Κεφάλαιο 5

ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟ ΡΕΥΜΑ (AC)

Ενότητα 5.1

Εναλλασσόμενο ρεύμα (AC)

“Διδακτικοί στόχοι”

Με τη μελέτη της ενότητας αυτής οι μαθητές θα είναι σε θέση:

- *να **αναγνωρίζουν** και να **υπολογίζουν** τα χαρακτηριστικά μεγέθη του εναλλασσόμενου ρεύματος.*
- *να **κατανοούν** τον τρόπο παραγωγής του εναλλασσόμενου ρεύματος.*
- *να **προσθέτουν** και να **αφαιρούν** εναλλασσόμενα μεγέθη με τη βοήθεια διανυσμάτων.*
- *να **ξεχωρίζουν** συμφασικά ρεύματα και ρεύματα με διαφορά φάσης.*

5.1.1. Μεταβαλλόμενα και εναλλασσόμενα ρεύματα

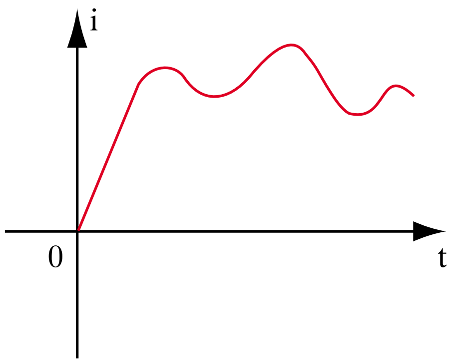
Κατά τη φόρτιση ενός πυκνωτή (σχήμα 4.2.15) διαπιστώσαμε ότι το ρεύμα δεν παραμένει σταθερό αλλά ξεκινά από μια μέγιστη τιμή (έναρξη φόρτισης) και μειώνεται μέχρι να μηδενιστεί (τέλος φόρτισης). Το ίδιο ακριβώς συμβαίνει και κατά την εκφόρτιση του πυκνωτή με τη διαφορά ότι η φορά του ρεύματος είναι αντίθετη από εκείνη κατά τη φόρτιση.

Παρατηρούμε λοιπόν ότι υπάρχουν ρεύματα, τα οποία μεταβάλλονται ως προς το χρόνο σε αντίθεση με τα συνεχή ρεύματα, τα οποία, όπως έχουμε δει, παραμένουν σταθερά.

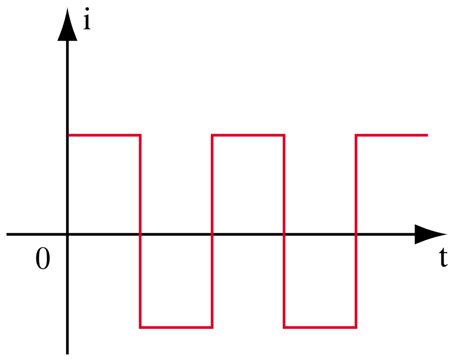
Υπάρχει λοιπόν η ανάγκη μελέτης τέτοιων ρευμάτων, αν σκεφθεί κανείς ότι, η περισσότερη ηλεκτρική ενέργεια διανέμεται με τη μορφή μεταβαλλόμενων (και ειδικότερα εναλλασσόμενων) ρευμάτων στα σπίτια, στα εργοστάσια κτλ.

❑ **Μεταβαλλόμενο ονομάζεται το ρεύμα, του οποίου η ένταση ή η φορά, ή και τα δύο μαζί μεταβάλλονται ως προς το χρόνο.**

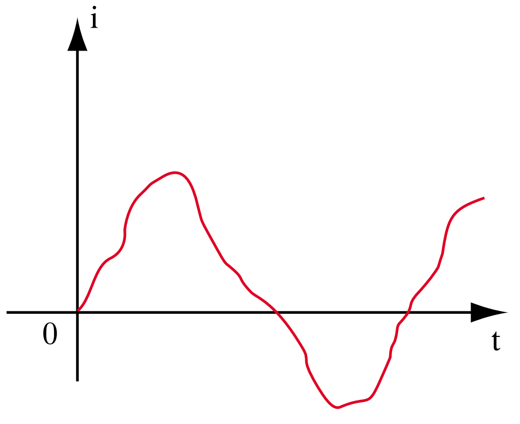
Στο σχήμα 5.1.1 φαίνονται διάφορες μορφές μεταβαλλόμενου ρεύματος.



Μεταβαλλόμενη ένταση
(α)



Μεταβαλλόμενη φορά
(β)



Μεταβαλλόμενη ένταση και φορά
(γ)

Σχήμα 5.1.1. Μεταβαλλόμενα ρεύματα

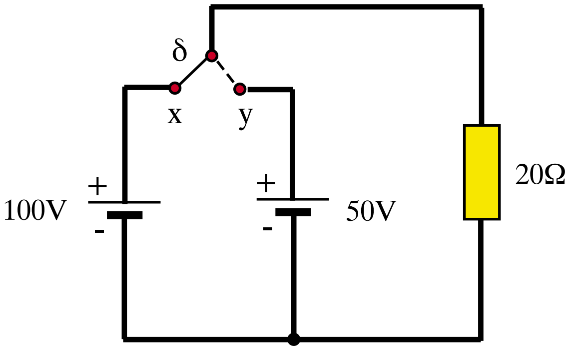
❑ **Η τιμή της έντασης ενός μεταβαλλόμενου ρεύματος σε κάποια χρονική στιγμή ονομάζεται στιγμιαία τιμή της έντασης και συμβολίζεται με το γράμμα i.**

Εάν από μια διατομή ενός αγωγού διέρχεται ποσότητα φορτίου ΔQ σε ένα πολύ μικρό χρονικό διάστημα Δt, σύμφωνα με τον ορισμό της έντασης ηλεκτρικού ρεύματος, η στιγμιαία ένταση τη χρονική στιγμή t είναι:

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \qquad (5.1.1)$$

Μία κατηγορία μεταβαλλόμενων ρευμάτων με ιδιαίτερη πρακτική σημασία είναι τα λεγόμενα **περιοδικά ρεύματα.**

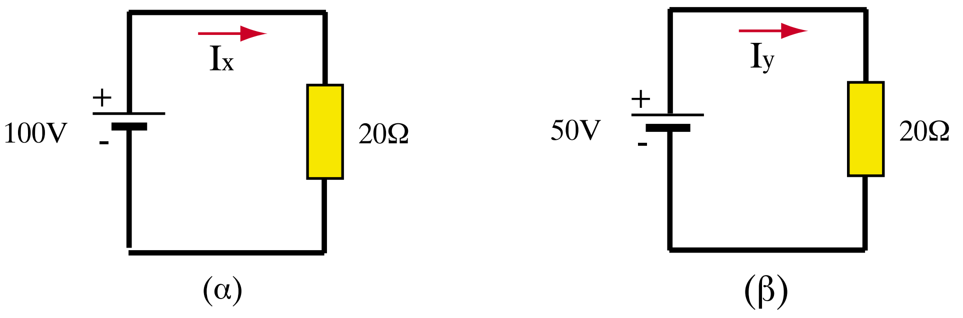
Για να κατανοήσουμε την έννοια του περιοδικού ρεύματος ας προσπαθήσουμε να εξηγήσουμε τη λειτουργία του κυκλώματος που φαίνεται στο σχήμα 5.1.2, όπου τη χρονική στιγμή t = 0 ο διακόπτης δ βρίσκεται στη θέση x και αφού παραμείνει για χρόνο 0,1s μετακινείται στη θέση y όπου παραμένει και πάλι για χρόνο 0,1s και μετακινείται εκ νέου στη θέση x κ.ο.κ.



Σχήμα 5.1.2. Κύκλωμα παραγωγής περιοδικού ρεύματος

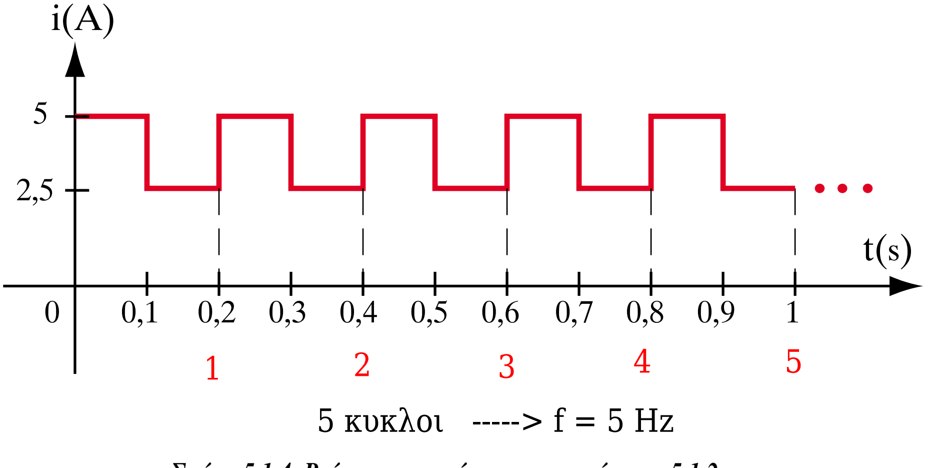
Το χρονικό διάστημα κατά το οποίο ο διακόπτης βρίσκεται στη θέση x, η αντίσταση των 20Ω διαρρέεται από ρεύμα I_x=100/20=5A (σχήμα 5.1.3.α).

Το χρονικό διάστημα κατά το οποίο ο διακόπτης βρίσκεται στη θέση y, η αντίσταση των 20Ω διαρρέεται από ρεύμα I_y=50/20=2,5A (σχήμα 5.1.3.β).



Σχήμα 5.1.3.

Το φαινόμενο αυτό επαναλαμβάνεται κάθε 0,2s με αποτέλεσμα το ρεύμα που διαρρέει την αντίσταση να παρουσιάζει τη μορφή του σχήματος 5.1.4.



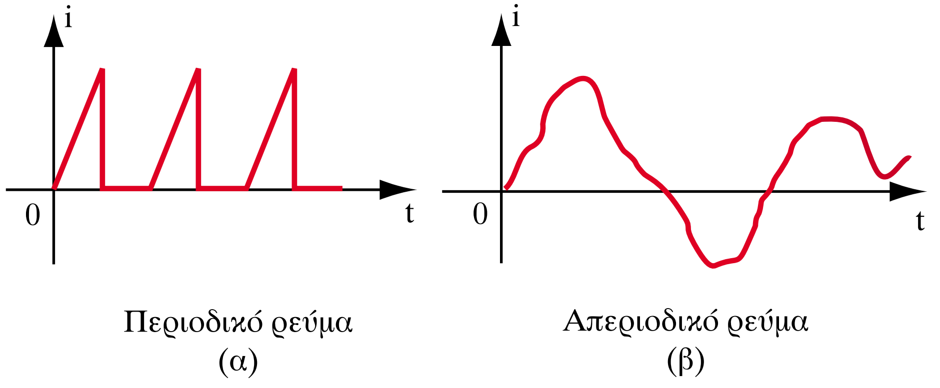
Σχήμα 5.1.4. Ρεύμα στην αντίσταση του σχήματος 5.1.2

Παρατηρώντας τη γραφική παράσταση του σχήματος 5.1.4 βλέπουμε ότι οι στιγμιαίες τιμές του ρεύματος επαναλαμβάνονται κάθε 0,2s. Τέτοια ρεύματα ονομάζονται **περιοδικά**.

