα τελευταία χρόνια οι καθηγητές των μαθηματικών έχουν κάνει κάποια βήματα στην κατεύθυνση χρήσης των διδακτικών μοντέλων που χρησιμοποιούν την καθοδηγούμενη ανακάλυψη, αλλά ακόμα η βασική μέθοδος διδασκαλίας παραμένει η δασκαλοκεντρική η «παραδοσιακή» αφού ο περισσότερος διδακτικός χρόνος, όπως προέκυψε από τις απαντήσεις των καθηγητών, αφιερώνεται στην αφήγηση-παρουσίαση και λύση ασκήσεων από τον ίδιο το διδάσκοντα. Στην έρευνα αυτή διαπιστώνονται διαφοροποιήσεις των αντιλήψεων της επιλογής του διδακτικού μοντέλου ως προς τα έτη που διδάσκουν αλλά και ως προς τις περαιτέρω σπουδές τους. Οι εκπαιδευτικοί με λίγα έτη υπηρεσίας και με επιπλέον σπουδές χρησιμοποιούν περισσότερο από άλλους χαρακτηριστικά μαθητοκεντρικού τύπου διδασκαλίας.

Τέλος ο Baralos (2007) σε έρευνα του αναφέρει ως συμπέρασμα: «Ένα αξιοσημείωτο αποτέλεσμα είναι ότι, αντίθετα από τις προσδοκίες μας, όσο περνάει ο καιρός, οι καθηγητές μαθηματικών τείνουν να μετακινούνται προς πιο μοντέρνες επιλογές, παρά προς πιο παραδοσιακές. Η εξήγησή μας για αυτό το εύρημα είναι ότι οι καθηγητές με πολλά χρόνια διδακτικής εμπειρίας συνειδητοποιούν τα αδιέξοδα στα οποία οδηγούν οι επιλογές για παραδοσιακές μεθόδους διδασκαλίας και επειδή αισθάνονται μάλλον ασφαλείς εξαιτίας της πολύχρονης εκπαιδευτικής υπηρεσίας τους, αισθάνονται ελεύθεροι να επιχειρήσουν μια εναλλακτική προσέγγιση στη διδασκαλία.».

Στην ίδια έρευνα δεν αναφέρονται διαφοροποιήσεις της επιλογής του διδακτικού μοντέλου των καθηγητών των μαθηματικών ως προς το φύλο τους, αναφέρονται όμως κάποιες διαφοροποιήσεις ως προς την κατοχή μεταπτυχιακού τίτλου σπουδών και πιστοποιητικών επιμόρφωσης.

Από τις έρευνες αυτές διαπιστώνουμε ότι οι καθηγητές των μαθηματικών, στην πλειοψηφία τους, επιλέγουν την δασκαλοκεντρική διδασκαλία αλλά αρκετοί από αυτούς χρησιμοποιούν, έστω και σε μικρό βαθμό, και πιο ενεργητικές μεθόδους διδασκαλίας, όπως η μέθοδος της καθοδηγούμενης ανακάλυψης καθώς και την υποβολή ερωτήσεων. Ως προς τις διαφοροποιήσεις της επιλογής του διδακτικού μοντέλου σε σχέση με το φύλο δεν προέκυψαν διαφοροποιήσεις. Μικρές εξάλλου διαφοροποιήσεις φαίνεται να προκύπτουν σε σχέση με τα έτη εκπαιδευτικής υπηρεσίας των καθηγητών των μαθηματικών. Τέλος σημαντικές διαφοροποιήσεις στην επιλογή του διδακτικού μοντέλου προέκυψαν ως προς

τους μεταπτυχιακούς τίτλους σπουδών και την περαιτέρω επιμόρφωση, καθώς οι καθηγητές που είχαν μεταπτυχιακό τίτλο σπουδών ή έχουν επιμορφωθεί σχετικά υιοθετούν σε μεγαλύτερο βαθμό μαθητοκεντρικού τύπου διδασκαλία από τους συναδέλφους τους. Δεν βρέθηκαν συμπεράσματα που να αφορούν τις αντιλήψεις των καθηγητών μαθηματικών σε σχέση με τον τύπο του σχολείου που υπηρετούν.