Επομένως:

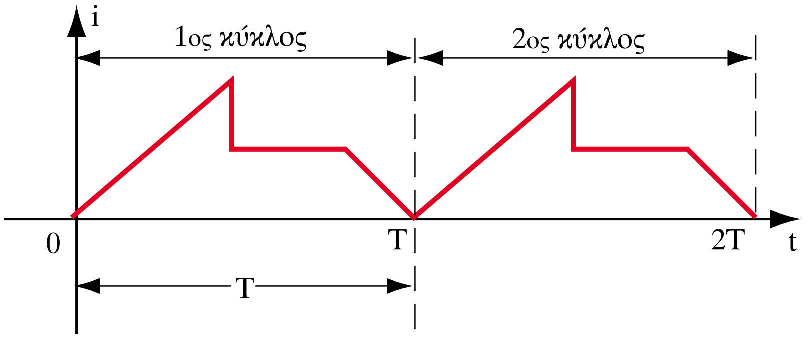
❑ **Περιοδικό ρεύμα ονομάζεται το μεταβαλλόμενο ρεύμα, του οποίου οι στιγμιαίες τιμές επαναλαμβάνονται σε ίσα και διαδοχικά χρονικά διαστήματα.**

Στην αντίθετη περίπτωση το ρεύμα ονομάζεται **απεριοδικό.**



Σχήμα 5.1.5. Περιοδικό και απεριοδικό ρεύμα

❑ **Το τμήμα της περιοδικής μεταβαλλόμενης κυματομορφής, το οποίο επαναλαμβάνεται, ονομάζεται κύκλος, το δε χρονικό διάστημα που απαιτείται, για να ολοκληρωθεί ένας κύκλος, ονομάζεται περίοδος, συμβολίζεται δε με το γράμμα T και μετριέται σε s.**



Σχήμα 5.1.6. Περίοδος, κύκλος περιοδικού ρεύματος

Έτσι, αναφερόμενοι στο κύκλωμα του σχήματος 5.1.2 παρατηρούμε ότι η περίοδος του ρεύματος είναι T = 0,2s, αφού ένας κύκλος ολοκληρώνεται σε χρόνο 0,2s.

❑ **Το πλήθος των κύκλων στη μονάδα του χρόνου (δηλ. σε 1s) ονομάζεται συχνότητα του περιοδικού ρεύματος και συμβολίζεται με το γράμμα f.**

Μονάδα μέτρησης της συχνότητας είναι το Hertz (Hz) 1Hz=1/s:

Πολλαπλάσια αυτής της μονάδας είναι τα εξής:

10^3 Hz = 1 KHz (KiloHertz)

10^6 Hz = 1 MHz (MegaHertz)

10^9 Hz = 1 GHz (GigaHertz)

Ενδεικτικά αναφέρουμε περιοχές συχνοτήτων σε διάφορους τομείς εφαρμογής :

Δίκτυα παροχής ηλεκτρικής ενέργειας	50 Hz ή 60 Hz
Επαγωγική θέρμανση	50 Hz μέχρι 4 MHz
Ενσύρματη τηλεπικοινωνία	25 Hz μέχρι 12 MHz
Ασύρματη τηλεπικοινωνία	10 KHz μέχρι 40 GHz

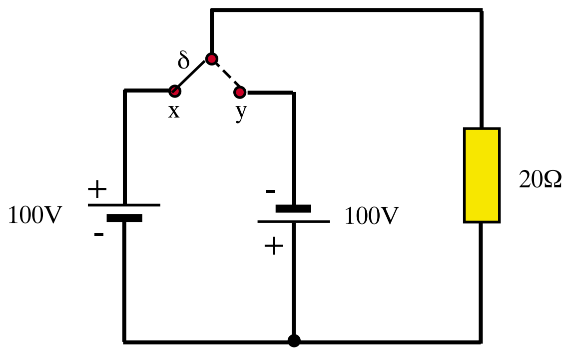
Αναφερόμενοι και πάλι στο κύκλωμα του σχήματος 5.1.2 παρατηρούμε ότι η συχνότητα του ρεύματος είναι f = 5 Hz, αφού σε χρόνο 1s το ρεύμα ολοκληρώνει 5 κύκλους.

Η περίοδος (T) και η συχνότητα (f) ενός περιοδικού ρεύματος είναι μεγέθη αντίστροφα, δηλαδή:

$$\boxed{f=\frac{1}{T} \quad \text{και} \quad T=\frac{1}{f}} \qquad (5.1.2)$$

Μία κατηγορία περιοδικών ρευμάτων που χρησιμοποιούνται ευρύτατα στην πράξη είναι τα λεγόμενα **εναλλασσόμενα ρεύματα.**

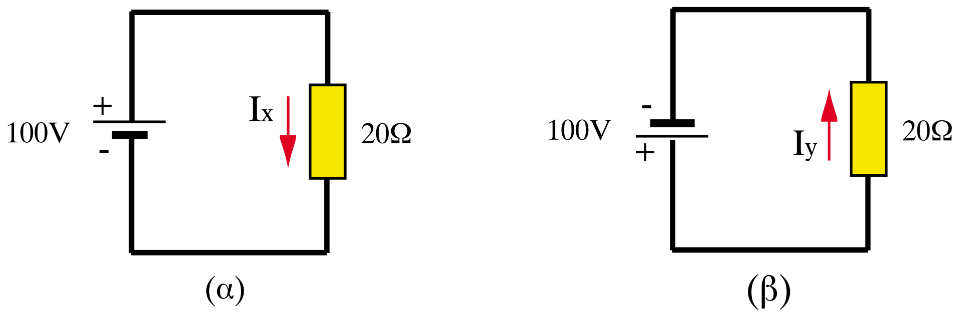
Για να κατανοήσουμε την έννοια του εναλλασσόμενου ρεύματος ας προσπαθήσουμε να εξηγήσουμε τη λειτουργία του κυκλώματος που φαίνεται στο σχήμα 5.1.7, όπου τη χρονική στιγμή t = 0 ο διακόπτης δ βρίσκεται στη θέση x, και αφού παραμείνει για χρόνο 0,1s, μετακινείται στη θέση y, όπου παραμένει και πάλι για χρόνο 0,1s και μετακινείται εκ νέου στη θέση x κ.ο.κ.



Σχήμα 5.1.7. Κύκλωμα παραγωγής εναλλασσόμενου ρεύματος

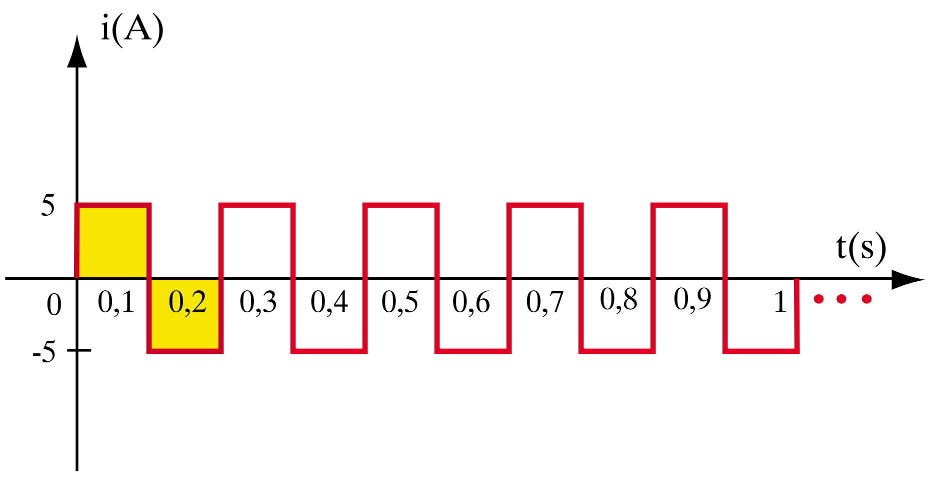
Το χρονικό διάστημα κατά το οποίο ο διακόπτης βρίσκεται στη θέση x, η αντίσταση των 20Ω διαρρέεται από ρεύμα I_x=100/20=5A (σχήμα 5.1.8.α).

Το χρονικό διάστημα κατά το οποίο ο διακόπτης βρίσκεται στη θέση y, η αντίσταση των 20Ω διαρρέεται από ρεύμα I_y=100/20=5A αντίθετης όμως φοράς από το προηγούμενο (σχήμα 5.1.8.β).



Σχήμα 5.1.8.

Το φαινόμενο αυτό επαναλαμβάνεται κάθε 0,2s με αποτέλεσμα το ρεύμα που διαρρέει την αντίσταση να παρουσιάζει τη μορφή του σχήματος 5.1.9.



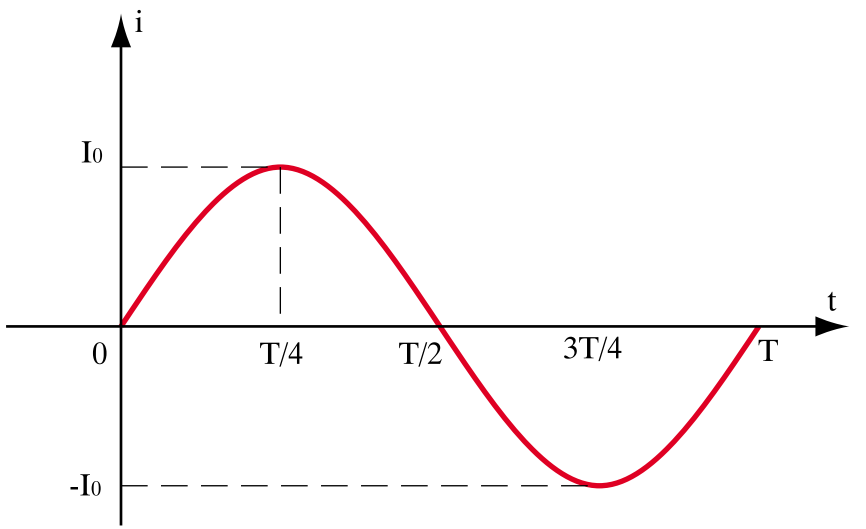
Σχήμα 5.1.9. Ρεύμα στην αντίσταση του σχήματος 5.1.7

Παρατηρώντας τη γραφική παράσταση του σχήματος 5.1.9 βλέπουμε ότι, πρόκειται για περιοδικό ρεύμα με περίοδο Τ = 0,2s και συχνότητα f = 5 Hz (όπως και το ρεύμα του κυκλώματος στο σχήμα 5.1.2). Επιπλέον όμως, το φορτίο που μετακινείται προς τη μια κατεύθυνση στην πρώτη ημιπερίοδο είναι $Q_x = i_x \cdot T/2 = 5 \cdot 0{,}1 = 0{,}5$ Cb και ισούται με το φορτίο που μετακινείται προς την αντίθετη κατεύθυνση στη δεύτερη ημιπερίοδο, το οποίο είναι $Q_y = I_y \cdot T/2 = 5 \cdot 0{,}1 = 0{,}5$ Cb. Αυτή η ιδιότητα χαρακτηρίζει το περιοδικό ρεύμα ως **εναλλασσόμενο**.

Επομένως:

- **Εναλλασσόμενο ρεύμα ονομάζεται το περιοδικό ρεύμα, στο οποίο το φορτίο που μετακινείται προς τη μία κατεύθυνση είναι ίσο με το φορτίο που μετακινείται προς την αντίθετη στο διάστημα μιας περιόδου.**

Η πιο σπουδαία μορφή εναλλασσόμενου ρεύματος που χρησιμοποιείται ευρύτατα στην πράξη, είναι το **ημιτονικό εναλλασσόμενο ρεύμα,** στο οποίο η ένταση του ρεύματος (στιγμιαία) μεταβάλλεται χρονικά σύμφωνα με την ημιτονική καμπύλη (σχήμα 5.1.10).



Σχήμα 5.1.10. Ημιτονικό εναλλασσόμενο ρεύμα $i = I_0 \cdot ημωt$

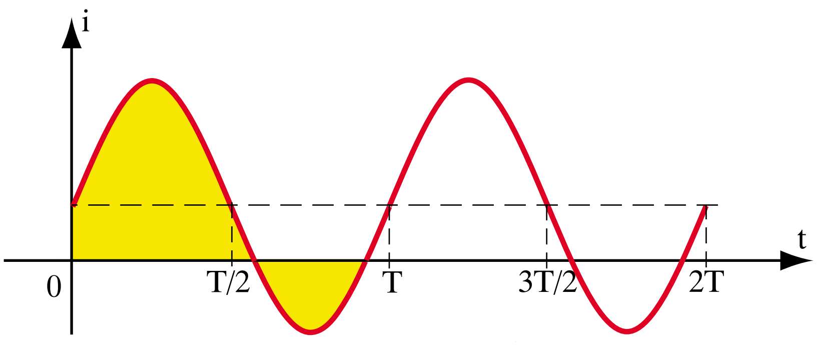
Παρατηρώντας το σχήμα 5.10 βλέπουμε ότι :

Κατά τις χρονικές στιγμές t = 0, T/2, T το ρεύμα μηδενίζεται ενώ κατά τις χρονικές στιγμές t = T/4, 3T/4 παίρνει τη μέγιστη τιμή (θετική και αρνητική αντίστοιχα). Αυτή η μεταβολή του ρεύματος χαρακτηρίζεται ως ημιτονική.

Ημιτονικές μεταβολές παρατηρούνται σε πολλά φυσικά φαινόμενα, π.χ. η ταχύτητα ενός εκκρεμούς που εκτελεί ταλάντωση (αυτό προσεγγιστικά παριστάνει π.χ. την ταχύτητα με την οποία ένα παιδί κινείται σε μια αιωρούμενη κούνια).

Η ηλεκτρική ενέργεια παρέχεται σήμερα υπό μορφή ημιτονικού εναλλασσόμενου ρεύματος. Αυτό οφείλεται στα πλεονεκτήματα που παρουσιάζει η παραγωγή, η μεταφορά και η διανομή του. Κατά συνέπεια και οι ηλεκτρικές συσκευές είναι κατασκευασμένες με τρόπο ώστε να τροφοδοτούνται με εναλλασσόμενο ρεύμα. Η επιλογή, η χρήση και η κατανόηση της λειτουργίας τους προϋποθέτει τη γνώση των νόμων του εναλλασσόμενου ρεύματος και της εναλλασσόμενης τάσης.

Στην αντίθετη περίπτωση το ρεύμα ονομάζεται **μικτό** και είναι άθροισμα ενός εναλλασσόμενου και ενός συνεχούς ρεύματος με αποτέλεσμα το φορτίο που μετακινείται προς τη μια κατεύθυνση να μην είναι ίσο με το φορτίο που μετακινείται προς την αντίθετη κατεύθυνση στο διάστημα μιας περιόδου.



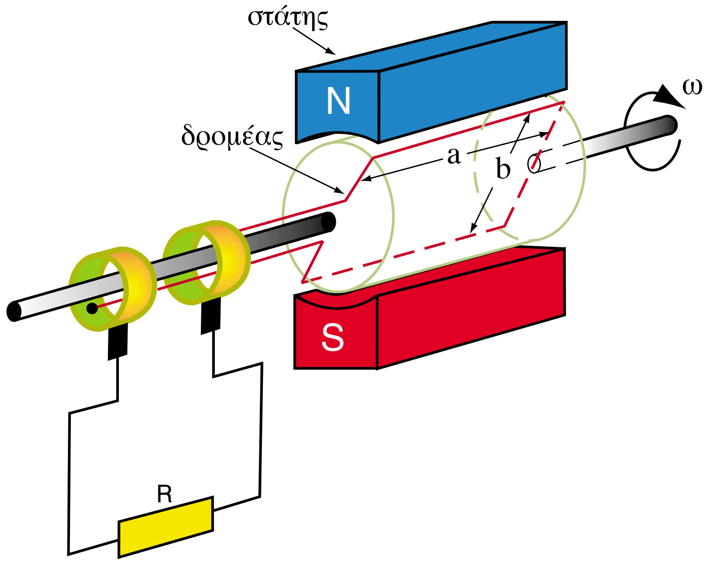
Σχήμα 5.1.11. Μικτό ρεύμα

5.1.2. Παραγωγή ημιτονικού εναλλασσόμενου ρεύματος - ημιτονικής εναλλασσόμενης τάσης

Οι έννοιες της μαγνητικής ροής και της επαγόμενης τάσης, οι οποίες αναπτύχθηκαν σε προηγούμενα κεφάλαια, είναι απαραίτητες για την κατανόηση της παραγωγής ημιτονικού εναλλασσόμενου ρεύματος.

Η παραγωγή ημιτονικού εναλλασσόμενου ρεύματος γίνεται με γεννήτριες εναλλασσόμενου ρεύματος, στις οποίες η περιστροφή του πλαισίου (δρομέα) διαστάσεων a,b και εμβαδού $S=a \cdot b$ μέσα στο μαγνητικό πεδίο του στάτη, προκαλεί μεταβολή της μαγνητικής ροής ΔΦ στο πλαίσιο, με αποτέλεσμα να εμφανίζεται ΗΕΔ στα άκρα του, η οποία είναι εναλλασσόμενη και ανάλογη με την ταχύτητα περιστροφής του πλαισίου.

Το σχήμα 5.1.12 δείχνει την αρχή λειτουργίας μιας γεννήτριας εναλλασσόμενου ρεύματος (γεννήτριας AC).



Σχήμα 5.1.12. Αρχή λειτουργίας γεννήτριας AC

Εάν το πλαίσιο αποτελείται από **N** σπείρες και περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω, μέσα στο μαγνητικό πεδίο (μαγνητικής επαγωγής **B**), η μεταβαλλόμενη ροή μέσα από το πλαίσιο είναι :

$$\Phi = B \cdot S \cdot \text{συνφ} = B \cdot (a \cdot b) \cdot \text{συνφ} \qquad (5.1.3)$$

όπου φ: η γωνία μεταξύ της κατεύθυνσης των μαγνητικών γραμμών και της κάθετης ευθείας στο περιστρεφόμενο πλαίσιο.

Με τον όρο **γωνιακή ταχύτητα** εννοούμε τη γωνία που διαγράφει το περιστρεφόμενο πλαίσιο σε χρόνο 1s. Με βάση αυτό, η γωνία φ που διαγράφει σε χρόνο t είναι προφανώς $\varphi = \omega t$.

Επειδή $\varphi = \omega t$, η σχέση (5.1.3) παίρνει τη μορφή:

$$\Phi = B \cdot a \cdot b \cdot \text{συν}\omega t \qquad (5.1.4)$$

Με εφαρμογή του νόμου επαγωγής (νόμος Faraday) αποδεικνύεται ότι η αναπτυσσόμενη ΗΕΔ είναι:

$$E = E_0 \cdot \text{ημ}\omega t \qquad (5.1.5)$$

όπου $E_0 = B \cdot (a \cdot b) \cdot N \cdot \omega = B \cdot S \cdot N \cdot \omega$

Εάν το πλαίσιο συνδεθεί με ένα ωμικό φορτίο (R), η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κλειστό κύκλωμα είναι:

$$i = \frac{E}{R} = \frac{E_0 \, \text{ημ}\omega t}{R} = I_0 \, \text{ημ}\omega t \qquad (5.1.6)$$

όπου $I_0 = \dfrac{E_0}{R}$

5.1.3. Εναλλασσόμενο ρεύμα και χαρακτηριστικά μεγέθη του

Ένα ημιτονικό εναλλασσόμενο ρεύμα θα αναφέρεται στο εξής ως **εναλλασσόμενο ρεύμα** και η μορφή του είναι:

$$i = I_0\,\eta\mu\varphi = I_0\,\eta\mu\omega t = I_0\,\eta\mu 2\pi f t = I_0 \cdot \eta\mu\frac{2\pi}{T}\,t \qquad (5.1.7)$$

όπου:

i: στιγμιαία ένταση, δηλαδή η ένταση του ρεύματος σε τυχαία χρονική στιγμή t.

I_0: πλάτος, δηλαδή η μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος.

T: περίοδος, δηλαδή ο χρόνος που απαιτείται για μια ολόκληρη μεταβολή της έντασης του ρεύματος (για να ολοκληρωθεί ένας κύκλος).

f: συχνότητα, δηλαδή ο αριθμός των κύκλων στη μονάδα του χρόνου (μονάδα συχνότητας το 1Hz = 1κύκλος / s)

$\omega = 2\pi f$: κυκλική συχνότητα (μονάδα το 1 rad / s)

$\varphi = \omega t$: στιγμιαία φάση, δηλαδή η γωνία σε ορισμένη χρονική στιγμή t.

Η κυκλική συχνότητα ω είναι η γωνιακή ταχύτητα με την οποία περιστρέφεται το πλαίσιο για την παραγωγή εναλλασσόμενου ρεύματος, όπως

αναλύεται στην παράγραφο 5.1.2, δηλαδή η γωνία σε ακτίνα ή σε μοίρες ($\varphi_{rad} = 2\pi / 360\ \varphi^0$)που διαγράφει αυτό σε χρόνο 1s. Επειδή δε, σε χρόνο T το πλαίσιο κάνει μια πλήρη περιστροφή (δηλαδή γωνία 2π rad) συμπεραίνουμε ότι σε χρόνο 1s διαγράφει γωνία 2π/T rad.

Άρα $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot \frac{1}{T} = 2\pi f$

Η στιγμιαία φάση φ είναι η γωνία που διαγράφει το πλαίσιο σε χρόνο t και επομένως δίνεται από τη σχέση $\varphi = \omega t$, αφού το ω παριστάνει τη διαγραφόμενη γωνία στη μονάδα του χρόνου.

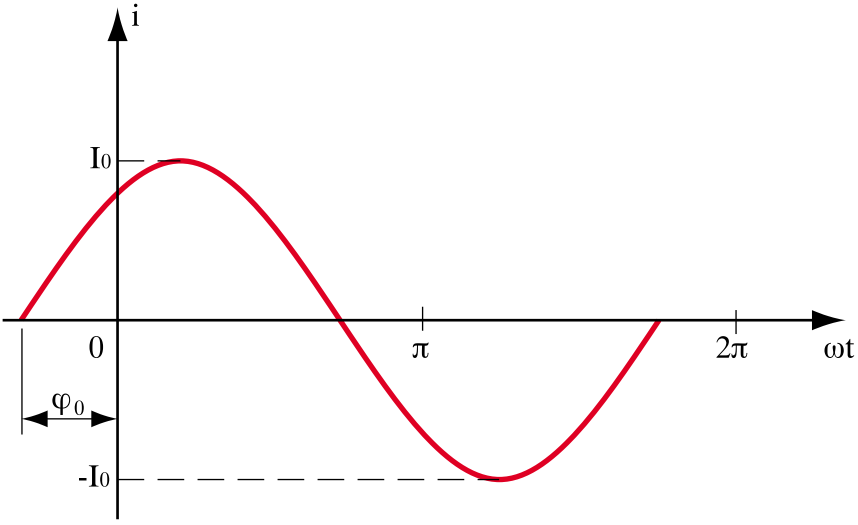
Παρατήρηση

- Το εναλλασσόμενο ρεύμα είναι δυνατόν να αποκτά την τιμή μηδέν (κατά τη θετική φορά) και σε μια άλλη χρονική στιγμή π.χ. σε μια γωνία φ_0 πριν από $\omega t = 0$.

  Στην περίπτωση αυτή δίνεται από τη σχέση :

$$i = I_0 \, \eta\mu(\omega t + \varphi_0), \text{ όπου } \varphi_0\text{: είναι η αρχική φάση}$$

και η γραφική παράσταση φαίνεται στο σχήμα 5.1.13.