Η έρευνα για το θεωρούμενο από τη μεριά των καθηγητών των μαθηματικών ως αποτελεσματικότερο διδακτικό μοντέλο αποτυπώνει σημαντικά συμπεράσματα.

Στην έρευνα των Μπαρκάτσα, Καραγεώργου και Χιονίδου (2001), προκύπτουν ενδιαφέροντα συμπεράσματα που τα κυριότερα από αυτά είναι:

Οι καθηγητές των μαθηματικών χωρίζονται σε τρεις βασικές κατηγορίες ανάλογα με τις αντιλήψεις τους: α) Υπάρχουν καθηγητές που ενστερνίζονται μια σειρά από αντιλήψεις οι οποίες θα μπορούσαν να χαρακτηριστούν ως αντιλήψεις «μεταφοράς-μετάδοσης γνώσεων», β) καθηγητές των μαθηματικών που υιοθετούν μια σειρά αντιλήψεων οι οποίες θα μπορούσαν να χαρακτηριστούν ως «κοινωνικό-κονστροκτιβιστικές» και γ) καθηγητές που ενστερνίζονται ένα γενικά «μη παραδοσιακό-συνεργατικό» προσανατολισμό της μαθησιακής διαδικασίας και της διδακτικής των μαθηματικών. Στην έρευνα αυτή φάνηκε ακόμα ότι ο αναστοχασμός των καθηγητών όσον αφορά στις προσωπικές τους εμπειρίες μέσα στην τάξη, μπορούν να διαμορφώσουν και να επηρεάσουν τις αντιλήψεις τους, καθώς και ότι μπορούν να συμβάλουν στον μαθηματικό αναλφαβητισμό με την διαιώνιση στερεότυπων και αναχρονιστικών απόψεων για τα μαθηματικά.

Είναι ακόμα σημαντικό να αναφέρουμε κατά λέξη αυτό που οι ερευνητές ισχυρίζονται στα συμπεράσματα αυτής της έρευνας: «Ισχυριζόμαστε ότι είναι ιδιαίτερα σημαντική η κατανόηση της πολύπλοκης διαδικασίας των αντιλήψεων και των διδακτικών πρακτικών των καθηγητών, στην προσπάθεια μετασχηματισμού διδακτικών πρακτικών οι οποίες είναι προσανατολισμένες στη μετάδοση της γνώσης. Λαμβάνοντας υπόψη τη σπουδαιότητα των αξιών στη διδασκαλία και την αλληλοσυσχέτιση των αξιών αυτών με τα συστήματα αντιλήψεων-πεπιοθήσεων των εκπαιδευτικών, θα μπορούσαμε να υποθέσουμε ότι μία τέτοια κατανόηση θα αποτελέσει το «υπομόχλιο» των μελλοντικών μεταρρυθμίσεων που στοχεύουν σε μία κοινωνία που θα εξαλείψει το μαθηματικό αναλφαβητισμό».

Συνολικά, τα ευρήματα της έρευνας αυτής δείχνουν ότι οι καθηγητές των μαθηματικών εμφανίζονται ευαισθητοποιημένοι και καλοί γνώστες των κοινωνικό-κονστροκτιβιστικών θεωριών μάθησης, των διδακτικών μοντέλων και προσαρμόζουν τις αντιλήψεις τους σχετικά με τη διδασκαλία των μαθηματικών και με τους εαυτούς τους, ως καθηγητές των μαθηματικών, για να εναρμονιστούν με τις επικρατούσες κοινωνικές νόρμες. Σε ότι αφορά στις διαφοροποιήσεις των αντιλήψεων των καθηγητών των μαθηματικών σε σχέση με ποιο διδακτικό μοντέλο είναι πιο αποτελεσματικό δεν προέκυψαν διαφοροποιήσεις σε ότι αφορά στο φύλο και στα έτη υπηρεσίας αλλά προέκυψαν διαφορές

σε ότι αφορά στις περαιτέρω σπουδές και στην επιμόρφωση όπου αυτοί που έχουν επιμορφωθεί ή έχουν περαιτέρω σπουδές θεωρούν πιο αποτελεσματική τη διδασκαλία που χρησιμοποιεί μοντέλα ανακάλυψης ή συνεργατικές- ομαδοσυνεργατικές μεθόδους μάθησης.