Σχήμα 5.1.13. Εναλλασσόμενο ρεύμα με αρχική φάση φ_0

5.1.4. Εναλλασσόμενη τάση και χαρακτηριστικά μεγέθη της

Μία ημιτονική εναλλασσόμενη τάση θα αναφέρεται στο εξής ως **εναλλασσόμενη τάση** και η μορφή της είναι:

$$u = U_0\ \text{ημ}\varphi = U_0\ \text{ημ}\omega t = U_0\ \text{ημ}2\pi f t = U_0\ \text{ημ}\frac{2\pi}{T}t \qquad (5.1.8)$$

όπου:

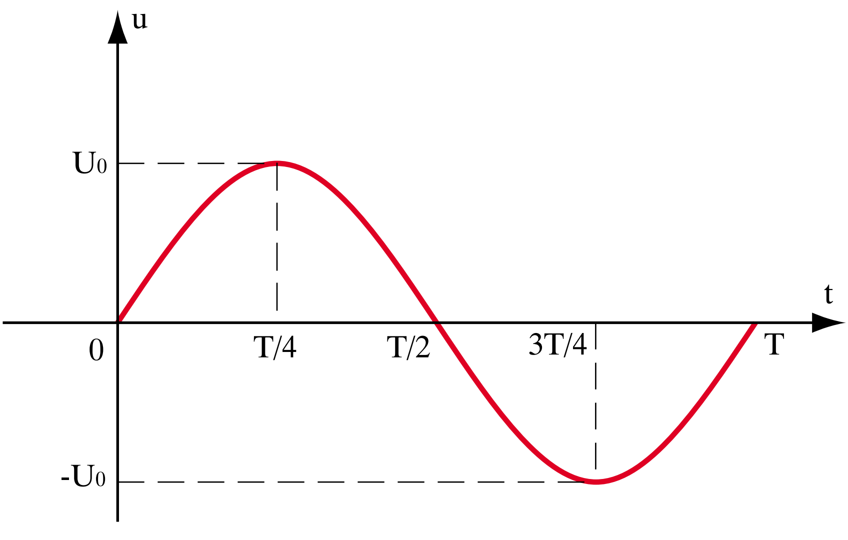
u: στιγμιαία τάση, δηλαδή η τάση σε ορισμένη χρονική στιγμή t.

U_0: πλάτος, δηλαδή η μέγιστη τιμή της τάσης.

T: περίοδος, δηλαδή ο χρόνος που απαιτείται για για να ολοκληρωθεί ένας κύκλος.

f, ω, φ: όπως ακριβώς και στο εναλλασσόμενο ρεύμα.

Η γραφική παράσταση της εναλλασσόμενης τάσης φαίνεται στο σχήμα 5.1.14:



Σχήμα 5.1.14. Εναλλασσόμενη τάση

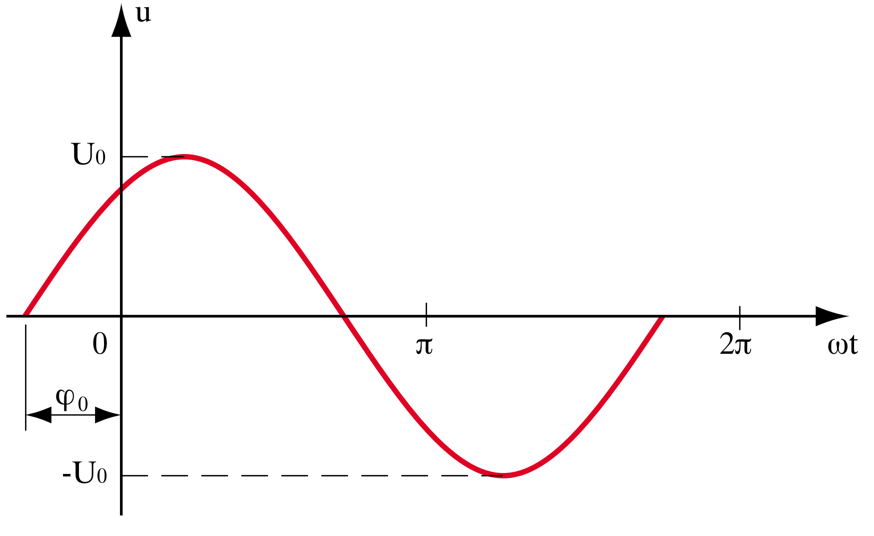
Παρατήρηση

- Η εναλλασσόμενη τάση είναι δυνατόν να αποκτά την τιμή μηδέν (κατά τη θετική φορά) και σε μια άλλη χρονική στιγμή π.χ. σε μια γωνία φ πριν από ωt = 0.

Στην περίπτωση αυτή δίνεται από τη σχέση:

$$u = U_0 \,\eta\mu(\omega t+\varphi_0), \text{ όπου } \varphi_0\text{: είναι η αρχική φάση}$$

και η γραφική της παράσταση φαίνεται στο σχήμα 5.1.15.



Σχήμα 5.1.15. Εναλλασσόμενη τάση με αρχική φάση φ_0

5.1.5. Ενεργός ένταση και ενεργός τάση

Επειδή στο εναλλασσόμενο ρεύμα η ένταση μεταβάλλεται με το χρόνο, δεν μπορούμε να χαρακτηρίσουμε ένα ρεύμα ούτε από τη στιγμιαία τιμή του αλλά ούτε από τη μέγιστη τιμή.

Ταυτόχρονα το θερμικό αποτέλεσμα του ρεύματος (απώλειες Joule) εξαρτάται από το τετράγωνο της στιγμιαίας έντασης ($P = i^2 R$) και κατά συνέπεια είναι ανεξάρτητο από τη φορά του. Αυτό σημαίνει ότι και τα εναλλασσόμενα ρεύματα **θερμαίνουν** τους αγωγούς.

Ας φανταστούμε ένα κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος με μια ωμική αντίσταση R και ένα κύκλωμα συνεχούς ρεύματος με την ίδια ωμική αντίσταση. Εάν υποθέσουμε ότι στον ίδιο χρόνο καταναλώνεται το ίδιο ποσό θερμότητας στην αντίσταση των δύο κυκλωμάτων, τότε το εναλλασσόμενο ρεύμα θα πρέπει να αντιπροσωπευτεί με μία σταθερή ένταση ίση με την ένταση του συνεχούς ρεύματος. Η σταθερή αυτή ένταση είναι η **ενεργός** ένταση και εκφράζει ισοδύναμα τη θερμική συμπεριφορά του εναλλασσόμενου ρεύματος.

Επομένως:

- ❑ **Ενεργός ένταση ενός εναλλασσόμενου ρεύματος ονομάζεται η σταθερή ένταση που πρέπει να έχει συνεχές ρεύμα, το οποίο, όταν διαρρέει τον ίδιο αντιστάτη, αποδίδει στον ίδιο χρόνο το ίδιο ποσό θερμότητας με το εναλλασσόμενο.**

Αποδεικνύεται ότι η ενεργός ένταση δίνεται από τη σχέση:

$$I_{εν} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = 0{,}707 I_0 \qquad (5.1.9)$$

- ❑ **Ενεργός τάση ενός εναλλασσόμενου ρεύματος ονομάζεται η τιμή συνεχούς τάσης, η οποία, όταν εφαρμόζεται στα άκρα του ίδιου αντιστάτη, δίνει ρεύμα με ένταση ίση με την ενεργό τιμή της έντασης του Ε.Ρ.**

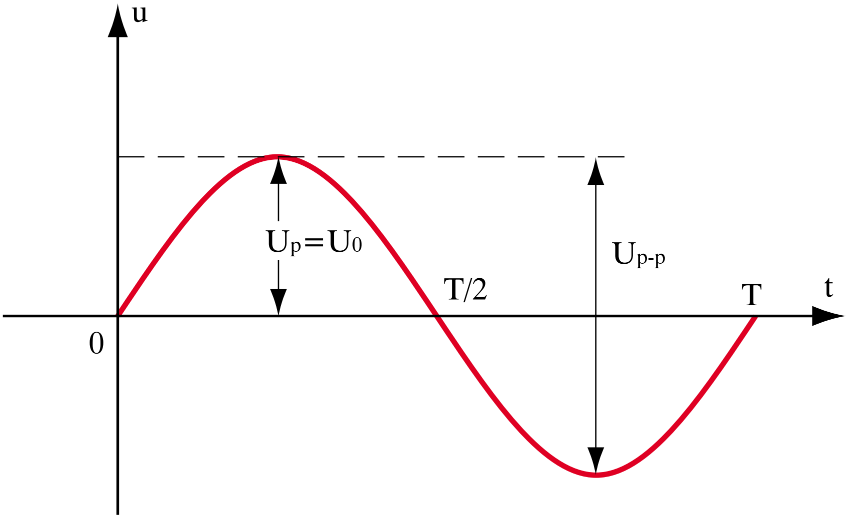
Αποδεικνύεται ότι η ενεργός τάση δίνεται από τη σχέση:

$$U_{εν} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} = 0{,}707U_0 \qquad (5.1.10)$$

Οι έννοιες της ενεργού τάσης και ενεργού έντασης είναι πολύ σημαντικές και χρήσιμες στην πράξη, αφού και τα όργανα μέτρησης εναλλασσόμενου ρεύματος και εναλλασσόμενης τάσης (αμπερόμετρα AC, βολτόμετρα AC) μετρούν ενεργούς τιμές τάσης και ρεύματος αντίστοιχα.

Παρατήρηση

- Το πλάτος μιας εναλλασσόμενης τάσης μπορεί να χαρακτηριστεί και με δύο άλλους τρόπους : α) την τιμή κορυφής ($U_p = U_0$) και β) την τιμή από κορυφή σε κορυφή ($U_{p\text{-}p}$), όπως φαίνεται στο σχήμα 5.1.16.



Σχήμα 5.1.16. Άλλες τιμές καθορισμού πλάτους μιας εναλλασσόμενης τάσης

Οι τιμές αυτές συνδέονται με τη σχέση:

$$U_{p\text{-}p} = 2\,U_p = 2U_o \qquad (5.1.11)$$

5.1.6. Διανυσματική παράσταση εναλλασσόμενων μεγεθών

Όπως είδαμε στις παραγράφους 5.1.3 και 5.1.4, η ένταση και η τάση στο εναλλασσόμενο ρεύμα χαρακτηρίζονται από το πλάτος (ή την ενεργό τιμή) και από την αρχική φάση. Για το λόγο αυτό μπορούν να παρασταθούν ως διανύσματα.

Γνωρίζουμε από την ύλη του Γυμνασίου (Μαθηματικά, Φυσική) ότι, για την παράσταση ενός διανύσματος εργαζόμαστε ως εξής:

- Σε ένα σύστημα δύο κάθετων αξόνων xOy σχεδιάζουμε μία διακεκομμένη ευθεία, που περνά από την αρχή των αξόνων και σχηματίζει γωνία ως προς τον οριζόντιο άξονα ίση με τη γωνία του διανύσματος που παριστάνει ένα φυσικό μέγεθος (π.χ. μια δύναμη).
- Σχεδιάζουμε ένα ευθύγραμμο τμήμα πάνω στη διακεκομμένη ευθεία από την αρχή των αξόνων υπό κλίμακα που εκφράζει το πλάτος (μέτρο) του φυσικού μεγέθους. Παραδείγματος χάριν για δύναμη 30 Nt, εάν ορίσουμε ως κλίμακα 1cm ➔ 10 Nt, τότε το διάνυσμα θα έχει μήκος 3 cm.
- Τοποθετούμε τη φορά του με ένα βέλος στο άκρο του ευθύγραμμου τμήματος που δείχνει τη φορά του φυσικού μεγέθους (π.χ. της δύναμης).

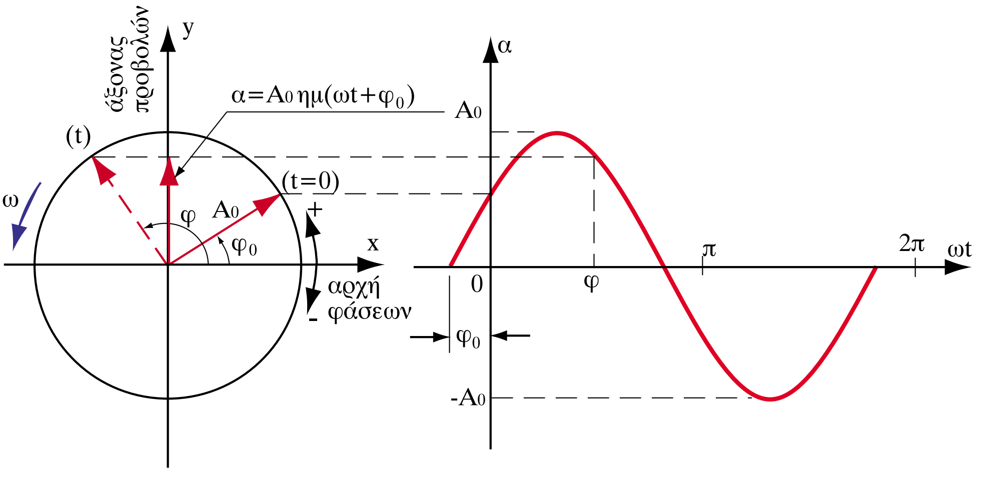
Ένα εναλλασσόμενο μέγεθος μπορεί να παρασταθεί σε ένα σύστημα δύο καθέτων αξόνων xOy με ένα διάνυσμα, υπό τις παρακάτω προϋποθέσεις:

- Ο άξονας των τετμημένων (οριζόντιος άξονας x) αποτελεί την **αρχή των φάσεων** και λαμβάνεται ως αφετηρία μέτρησης των φασικών γωνιών. Κατά την αριστερή φορά οι γωνίες θεωρούνται θετικές, ενώ κατά την αντίθετη αρνητικές.
- Ο άξονας των τεταγμένων (κατακόρυφος άξονας y) αποτελεί τον άξονα των **προβολών** ή των **στιγμιαίων τιμών.**
- Κάθε μέγεθος παριστάνεται στο σύστημα αυτό ως διάνυσμα, ανεξάρτητα από το εάν είναι ή όχι διάνυσμα (π.χ. τάση και ρεύμα είναι διανύσματα, η αντίσταση δεν είναι αλλά όλα παριστάνονται ως διανύσματα).
- Το μήκος του διανύσματος σε κάποια κλίμακα (μονάδα μέτρησης) είναι ίσο με το **πλάτος** του εναλλασσόμενου μεγέθους ή την **ενεργό** τιμή.

- Η γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα με τον θετικό οριζόντιο άξονα x είναι ίση με την αρχική φάση του εναλλασσόμενου μεγέθους.

Με άλλα λόγια ένα εναλλασσόμενο μέγεθος, π.χ. $α=A_0ημ(ωt+φ_0)$ παριστάνεται με **ένα διάνυσμα που έχει μήκος ίσο με το πλάτος A_0 και σχηματίζει με τον θετικό οριζόντιο άξονα x γωνία $φ_0$.** Το διάνυσμα αυτό **περιστρέφεται** με γωνιακή ταχύτητα ω, ίση με την κυκλική συχνότητα του μεγέθους. Η φορά περιστροφής είναι αντίθετη της φοράς περιστροφής των δεικτών του ρολογιού και ονομάζεται **αριστερόστροφη.** Η γωνία φ που σχηματίζει το διάνυσμα με τον θετικό άξονα x αυξάνεται συνεχώς και ύστερα από χρόνο t γίνεται $φ = ωt+φ_0$. Εάν προβάλλουμε το περιστρεφόμενο διάνυσμα στον κατακόρυφο άξονα y, παίρνουμε τη στιγμιαία τιμή $α = A_0\ ημ(ωt+φ_0)$.

Όλα αυτά φαίνονται στο σχήμα 5.1.17.



Σχήμα 5.1.17. Διανυσματική παράσταση εναλλασσόμενου μεγέθους

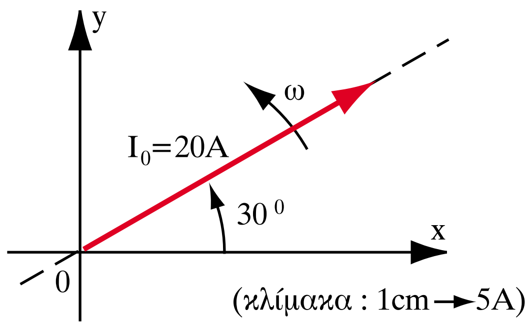
➢ **Παράδειγμα**

Να παρασταθεί διανυσματικά το εναλλασσόμενο ρεύμα $i = 20$ ημ$(\omega t + 30^o)$ A.

Λύση

Χαράσσουμε ένα σύστημα αξόνων xOy και σε γωνία 30^o ως προς τον οριζόντιο άξονα φέρνουμε μια διακεκομμένη ευθεία που περνάει από την αρχή των αξόνων. Στη συνέχεια ορίζοντας ως κλίμακα 1cm ➔ 5 A παίρνουμε πάνω στη διακεκομμένη ευθεία ευθύγραμμο τμήμα με μήκος 4cm που ξεκινά από την αρχή των αξόνων. Τέλος, τοποθετούμε ένα βέλος που δηλώνει τη φορά του διανύσματος.

Όλα αυτά φαίνονται στο παρακάτω σχήμα, στο οποίο έχει σημειωθεί και η φορά περιστροφής του διανύσματος.

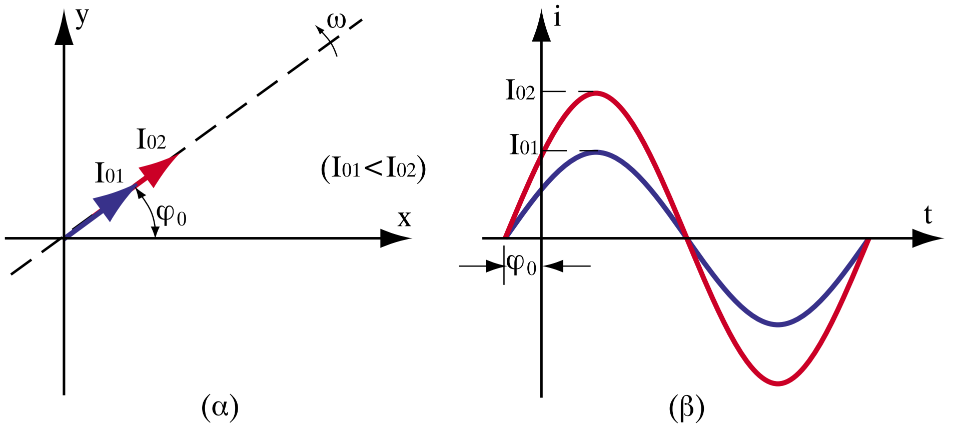


5.1.7. Εναλλασσόμενα ρεύματα σε φάση

❑ **Εναλλασσόμενα ρεύματα σε φάση (ή συμφασικά) ονομάζονται δύο εναλλασσόμενα ρεύματα i_1 και i_2 της ίδιας συχνότητας (f) που έχουν την ίδια αρχική φάση φ_0.**

Έτσι τα ρεύματα $i_1 = I_{01}$ ημ$(\omega t + \varphi_0)$ και $i_2 = I_{02}$ ημ$(\omega t + \varphi_0)$ είναι συμφασικά.

Η διανυσματική παράσταση αυτών των ρευμάτων είναι δύο διανύσματα με μήκη I_{01} και I_{02} πάνω στην ίδια ευθεία που σχηματίζει με τον οριζόντιο άξονα γωνία φ_0 και περιστρέφονται με την ίδια γωνιακή ταχύτητα ω (σχήμα 5.1.18.α).



Σχήμα 5.1.18. Διανυσματική και χρονική παράσταση συμφασικών ρευμάτων

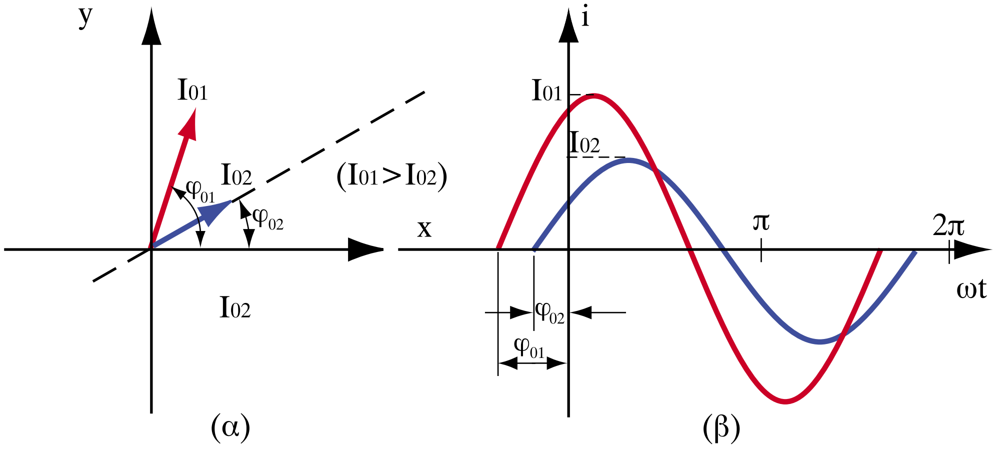
Από τις καμπύλες των ρευμάτων (σχήμα 5.1.18.β) παρατηρούμε ότι τα ρεύματα αυτά μηδενίζονται και μεγιστοποιούνται τις ίδιες χρονικές στιγμές διότι έχουν πάντοτε την ίδια φάση $\varphi = \omega t + \varphi_0$.

5.1.8. Εναλλασσόμενα ρεύματα σε φασική απόκλιση

❑ **Εναλλασσόμενα ρεύματα σε φασική απόκλιση (ή σε διαφορά φάσης) ονομάζονται δύο εναλλασσόμενα ρεύματα i_1 και i_2 της ίδιας συχνότητας (f) που έχουν διαφορετικές αρχικές φάσεις φ_{01} και φ_{02}.**

Έτσι, τα ρεύματα $i_1 = I_{01}$ ημ$(\omega t + \varphi_{01})$ και $i_2 = I_{02}$ ημ$(\omega t + \varphi_{02})$ είναι σε φασική απόκλιση.

Η διανυσματική παράσταση αυτών των ρευμάτων είναι δύο διανύσματα με μήκη I_{01} και I_{02} που σχηματίζουν γωνίες φ_{01} και φ_{02} αντίστοιχα με τον οριζόντιο άξονα και περιστρέφονται με την ίδια γωνιακή ταχύτητα ω (σχήμα 5.1.19.α).



Σχήμα 5.1.19. Διανυσματική και χρονική παράσταση εναλλασσόμενων ρευμάτων σε φασική απόκλιση

Από τις καμπύλες των ρευμάτων (σχήμα 5.19.β) παρατηρούμε ότι, όταν $\varphi_{01}>\varphi_{02}$ το ρεύμα i_1 παίρνει τη μέγιστη τιμή του πριν από το ρεύμα i_2. Το ίδιο ακριβώς συμβαίνει και με το μηδενισμό των ρευμάτων. Αυτό γίνεται διότι πάντοτε η στιγμιαία φάση του i_1 είναι μεγαλύτερη από τη στιγμιαία φάση του i_2, δηλαδή $\varphi_1>\varphi_2$.

Η φασική απόκλιση (ή διαφορά φάσης) συμβολίζεται με Δφ και δίνεται από τη σχέση :

$$\Delta\varphi = \varphi_{01} - \varphi_{02} \tag{5.1.12}$$

- Εάν $\Delta\varphi > 0$ τότε το ρεύμα i_1 προηγείται χρονικά από το ρεύμα i_2.
- Εάν $\Delta\varphi < 0$ τότε το ρεύμα i_1 έπεται χρονικά από το ρεύμα i_2.

Εάν υπάρχει ανάγκη πρόσθεσης η αφαίρεσης εναλλασσόμενων ρευμάτων της ίδιας συχνότητας, τότε, αφού παρασταθούν διανυσματικά, στη συνέχεια εφαρμόζουμε τον κανόνα του παραλληλόγραμμου, όπως και στη φυσική με τις δυνάμεις.

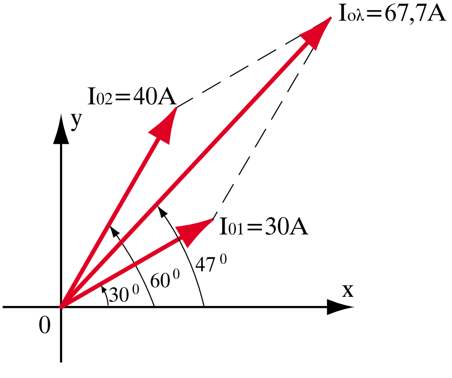
➢ Παράδειγμα

Δίνονται τα ρεύματα $i_1 = 30$ ημ$(\omega t + 30^0)$ A και $i_2 = 40$ ημ$(\omega t + 60^0)$ A. Ζητείται η διαφορά φάσης Δφ και το άθροισμα $i_1 + i_2$ με τη βοήθεια των διανυσμάτων.