Ακόμα σε έρευνα των Οικονόμου, Τζεκάκη κ.α (1997) στους νεοδιόριστους καθηγητές μαθηματικών κατά την επιμόρφωση τους στα ΠΕΚ, προέκυψε ότι οι θεωρητικές αντιλήψεις των καθηγητών για τη διδακτική των μαθηματικών και τη διδασκαλία τους μεταβάλλονται κατά την διάρκεια της επιμόρφωσης τους στα ΠΕΚ από το «φροντιστηριακό» και το «παραδοσιακό» μοντέλο διδασκαλίας προς το «κονστροκτιβιστικό» μοντέλο. Την μεταβολή αυτή οι καθηγητές την αντιλαμβάνονται μόνο σε θεωρητικό επίπεδο και δυσκολεύονται να τη συνδέσουν με την πράξη και την καθημερινή πραγματικότητα. Στην έρευνα αυτή δεν διαπιστώνονται διαφοροποιήσεις των αντιλήψεων των καθηγητών των μαθηματικών για την επιλογή του διδακτικού μοντέλου ως προς το φύλο αλλά αναφέρονται μικρές διαφορές ως προς τα έτη υπηρεσίας τους. Οι καθηγητές των μαθηματικών με πολλά χρόνια υπηρεσίας χρησιμοποιούν λιγότερο τις μεθόδους ανακάλυψης της γνώσης σε σύγκριση με τους καθηγητές με λίγα χρόνια υπηρεσίας.

Η Thomson (1992) καταλήγει στο συμπέρασμα ότι οι δάσκαλοι των μαθηματικών, στην πλειοψηφία τους, θα ανέθεταν στους μαθητές τους την εκπόνηση ομαδικών εργασιών, προκειμένου να προωθήσουν την μεταξύ τους συνεργασία, και μάλιστα με μεγάλη συχνότητα. Στην ίδια έρευνα οι καθηγητές των μαθηματικών δείχνουν τον προβληματισμό τους σε ότι αφορά στη μετάβαση από τις παραδοσιακές στις εναλλακτικές αντιλήψεις για τα μαθηματικά και την μαθησιακή διαδικασία αλλά και την διδακτική τους, αν αποτελεί μία ομαλή συνεχή διαδικασία ή αν υπάρχει ένα βαθύ χάσμα μεταξύ των κυρίαρχων παραδειγμάτων της διδακτικής των μαθηματικών.

Σε άλλη έρευνα της Thomson (1985) αναφέρεται ότι οι καθηγητές των μαθηματικών, στην πλειοψηφία τους, δηλώνουν ότι τα αποτελέσματα είναι πολύ ενθαρρυντικά, από την διδακτική τεχνική της επίλυσης προβλημάτων (problem solving) και ότι αρκετές φορές προσπαθούν να προτρέψουν τους μαθητές τους να δοκιμάσουν ιδέες και πιθανές λύσεις σε πρακτικές εφαρμογές της μαθηματικής γνώσης, δηλαδή στη λύση προβλημάτων. Στην περίπτωση της επίλυσης προβλημάτων και της δοκιμής-λύσης υπάρχει μια καθολική συμφωνία των καθηγητών των μαθηματικών χωρίς διαφοροποιήσεις ούτε ως προς το φύλο, ούτε ως προς τα έτη υπηρεσίας αλλά ούτε και ως προς τις περαιτέρω σπουδές και την επιμόρφωση.

Σε άλλη έρευνα της Thomson (1984) επισημαίνει ότι η πρακτική άσκηση των μαθητών με δοκιμές και εικασίες, σε συγκεκριμένα θέματα έχει πολύ θετικά αποτελέσματα στην κατανόηση των μαθηματικών εννοιών αλλά και στην γνώση και στην ικανότητα διαχείρισης σύνθετων μαθηματικών υπολογισμών. Ειδικά αναφέρεται στην Ευκλείδεια Γεωμετρία και παρατηρεί ότι η εποπτεία του σχήματος, καθώς και η ερμηνεία του, είναι

παράγοντες που συμβάλλουν σημαντικά στην μάθηση της. Έτσι, συμπληρώνει ότι η στρατηγική της μάθησης στην περιοχή της Γεωμετρίας θα πρέπει να περιέχει στοιχεία ανακάλυψης μέσα από την αντίληψη του σχήματος.