Λύση

Η διαφορά φάσης Δφ είναι: $\Delta\varphi = 30^0 - 60^0 = - 30^0 < 0$. Άρα το ρεύμα i_1 έπεται του ρεύματος i_2 .

Ορίζοντας ως κλίμακα 1cm ➔ 10 A προκύπτει το παρακάτω διανυσματικό διάγραμμα.



Από το διάγραμμα αυτό με τον κανόνα του παραλληλογράμμου προκύπτει ότι το ζητούμενο άθροισμα $i_1 + i_2$ έχει πλάτος 67,7 A και σχηματίζει με τον οριζόντιο άξονα γωνία περίπου 47^0.

Επομένως το ζητούμενο άθροισμα είναι $i_1 + i_2 = 67,7$ ημ$(\omega t + 47^0)$ A

Παρατηρούμε λοιπόν ότι, όταν προσθέτουμε ρεύματα με διαφορά φάσης, το άθροισμα έχει πλάτος μικρότερο από το άθροισμα $I_{01} + I_{02}$ (70A)

Ανακεφαλαίωση

- **Μεταβαλλόμενο** ονομάζεται το ρεύμα, του οποίου η ένταση ή η φορά, ή και τα δύο μαζί μεταβάλλονται ως προς το χρόνο.
- **Περιοδικό ρεύμα** ονομάζεται το μεταβαλλόμενο ρεύμα του οποίου οι στιγμιαίες τιμές επαναλαμβάνονται σε ίσα και διαδοχικά χρονικά διαστήματα.
- Το τμήμα της περιοδικής μεταβαλλόμενης κυματομορφής το οποίο επαναλαμβάνεται ονομάζεται **κύκλος,** το δε χρονικό διάστημα που απαιτείται, για να ολοκληρωθεί ένας κύκλος, ονομάζεται **περίοδος,** συμβολίζεται δε με το γράμμα T και μετριέται σε s.
- Το πλήθος των κύκλων στη μονάδα του χρόνου (δηλ. σε 1s) ονομάζεται **συχνότητα** του περιοδικού ρεύματος και συμβολίζεται με το γράμμα f .
- **Εναλλασσόμενο ρεύμα** ονομάζεται το περιοδικό ρεύμα στο οποίο το φορτίο που μετακινείται προς τη μία κατεύθυνση είναι ίσο με το φορτίο που μετακινείται προς την αντίθετη στο διάστημα μιας περιόδου.
- **Ενεργός ένταση** ενός εναλλασσόμενου ρεύματος ονομάζεται η σταθερή ένταση που πρέπει να έχει συνεχές ρεύμα, το οποίο, όταν διαρρέει τον ίδιο αντιστάτη, αποδίδει στον ίδιο χρόνο το ίδιο ποσό θερμότητας με το εναλλασσόμενο.
- **Ενεργός τάση** ενός εναλλασσόμενου ρεύματος ονομάζεται η τιμή συνεχούς τάσης, η οποία, όταν εφαρμόζεται στα άκρα του ίδιου αντιστάτη, δίνει ρεύμα με ένταση ίση με την ενεργό τιμή της έντασης του Ε.Ρ.
- Ένα εναλλασσόμενο μέγεθος, π.χ. $α=A_0 ημ(ωt+φ_0)$, παριστάνεται με **ένα διάνυσμα που έχει μήκος ίσο με το πλάτος A_0 (ή την ενεργό τιμή) και σχηματίζει με τον θετικό οριζόντιο άξονα x γωνία $φ_0$.**
- **Εναλλασσόμενα ρεύματα σε φάση (ή συμφασικά)** ονομάζονται δύο εναλλασσόμενα ρεύματα i_1 και i_2 της ίδιας συχνότητας (f) που έχουν την ίδια αρχική φάση $φ_0$.
- **Εναλλασσόμενα ρεύματα σε φασική απόκλιση (ή σε διαφορά φάσης)** ονομάζονται δύο εναλλασσόμενα ρεύματα i_1 και i_2 της ίδιας συχνότητας (f) που έχουν διαφορετικές αρχικές φάσεις $φ_{01}$ και $φ_{02}$.

Ερωτήσεις

1. Ποιά είναι η διαφορά μεταξύ ενός περιοδικού μεταβαλλόμενου ρεύματος και ενός εναλλασσόμενου;
2. Πώς ονομάζεται ο αριθμός των κύκλων που εκτελεί μια εναλλασσόμενη τάση σε 1s;
3. Με ποιον όρο και με ποιο σύμβολο χαρακτηρίζεται ο χρόνος που απαιτείται για έναν κύκλο;
4. Ποια είναι η περίοδος ενός εναλλασσόμενου ρεύματος συχνότητας 20 Hz;
5. Περιγράψτε την αρχή παραγωγής εναλλασσόμενου ρεύματος (και τάσης). Σε ποιό νόμο στηρίζεται αυτή;
6. Με ποιο κριτήριο επιλέχτηκε η ενεργός τιμή του ρεύματος ώστε να αντιπροσωπεύει το εναλλασσόμενο ρεύμα;
7. Τι σημαίνουν τα σύμβολα U_p και $U_{p\text{-}p}$.
8. Πώς παριστάνεται ένα εναλλασσόμενο μέγεθος με τη βοήθεια διανυσμάτων;
9. Εάν σε έναν κόμβο εισέρχονται δύο εναλλασσόμενα ρεύματα με ενεργό τιμή 10A και 20A αντίστοιχα, το ρεύμα που εξέρχεται έχει ενεργό τιμή 30A; Εάν όχι, ποια άλλη πληροφορία χρειάζεται για να βρείτε το εξερχόμενο ρεύμα;

Ασκήσεις

1. Να παρασταθεί διανυσματικά το εναλλασσόμενο ρεύμα $i = 15$ ημ$(\omega t - 30^0)$ A.
2. Να βρεθεί η διαφορά φάσης $\Delta\varphi$ μεταξύ των εναλλασσόμενων ρευμάτων $i_1 = 25$ ημ$(314t - 30^0)$ και $i_2 = 15$ ημ$(314t + 45^0)$. Ποιο ρεύμα προπορεύεται;

   (απαντ. $\Delta\varphi = -75^0$, προπορεύεται το ρεύμα i_2)
3. Δίνονται τα εναλλασσόμενα ρεύματα $i_1 = 10$ ημ$(314t - 15^0)$ A και $i_2 = 25$ ημ$(314t + 30^0)$ A. Ζητείται το ρεύμα $i_1 + i_2$.

   ($i_1 + i_2 = 32{,}8$ ημ$(314t + 17{,}5^0)$ A)
4. Δίνονται τα εναλλασσόμενα ρεύματα $i_1 = 30$ ημ$(314t + 15^0)$ A και $i_2 = 20$ ημ$(314t + 45^0)$ A. Ζητείται το ρεύμα $i_1 - i_2$.

   ($i_1 - i_2 = 16{,}1$ ημ$(314t - 23^0)$ A)

Ενότητα 5.2

Κυκλώματα στο εναλλασσόμενο ρεύμα

"Διδακτικοί στόχοι"

Με τη μελέτη της ενότητας αυτής οι μαθητές θα είναι σε θέση:

- *να **κατανοούν** τη συμπεριφορά της ωμικής, της επαγωγικής και της χωρητικής αντίστασης στο εναλλασσόμενο ρεύμα.*
- *να **παριστάνουν** διανυσματικά την τάση και το ρεύμα για τα παραπάνω στοιχεία, όταν αυτά διαρρέονται από εναλλασσόμενο ρεύμα.*
- *να **υπολογίζουν** τη σύνθετη αντίσταση κυκλωμάτων RL, RC και RLC.*
- *να **εξηγούν** διανυσματικά τον επαγωγικό ή χωρητικό χαρακτήρα των παραπάνω κυκλωμάτων.*

5.2.1. Βασικά κυκλώματα στο εναλλασσόμενο ρεύμα

Όπως είδαμε στο συνεχές ρεύμα (νόμος του Ohm), η ένταση του ρεύματος σε έναν καταναλωτή εξαρτάται από την εφαρμοζόμενη τάση και από την αντίσταση του καταναλωτή. Όταν η εφαρμοζόμενη τάση είναι συνεχής, η αντίσταση του καταναλωτή είναι ίση με την ηλεκτρική του αντίσταση R, η οποία ονομάζεται ωμική αντίσταση. Όταν η εφαρμοζόμενη τάση είναι εναλλασσόμενη, ο καταναλωτής μπορεί να εμφανίζει εκτός από την ωμική αντίσταση και μια άλλη “αντίσταση” η οποία οφείλεται στη μεταβολή του ρεύματος. Η συνολική αντίσταση του καταναλωτή αποτελεί στην περίπτωση αυτή την αντίσταση εναλλασσόμενου ρεύματος.

Για παράδειγμα ένα πηνίο όπως είδαμε στο Κεφ. 3 εμφανίζει μια ΗΕΔ από αυτεπαγωγή ανάλογη με το ρυθμό μεταβολής του ρεύματος $\Delta i/\Delta t$. Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι το πηνίο εμφανίζει **επαγωγική αντίδραση**.

Ας υποθέσουμε τώρα ότι μια εναλλασσόμενη τάση εφαρμόζεται στα άκρα ενός πυκνωτή. Όπως είδαμε στο κεφ. 4, το φορτίο που αποθηκεύεται στους οπλισμούς του πυκνωτή είναι ανάλογο της τάσης και της χωρητικότητας ($Q = C \cdot u$). Επειδή όμως η τάση μεταβάλλεται, το ίδιο γίνεται και με το ηλεκτρικό φορτίο. Η μεταβολή όμως του φορτίου δημιουργεί ένα στιγμιαίο ρεύμα στους αγωγούς μεταξύ πηγής και πυκνωτή, το οποίο ανιχνεύεται με ένα αμπερόμετρο AC.

Βλέπουμε λοιπόν ότι μια εναλλασσόμενη τάση δημιουργεί στον πυκνωτή ένα εναλλασσόμενο ρεύμα.

Επομένως μπορούμε σε αναλογία με το πηνίο, να ορίσουμε τη **χωρητική αντίδραση** που εμφανίζει ο πυκνωτής.

Στο εναλλασσόμενο ρεύμα λοιπόν έχουμε τριών ειδών αντιστάσεις:

- Ωμική αντίσταση (όπως στο συνεχές)
- Επαγωγική αντίδραση (στα πηνία)
- Χωρητική αντίδραση (στους πυκνωτές)

Επειδή η επαγωγική και η χωρητική αντίδραση δεν καταναλώνουν ενέργεια (όπως θα δούμε παρακάτω), αποτελούν αυτό που ονομάζουμε **άεργη αντίσταση** του στοιχείου (πηνίου ή πυκνωτή).

Ως συμπέρασμα προκύπτει ότι, ο προσδιορισμός του μεγέθους της έντασης του εναλλασσόμενου ρεύματος προϋποθέτει τον υπολογισμό της αντίστασης εναλλασσόμενου ρεύματος του καταναλωτή.

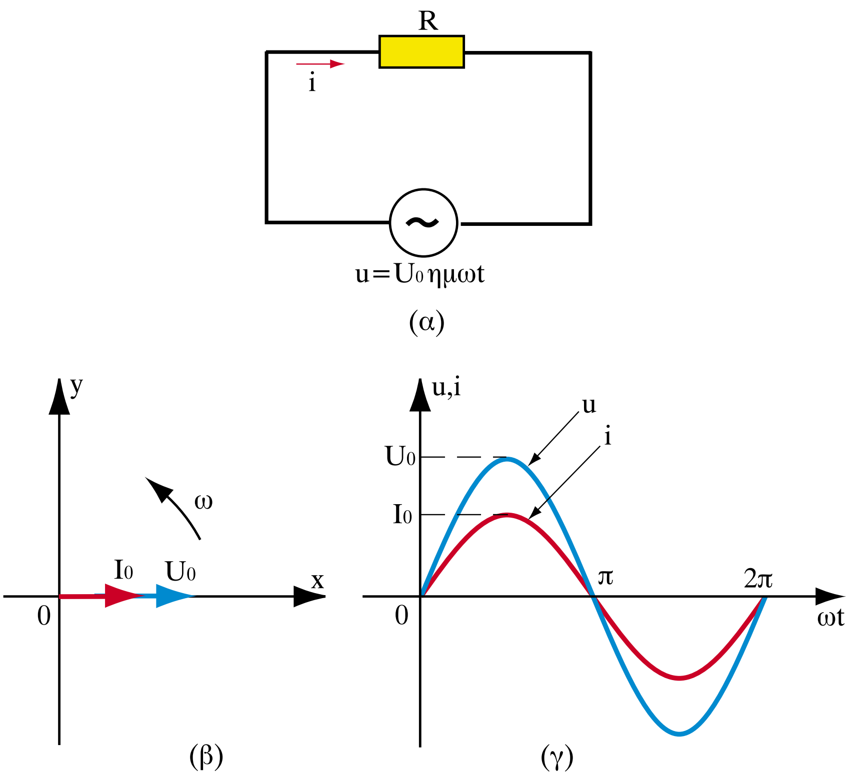
5.2.1.α. Ωμική αντίσταση στο Ε.Ρ.

Εάν στα άκρα μιας ωμικής αντίστασης R εφαρμοστεί εναλλασσόμενη τάση της μορφής $u = U_0$ ημωt , παρατηρούνται τα εξής:

- Το ρεύμα που περνάει από την R είναι εναλλασσόμενο με συχνότητα ίση με τη συχνότητα της τάσης.

  Το πλάτος του εναλλασσόμενου ρεύματος είναι $I_0 = U_0 / R$
- Η τάση και η ένταση είναι μεγέθη συμφασικά (δηλαδή τις ίδιες χρονικές στιγμές μεγιστοποιούνται και τις ίδιες χρονικές στιγμές μηδενίζονται), επομένως η μορφή του ρεύματος είναι $i = I_0$ ημωt.

Στο σχήμα 5.2.1 φαίνεται κύκλωμα Ε.Ρ. με ωμική αντίσταση R (α), καθώς επίσης και η διανυσματική παράσταση των εμφανιζόμενων μεγεθών (β) και οι κυματομορφές τους (γ).



Σχήμα 5.2.1. Κύκλωμα Ε.Ρ. με ωμική αντίσταση

➢ Παράδειγμα 1

Εναλλασσόμενη τάση της μορφής u = 10 ημ1000t εφαρμόζεται σε ωμική αντίσταση R=20 (Ω). Ζητούνται:

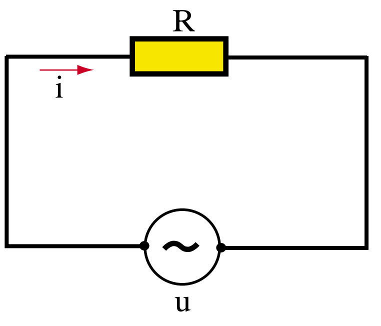
α) η συχνότητα f και η περίοδος T

β) η τιμή της τάσης για $t_1 = 6{,}28 \cdot 10^{-3}$s

γ) η ενεργός τιμή της τάσης και του ρεύματος

δ) η στιγμιαία τιμή της έντασης του ρεύματος

Λύση



α) Η συχνότητα f προκύπτει από τη σχέση:

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1000}{2 \cdot 3{,}14} \Rightarrow f = 159{,}24\ \text{Hz}$$

β) Η τιμή της τάσης για $t_1 = 6{,}28 \cdot 10^{-3}$s είναι:

$$u = 10\,\text{ημ}1000t_1 = 10\,\text{ημ}(1000 \cdot 6{,}28 \cdot 10^{-3}) = 10\,\text{ημ}(6{,}28\ \text{rad}) = 10\,\text{ημ}((6{,}28 \cdot 360/2\pi) = 10 \cdot \text{ημ}(360^0) = 0\ \text{V}$$

Αυτό ήταν προφανές, διότι η χρονική στιγμή $t_1 = 6{,}28 \cdot 10^{-3}$s συμπίπτει με την περίοδο της εναλλασσόμενης τάσης.

γ) $$U_{εν} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = \frac{10}{1{,}41} \Rightarrow U_{εν} = 7{,}07\ \text{V}$$

$$I_{εν} = \frac{U_{εν}}{R} = \frac{7{,}07}{20} \Rightarrow I_{εν} = 0{,}35\ \text{A}$$

δ) Επειδή η τάση και το ρεύμα σε ωμική αντίσταση είναι μεγέθη συμφασικά, συμπεραίνουμε ότι:

$$i = I_0\ ημωt = \sqrt{2}\ I_{εν}\ ημ1000t = \sqrt{2}\ 0{,}35\ ημ1000t \Rightarrow i = 0{,}5\ ημ1000t\ \ \text{A}$$

➢ Παράδειγμα 2

Μια ηλεκτρική θερμάστρα έχει ωμική αντίσταση 20 Ω. Ποιά είναι η μέγιστη στιγμιαία ένταση του ρεύματος, όταν η θερμάστρα συνδεθεί με μια εναλλασσόμενη τάση ενεργούς τιμής 220 V;

Λύση

Η ενεργός τιμή του ρεύματος είναι:

$$I_{εν} = \frac{U}{R} = \frac{200}{20} \Rightarrow I_{εν} = 10\ \text{A}$$

Επομένως, η μέγιστη τιμή του ρεύματος είναι:

$$I_0 = \sqrt{2}\ I_{εν} = 1{,}41 \cdot 10 \Rightarrow I_0 = 14{,}1\ \text{A}$$

5.2.1.β. Πηνίο στο Ε.Ρ.

Η συμπεριφορά της επαγωγικής αντίδρασης είναι εντελώς διαφορετική. Όλοι οι καταναλωτές εναλλασσόμενου ρεύματος, που για τη λειτουργία τους χρειάζονται ένα μαγνητικό πεδίο, περιέχουν μία επαγωγική αντίδραση (π.χ. πηνίο).

Εάν στα άκρα ενός πηνίου με αμελητέα ωμική αντίσταση, εφαρμοστεί εναλλασσόμενη τάση της μορφής $u = U_0$ ημωt , παρατηρούνται τα εξής:

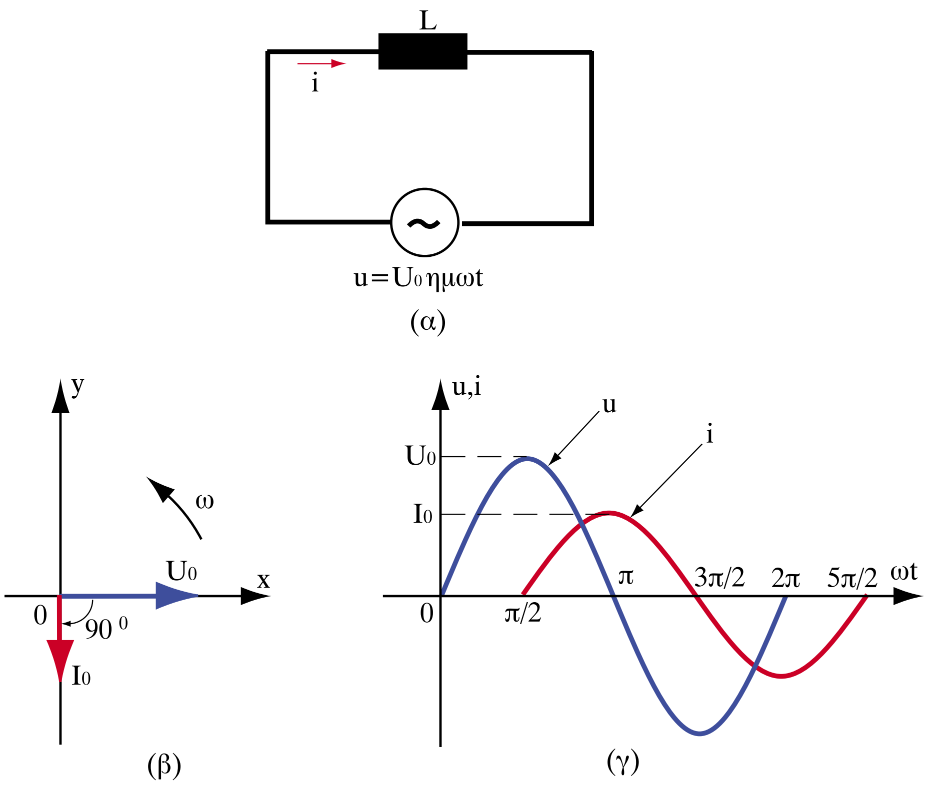
- Το ρεύμα που περνάει από το πηνίο L είναι και αυτό εναλλασσόμενο με συχνότητα ίση με τη συχνότητα της τάσης.
- Το πηνίο παρουσιάζει αντίσταση η οποία ονομάζεται επαγωγική αντίδραση X_L και δίνεται από τη σχέση:

$$\boxed{X_L = \omega L} \tag{5.2.1}$$

δηλαδή, είναι ανάλογη της συχνότητας του εναλλασσόμενου ρεύματος.

- Η τάση προπορεύεται της έντασης του ρεύματος κατά 90^0 (αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να μηδενίζεται το ρεύμα όταν η τάση παίρνει μέγιστη τιμή και αντιστρόφως), επομένως η μορφή του ρεύματος είναι $i = I_0$ ημ(ωt - 90^0) με $I_0 = U_0 / \omega L$.

Στο σχήμα 5.2.2 φαίνεται κύκλωμα Ε.Ρ. με πηνίο (α), καθώς επίσης και η διανυσματική παράσταση των εμφανιζόμενων μεγεθών (β) και οι κυματομορφές τους (γ).



Σχήμα 5.2.2. Κύκλωμα Ε.Ρ. με πηνίο

☞ Παρατηρήσεις

- Ισχύει ο νόμος του Ohm για τη μέγιστη και την ενεργό τιμή, δηλαδή:

$$U_0 = \omega L\, I_0, \qquad U_{\varepsilon\nu} = \omega L\, I_{\varepsilon\nu}$$

- Εάν ω = 0 (συνεχές ρεύμα) η επαγωγική αντίδραση είναι $X_L = 0$. Επομένως το πηνίο συμπεριφέρεται ως **βραχυκύκλωμα** (τμήμα κυκλώματος με μηδενική αντίσταση) στο συνεχές ρεύμα.
- Εάν η συχνότητα γίνει πολύ μεγάλη, η επαγωγική αντίδραση γίνεται επίσης πολύ μεγάλη. Επομένως το πηνίο συμπεριφέρεται ως **ανοικτοκύκλωμα** (τμήμα κυκλώματος με άπειρη αντίσταση) στις υψηλές συχνότητες. Τα πηνία αυτά ονομάζονται **αποπνικτικά ή στραγγαλιστικά,** επειδή αποκόπτουν τις υψηλές συχνότητες.

➢ Παράδειγμα

΄Ενα πηνίο 10mH διαρρέεται από ρεύμα i = 5 ημ2000t A. Ζητούνται:

α) Η επαγωγική του αντίδραση

β) Η τάση που επικρατεί στα άκρα του

Λύση

(α) Η επαγωγική αντίδραση του πηνίου είναι:

$$X_L = \omega L \Rightarrow X_L = 2000 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \Rightarrow X_L = 20\ \Omega$$

(β) Η τάση που επικρατεί στα άκρα του πηνίου είναι:

$$u=U_0 ημ(2000t+90^o)=I_0 \cdot \omega L \cdot ημ(2000t+90^o)=5 \cdot 20 \cdot ημ(2000t+90^o)$$
$$\Rightarrow u=100 \cdot ημ(2000t+90^o)\ V$$

5.2.1.γ. Πυκνωτής στο Ε.Ρ.