Επιπλέον οι Φιλίππου και Χρήστου (2001) αναφέρουν ότι η εργασία σε ομάδες είναι μια μέθοδος όπου στους μαθητές, μετά από κάποιο χρονικό διάστημα, ενεργοποιείται το ενδιαφέρον τους για την κατανόηση των μαθηματικών εννοιών. Οι καθηγητές των μαθηματικών πολύ λίγο χρησιμοποιούν την ομαδική εργασία στα πλαίσια της διδασκαλίας, αν και έχουν θετική γνώμη για τη χρήση της. Πιθανόν λόγω περιορισμένου διδακτικού χρόνου δεν την επιλέγουν. Στην έρευνα αυτή δεν προέκυψαν διαφοροποιήσεις ως προς την επιμόρφωση των καθηγητών μαθηματικών σε ότι αφορά την ομαδοσυνεργατική μάθηση.

Σε άλλη έρευνα των Φιλίππου και Christou, (1999) διαπιστώνεται ότι οι καθηγητές των μαθηματικών, στα πλαίσια της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης της Κύπρου, έχουν θετική άποψη για την διδακτική διαδικασία της καθοδηγούμενης ανακάλυψης, την οποία όμως λιγότερο εφαρμόζουν στην διδακτική τους πρακτική. Στην πλειοψηφία τους οι καθηγητές των μαθηματικών εκφράζουν θετικές απόψεις για τη συνεργατική μάθηση, για το ρόλο των ερωτήσεων στη διδασκαλία και για την ανάθεση εργασιών. Κάποιες διαφοροποιήσεις παρατηρούνται σε σχέση με τα έτη υπηρεσίας όπου φαίνεται μια επιφύλαξη των καθηγητών με πολλά χρόνια υπηρεσίας ως προς τις ανακαλυπτικές μεθόδους διδασκαλίας.

Εξάλλου ο Rajares (1992) διαπιστώνει ότι οι εκπαιδευτικοί στην πλειοψηφία τους θα επιθυμούσαν να δοκιμάσουν αρκετές διδακτικές προσεγγίσεις και τεχνικές προκειμένου να αποκτήσουν μια ολοκληρωμένη άποψη για την αποτελεσματικότητα κάθε διδακτικού μοντέλου καθώς και ότι, αν καταλήξουν σε κάποιο αποτελεσματικό διδακτικό μοντέλο τότε θα το εφαρμόζαν στην καθημερινή διδακτική τους πράξη.

Ακόμα ο McLeod (1989, 1992) συμπεραίνει ότι η πλειοψηφία των εκπαιδευτικών όλων των βαθμίδων παραδέχεται ότι οι διδακτικές προσεγγίσεις με δασκαλοκεντρικό πρότυπο και η αφηγηματική προσέγγιση περιορίζουν την ικανότητα των μαθητών να δημιουργήσουν νέα γνώση αλλά και να κατανοήσουν θέματα και ότι με τον τρόπο αυτό αναπτύσσουν, κυρίως, την ικανότητα της αποστήθισης και της μηχανιστικής των υπολογισμών. Αντίθετα η επίλυση των μαθηματικών προβλημάτων ενθαρρύνει τους μαθητές οι οποίοι σταδιακά αναπτύσσουν αυτοπεποίθηση και ικανότητα να συνθέτουν μαθηματικές γνώσεις.

Σε έρευνα των Χατζηπαντελή, Γκίνη και Κυρίτση (2001) αποδεικνύεται ότι η μάθηση με τις δραστηριότητες, που εμπλέκουν τους μαθητές σε ενεργητική συμμετοχή, είναι περισσότερο αποτελεσματική από ότι με την παραδοσιακή διδασκαλία. Η έρευνα αυτή αποκτά ιδιαίτερη σημασία γιατί έγινε συγκριτικά σε δύο περιόδους με την ίδια ομάδα μαθητών του Γυμνασίου, όπου την πρώτη περίοδο η διδασκαλία της Στατιστικής έγινε με τον παραδοσιακό τρόπο και τη δεύτερη περίοδο έγινε μετά από συνεχείς παρεμβάσεις με

δραστηριότητες. Στα συμπεράσματα της έρευνας αυτής οι συγγραφείς γράφουν: «Με τη διδακτική μας παρέμβαση η οποία σχεδιάστηκε σύμφωνα με τις νεότερες αντιλήψεις για τη διδασκαλία των Μαθηματικών-Στατιστικής τα αποτελέσματα, ως προς την μάθηση της Στατιστικής, βελτιώθηκαν σημαντικά. Είναι λοιπόν πολύ πιθανό η μέθοδος διδασκαλίας μέσω δραστηριοτήτων να είναι η καταλληλότερη από πλευράς απόδοσης των μαθητών στις έννοιες της Στατιστικής».

Η Κοκκοσάρη (2006) διαπιστώνει ότι οι εκπαιδευτικοί σε γενικές γραμμές συμφωνούν, στη συντριπτική τους πλειοψηφία, με την εφαρμογή της ενεργητικής συμμετοχής των μαθητών, της ομαδικής διδασκαλίας και την ανάθεση εργασιών στους μαθητές, αφού πιστεύουν ότι έτσι επιτυγχάνεται μία πληθώρα γνωστικών, κοινωνικών, ψυχοσυναισθηματικών και άλλων βασικών στόχων, σε βαθμό μεγαλύτερο από ότι με την παραδοσιακή διδασκαλία. Στην έρευνα αυτή αναφέρεται ακόμα, στο τμήμα των συμπερασμάτων της, ότι «Παράλληλα αντιλαμβανόμαστε ότι οι εκπαιδευτικοί έχουν αποδεχθεί την κυρίαρχη ιδέα της σύγχρονης παιδαγωγικής, σύμφωνα με την οποία η διαδικασία της μάθησης λαμβάνεται εξίσου σοβαρά υπόψη με το περιεχόμενο της. Από την άλλη, η στάση τους απέναντι στις ενεργητικές μορφές διδασκαλίας, κατά την εκπαιδευτική διαδικασία -τουλάχιστον κατά τα λεγόμενα τους- είναι λιγότερο αισιόδοξη. Στο συμπέρασμα αυτό μας οδηγεί ο σημαντικός αριθμός δυσχερειών αι μειονεκτημάτων που αναγνωρίζουν και οι συγκρατημένες απόψεις τους όσον αφορά την εφαρμογή της σε όλες τις ηλικίες και τα γνωστικά αντικείμενα». Στην έρευνα αυτή προέκυψαν σημαντικές διαφοροποιήσεις των καθηγητών των μαθηματικών σε σχέση με το βαθμό της επιμόρφωσης που είχαν σε θέματα διδακτικής και παιδαγωγικών αφού αυτοί φάνηκε ότι δεν θεωρούν καθόλου αποτελεσματικές τις δασκαλοκεντρικές μεθόδους διδασκαλίας. Στην ίδια έρευνα δεν φάνηκαν διαφοροποιήσεις ως προς το φύλο και τα έτη υπηρεσίας.

Στην έρευνα του Chen Qian στο Πανεπιστήμιο του Hong Kong (2008), διαπιστώθηκε ότι οι καθηγητές των μαθηματικών θεωρούν ότι το αποτελεσματικότερο διδακτικό μοντέλο είναι αυτό που χρησιμοποιεί μεθόδους ανακάλυψης και περισσότερο την καθοδηγούμενη ανακάλυψη. Στην ίδια έρευνα επίσης προέκυψε ότι οι ομάδες εργασίας έχουν θετικά αποτελέσματα στην δραστηριοποίηση των μαθητών όπως επίσης ότι στην πορεία της μάθησης βοηθάει η επίλυση προβλημάτων. Μάλιστα από την έρευνα αυτή προκύπτει ότι οι καθηγητές των μαθηματικών παρέχουν κάποιο από τον διδακτικό χρόνο στους μαθητές τους για να αναζητήσουν δικές τους λύσεις. Ακόμα στην ίδια έρευνα φαίνεται ότι ναι μεν οι καθηγητές στην πλειοψηφία τους έχουν την διάθεση να δίνουν στο μαθητή χρόνο να φτιάξει τις δικές του μαθηματικές γνώσεις αλλά αυτό θα πρέπει να γίνεται σε κάποια πλαίσια χρόνου.

Στην ίδια έρευνα προέκυψαν διαφοροποιήσεις ως προς τα έτη υπηρεσίας και ως προς το επίπεδο των περαιτέρω σπουδών αφού οι νεότεροι σε έτη υπηρεσίας εκφράζονται πιο θετικά για τις μεθόδους της ανακάλυψης σε σχέση με τους παλαιότερους. Ακόμα οι

καθηγητές με περαιτέρω σπουδές εκφράζονται πολύ θετικά για την υποβολή ερωτήσεων, για την ανάθεση ομαδικών εργασιών αλλά και για τις μεθόδους ανακάλυψης.

Ο Baralos (2007) σε έρευνα του σημειώνει μεταξύ άλλων ότι:

«... Παρόλα αυτά, αξίζει να πούμε ότι: ο τρόπος διορισμού δεν επηρεάζει την μεταβολή των καθηγητών προς πιο μοντέρνα μοντέλα διδασκαλίας και εκμάθησης των μαθηματικών. Η εξήγησή μας είναι ότι αυτοί οι καθηγητές, πριν το διορισμό τους σε δημόσια σχολεία, δίδασκαν σε ιδιωτικά φροντιστήρια, και έτσι οι αντιλήψεις τους διατηρούνται πιο κοντά σε παραδοσιακές μορφές διδασκαλίας». Γενικά στην έρευνα αυτή διαπιστώνεται ότι οι καθηγητές των μαθηματικών έχουν απόλυτες-παραδοσιακές απόψεις για τα νοητικά μοντέλα που έχουν ενστερνιστεί και θέσει σε εφαρμογή για τη διδασκαλία και την εκμάθηση και αυτό το αποτέλεσμα έρχεται σε συμφωνία με τους Thompson (1984) και Ernest (1991).

Από τις έρευνες αυτές διαπιστώνουμε ότι οι καθηγητές των μαθηματικών θεωρούν στην πλειοψηφία τους αποτελεσματικότερα τα διδακτικά μοντέλα που εμπεριέχουν στοιχεία μαθητοκεντρικής διδασκαλίας, όπως η καθοδηγούμενη ανακάλυψη, οι ερωτήσεις, τα φύλλα εργασίας, η ανάθεση εργασιών και η επίλυση προβλήματος. Δεν παρατηρούνται στο θέμα αυτό διαφοροποιήσεις ως προς το φύλο, παρατηρούνται κάποιες διαφοροποιήσεις στις αντιλήψεις τους σε ότι αφορά στα έτη εκπαιδευτικής υπηρεσίας και μεγαλύτερες διαφοροποιήσεις σε ότι αφορά στο επίπεδο σπουδών τους και στην επιμόρφωση τους.

Η έρευνα για τη χρήση των νέων τεχνολογιών στη διδακτική διαδικασία των μαθηματικών αποτυπώνει ενδιαφέροντα συμπεράσματα:

Σύμφωνα με τους Κασιμάτη και Γιαλαμά (2001) το 71,6% των καθηγητών μαθηματικών θεωρεί ότι ο ηλεκτρονικός υπολογιστής μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως συμπλήρωμα στην διδασκαλία, ενώ το 89,5% δεν πιστεύει ότι ο ηλεκτρονικός υπολογιστής μπορεί να λειτουργήσει ως υποκατάστατο της. Στην ερώτηση εάν η χρήση του υπολογιστή μπορεί να μεταβάλει θετικά το μαθησιακό περιβάλλον το 65,2% των εκπαιδευτικών απάντησε ότι δημιουργείται ένα καινούριο μαθησιακό περιβάλλον. Ένα μεγάλο ποσοστό της τάξης του 86,4% δήλωσαν ότι δεν είχαν εμπειρίες από τη χρήση των Νέων Τεχνολογιών στη διδασκαλία των μαθηματικών ενώ όσοι έχουν χρησιμοποιήσει Η/Υ προτίμησαν το διαδίκτυο και την εφαρμογή παρουσιάσεων. Στην έρευνα αυτή δεν διαπιστώνονται διαφοροποιήσεις των καθηγητών των μαθηματικών ως προς το φύλο αλλά διαπιστώνονται σημαντικές διαφοροποιήσεις ως προς τα έτη υπηρεσίας και την επιμόρφωση στις Ν.Τ. Συγκεκριμένα οι έχοντες λιγότερα έτη εκπαιδευτικής υπηρεσίας ενσωματώνουν περισσότερο στην διδασκαλία τους τις Ν.Τ. σε σχέση με αυτούς που έχουν περισσότερα έτη εκπαιδευτικής υπηρεσίας ενώ αυτοί που έχουν επιμορφωθεί στις Ν.Τ. έχουν πιο θετική στάση απέναντι στη χρήση τους στην καθημερινή διδασκαλία.

Εξάλλου, οι Κοτζαμπασάκης και Ιωαννίδης (2000) διαπιστώνουν ότι η συντριπτική πλειοψηφία των καθηγητών μαθηματικών θεωρεί απαραίτητη την εισαγωγή των νέων

τεχνολογιών στην διδακτική διαδικασία και δείχνει διάθεση για απόκτηση περαιτέρω γνώσεων για τις νέες τεχνολογίες, θετική στάση και αυτοπεποίθηση στη χρήση του υπολογιστή.

Στα ίδια συμπεράσματα καταλήγει και η έρευνα του Καρτσιώτη (2000) όπου διαφαίνεται ότι οι καθηγητές των μαθηματικών έχουν θετική στάση απέναντι στις νέες τεχνολογίες προκειμένου να τις χρησιμοποιήσουν στη διδασκαλία τους. Μεγάλο ποσοστό της τάξης του 83% των ερωτώμενων καθηγητών δήλωσαν ότι πιστεύουν ότι θα κληθούν σύντομα να χρησιμοποιήσουν τις νέες τεχνολογίες στην διδασκαλία τους. Στην έρευνα αυτή δεν διαπιστώνονται διαφοροποιήσεις των καθηγητών των μαθηματικών ως προς το φύλο αλλά διαπιστώνονται μικρές διαφοροποιήσεις ως προς τα έτη υπηρεσίας και σημαντικές διαφοροποιήσεις ως προς την επιμόρφωση στις Ν.Τ.

Όμως στην έρευνα των Μπαλτζή και Κελεσίδη (2000) εξάγονται διαφορετικά αποτελέσματα για τις απόψεις των καθηγητών των μαθηματικών σχετικά με τη χρησιμότητα του υπολογιστή και την αποτελεσματικότητα των νέων τεχνολογιών στη διδασκαλία των μαθηματικών. Συγκεκριμένα διαπιστώθηκε ότι οι νεοεισερχόμενοι καθηγητές και όσοι έχουν μέχρι 10 χρόνια υπηρεσίας έχουν θετική στάση απέναντι στην περαιτέρω εισαγωγή των νέων τεχνολογιών στην διδασκαλία των μαθηματικών σε ποσοστό 75% και μεγάλο μέρος αυτών το πραγματοποιεί κιάλας στη καθημερινή του διδασκαλία, ενώ οι καθηγητές των μαθηματικών που έχουν περισσότερα από 20 χρόνια υπηρεσίας σε ποσοστό 58,7% εκτιμούν ότι μια τέτοια εξέλιξη δεν θα βοηθούσε την αποτελεσματικότητα της διδακτικής διαδικασίας. Από την έρευνα αυτή προέκυψε ότι οι καθηγητές χρησιμοποιούν κυρίως το διαδίκτυο και την εφαρμογή παρουσιάσεων όταν χρησιμοποιούν τους Η/Υ στη διδασκαλία τους.

Ακόμα στην έρευνα για την αξιολόγηση της δράσης του προγράμματος «Οδυσσέα» από τους Κασωτάκη, Κυνηγό κ.α (2000) ήταν προφανής η επιθυμία των καθηγητών των μαθηματικών για επιπλέον επιμόρφωση, όχι τόσο σε τεχνικά ζητήματα, αλλά κυρίως σε παιδαγωγικά θέματα ορθής χρήσης των νέων τεχνολογιών. Μάλιστα οι ίδιοι οι εκπαιδευτικοί που δήλωσαν ότι δεν είχαν εντάξει τις νέες τεχνολογίες στην καθημερινή πρακτική τους ταυτόχρονα αναγνώρισαν ότι αυτές δεν είναι απλά ένα μέσο βελτίωσης των παραδοσιακών μεθόδων διδασκαλίας και μάθησης, αλλά ένα εργαλείο ενθάρρυνσης για την υιοθέτηση νέων τρόπων προσέγγισης του γνωστικού αντικείμενου.

Τέλος ο Ρουσομάνης (2006) στο τμήμα εκείνο που αφορά στους καθηγητές των μαθηματικών, τονίζει ότι ενώ η πλειοψηφία των εκπαιδευτικών έχει θετική στάση για τη χρήση των Ν.Τ στη διδασκαλία του μαθήματος οι ίδιοι εκπαιδευτικοί δηλώνουν ότι αυτό δεν μπορεί να γίνει εύκολα λόγω των τεχνικών ελλείψεων που υπάρχουν στα σχολεία. Από την έρευνα αυτή προέκυψε ότι η πλειοψηφία των καθηγητών των μαθηματικών δεν χρησιμοποιεί τις Ν.Τ στην καθημερινή διδασκαλία ενώ έχει επιμορφωθεί και πιστοποιηθεί σε αυτές. Στην



ίδια έρευνα δεν προέκυψαν διαφοροποιήσεις ως προς το φύλο και τα έτη εκπαιδευτικής υπηρεσίας ενώ προέκυψαν σημαντικές διαφοροποιήσεις ως προς την επιμόρφωση τους στις Ν.Τ αφού αυτοί που έχουν επιμορφωθεί έχουν πιο θετική στάση για τη χρήση των Ν.Τ στην διδασκαλία των μαθηματικών.

Παρ' όλες τις παραπάνω αναφορές μας οι έρευνες που αφορούν στις επιλογές των εκπαιδευτικών στα διδακτικά μοντέλα καθώς και ποια από αυτά θεωρούν πιο αποτελεσματικά για τη μάθηση των μαθηματικών είναι λίγες και το θέμα αυτό χρειάζεται περαιτέρω διερεύνηση. Τέλος η ραγδαία εξέλιξη των Ν.Τ και η συνεχώς αυξανόμενη χρήση τους στην διδασκαλία των μαθηματικών είναι θέμα που χρειάζεται συνεχώς διερεύνηση.

Το έλλειμμα που παρατηρούμε στις παραπάνω έρευνες έγκειται στο ότι δεν ερευνήθηκαν παράμετροι που πιθανόν να επιδρούν στην επιλογή των διδακτικών μοντέλων των μαθηματικών καθώς και στην αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας των διδακτικών μοντέλων. Τέτοιοι παράμετροι είναι ο τύπος του σχολείου που υπηρετούν οι καθηγητές των μαθηματικών (Ημερήσιο Γυμνάσιο, Ημερήσιο Γενικό Λύκειο ή Επαγγελματικό Λύκειο), οι περαιτέρω σπουδές ή η απόκτηση άλλου πτυχίου παιδαγωγικής κατεύθυνσης. Επίσης δεν ερευνήθηκαν επαρκώς σε ότι αφορά στην επιλογή και στην αξιολόγηση των διδακτικών μοντέλων από τους καθηγητές των μαθηματικών, οι παράμετροι των ετών εκπαιδευτικής υπηρεσίας και της επιμόρφωσης. Τέλος, ως προς τη χρήση και την εμπλοκή των Νέων τεχνολογιών στην διδασκαλία των μαθηματικών, δεν έχει ερευνηθεί επαρκώς πως επιδρούν στις αντιλήψεις των καθηγητών μαθηματικών οι παράγοντες των ετών εκπαιδευτικής υπηρεσίας, της επιμόρφωσης και των περαιτέρω σπουδών. Δεν προέκυψε επίσης έρευνες που να δείχνουν την επίδραση του τύπου του σχολείου που υπηρετούν οι εκπαιδευτικοί και τη σε σχέση του με την αποδοχή, τη χρήση και την εμπλοκή των Νέων Τεχνολογιών στην διδασκαλία των μαθηματικών.