Εάν στα άκρα ενός πυκνωτή με αμελητέα ωμική αντίσταση εφαρμοστεί εναλλασσόμενη τάση της μορφής $u = U_0$ ημωt , παρατηρούνται τα εξής:

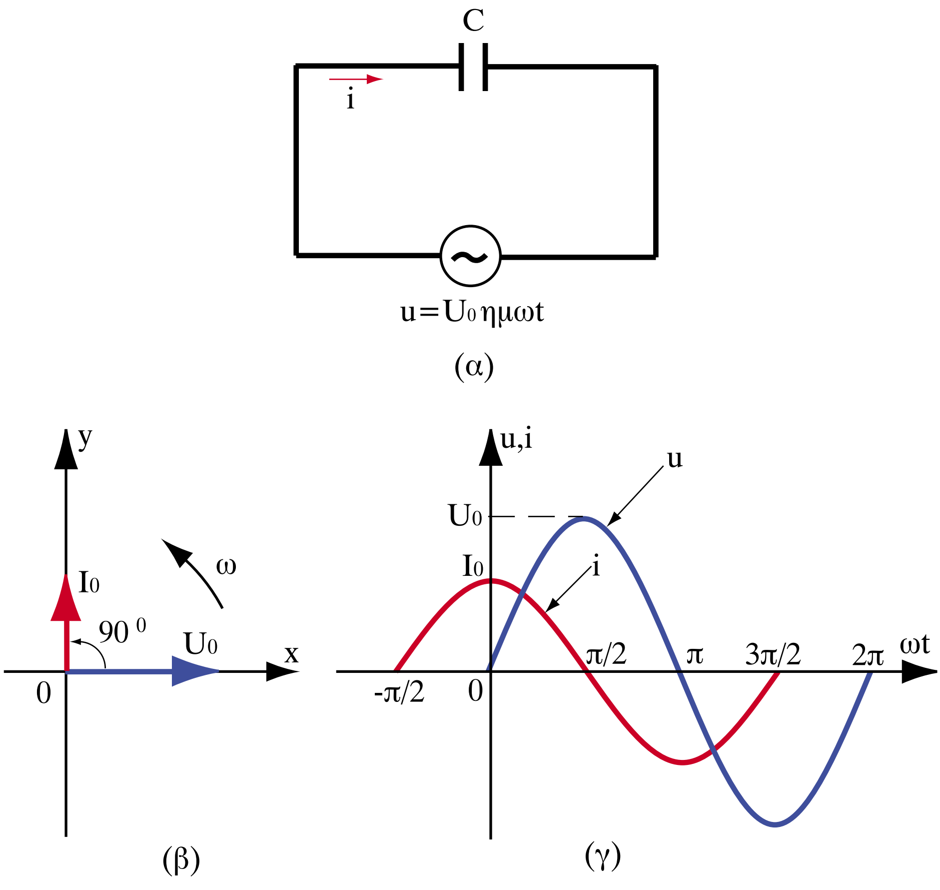
- Το ρεύμα που περνάει από τον πυκνωτή C είναι εναλλασσόμενο, με συχνότητα ίση με τη συχνότητα της τάσης.
- Ο πυκνωτής παρουσιάζει αντίσταση, η οποία ονομάζεται χωρητική αντίσταση X_C και δίνεται από τη σχέση:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \qquad (5.2.2)$$

δηλαδή, είναι αντιστρόφως ανάλογη της συχνότητας του εναλλασσόμενου ρεύματος.

- Το ρεύμα προπορεύεται της τάσης κατά 90^0 (αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να μηδενίζεται η τάση όταν το ρεύμα παίρνει μέγιστη τιμή και αντιστρόφως), επομένως η μορφή του ρεύματος είναι $i = I_0$ ημ$(\omega t + 90^0)$ με $I_0 = \omega C\, U_0$.

Στο σχήμα 5.2.3 φαίνεται κύκλωμα Ε.Ρ. με πυκνωτή (α), καθώς επίσης και η διανυσματική παράσταση των εμφανιζόμενων μεγεθών (β) και οι κυματομορφές τους (γ).



Σχήμα 5.2.3. Κύκλωμα Ε.Ρ. με πυκνωτή

Παρατηρήσεις

- Ισχύει ο νόμος του Ohm για τη μέγιστη και την ενεργό τιμή, δηλαδή :

$$U_0 = I_0 / \omega C, \; U_{\varepsilon\nu} = I_{\varepsilon\nu} / \omega C$$

- Εάν ω = 0 (συνεχές ρεύμα), η χωρητική αντίδραση τείνει στο άπειρο. Επομένως, ο πυκνωτής στο συνεχές ρεύμα συμπεριφέρεται ως **ανοικτό κύκλωμα.**
- Ο πυκνωτής άγει καλύτερα, όσο υψηλότερη είναι η συχνότητα, διότι η χωρητική αντίδρασή του είναι αντιστρόφως ανάλογη της συχνότητας (πρακτικά συμπεριφέρεται ως βραχυκύκλωμα στις υψηλές συχνότητες).

➢ Παράδειγμα 1

΄Ενας πυκνωτής έχει στα 50 Hz άεργη αντίσταση $X_C = 20\Omega$. Ποιά είναι η αντίστασή του στα 500 Hz;

Λύση

Η χωρητική αντίδραση ενός πυκνωτή δίνεται από τη σχέση $X_C = 1/\omega C = 1/2\pi fC$

Εφαρμόζοντας τη σχέση αυτή για συχνότητες 50 Hz και 500 Hz παίρνουμε:

$$\left.\begin{aligned} X_{C_{50}} &= \frac{1}{2\pi C}\cdot\frac{1}{50} \\ X_{C_{500}} &= \frac{1}{2\pi C}\cdot\frac{1}{500} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{X_{C_{50}}}{X_{C_{500}}} = \frac{500}{50} = 10 \Rightarrow X_{C_{500}} = \frac{1}{10}\cdot X_{C_{50}} \Rightarrow X_{C_{500}} = \frac{1}{10}\cdot 20 \Rightarrow X_{C_{500}} = 2\ \Omega$$

Σχόλιο: Το αποτέλεσμα ήταν προφανές, διότι, εφόσον η συχνότητα δεκαπλασιάζεται, η χωρητική αντίδραση υποδεκαπλασιάζεται, αφού τα μεγέθη X_C και f είναι αντιστρόφως ανάλογα.

➢ Παράδειγμα 2

Εναλλασσόμενη τάση ενεργού τιμής 100V, 50 Hz τροφοδοτεί φορτίο με ενεργό τιμή έντασης 2A. Εάν το φορτίο είναι ένας πυκνωτής, ποιά πρέπει να είναι η χωρητικότητα του;

Λύση

Εφαρμόζοντας το νόμο του Ohm προκύπτει:

$$U = I\cdot X_C \Rightarrow X_C = \frac{U}{I} = \frac{100}{2} \Rightarrow X_C = 50\ \Omega$$

Η χωρητικότητα του πυκνωτή προκύπτει ως εξής:

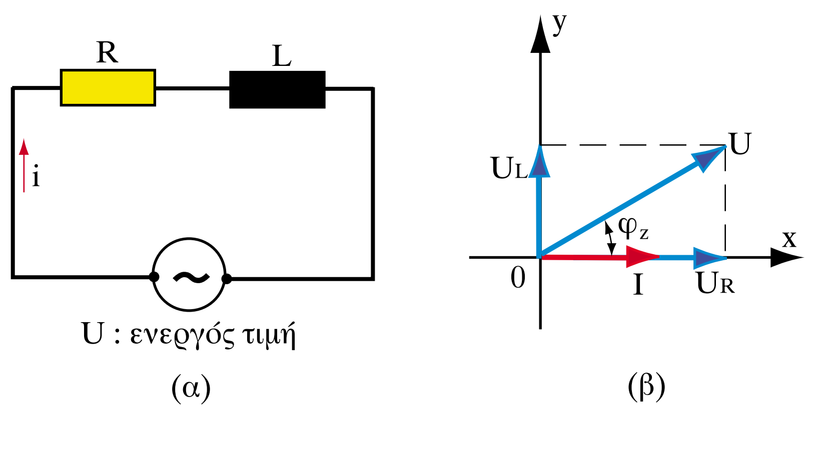
$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} \Rightarrow C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2\cdot 3{,}14\cdot 50\cdot 50} \Rightarrow C = 63{,}7 \ \ \mu F$$

5.2.2. Σύνθετα κυκλώματα - Σύνθετη αντίσταση

Στην πράξη τα κυκλώματα αποτελούνται από περισσότερα στοιχεία κατάλληλα συνδυασμένα, ώστε να σχηματίζουν σύνθετες συνδεσμολογίες, η αντίσταση των οποίων ονομάζεται **σύνθετη αντίσταση.** Το αποτέλεσμα της συνεργασίας όλων των στοιχείων δεν μπορούμε να το προβλέψουμε παρά μόνο με υπολογισμούς.

5.2.2.α. Κύκλωμα RL σε σειρά

Έστω κύκλωμα RL σε σειρά που τροφοδοτείται με εναλλασσόμενη τάση (5.2.4 (α)). Η διάταξη αυτή παριστάνει στην πραγματικότητα ένα πραγματικό πηνίο επαγωγής L το οποίο παρουσιάζει ωμικές απώλειες.



Σχήμα 5.2.4. Κύκλωμα RL σε σειρά

Εάν U είναι η ενεργός τιμή της τάσης και I η ενεργός τιμή της έντασης, τότε η τάση U αντισταθμίζει:

- Την πτώση τάσης στην ωμική αντίσταση R, που είναι $U_R = I\,R$ και η οποία είναι συμφασική με το ρεύμα.
- Την πτώση τάσης στην επαγωγική αντίδραση ωL, που είναι $U_L = I\cdot\omega L$ και η οποία προπορεύεται του ρεύματος κατά 90^0.

Εάν παραστήσουμε διανυσματικά τα μεγέθη (5.2.4 (β)), τοποθετώντας στον οριζόντιο άξονα το κοινό μέγεθος, δηλαδή το ρεύμα, παρατηρούμε ότι:

$$U^2 = U_R^2 + U_L^2 = I^2\left[R^2 + (\omega L)^2\right] \Rightarrow U = I\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

Επομένως, από το νόμο του Ohm συμπεραίνουμε ότι ο όρος $\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$ είναι η σύνθετη αντίσταση Z του κυκλώματος, δηλαδή:

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \qquad (5.2.3)$$

Η διαφορά φάσης μεταξύ τάσης και ρεύματος είναι φ_Z και εύκολα προκύπτει:

$$\varepsilon\varphi\varphi_Z = \frac{U_L}{U_R} = \frac{\omega L}{R} \qquad (5.2.4)$$

Το γεγονός ότι $0 \le \varphi_z \le 90^o$, φανερώνει ότι στο κύκλωμα RL η τάση προηγείται πάντα του ρεύματος. Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι το κύκλωμα έχει **επαγωγική συμπεριφορά** (5.2.4 (β)).

➢ Παράδειγμα

Κύκλωμα RL σειράς έχει R=5 Ω, L=60 mH και τροφοδοτείται από εναλλασσόμενη τάση ενεργού τιμής 10V, 50Hz. Ζητούνται:

α) η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος

β) η ενεργός τιμή της έντασης του ρεύματος

γ) οι τάσεις U_R, U_L

Λύση

α) Η κυκλική συχνότητα είναι:

$$\omega=2\pi f=2\cdot 3,14\cdot 50\Rightarrow\omega=314rad/s$$

Επομένως:

$$X_L=\omega L=314\cdot 60\cdot 10^{-3}\Rightarrow X_L=18,84\Omega$$

Άρα, η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος είναι:

$$Z=\sqrt{R^2+X_L^2}=\sqrt{5^2+18,84^2}\Rightarrow Z=19,49\ \Omega$$

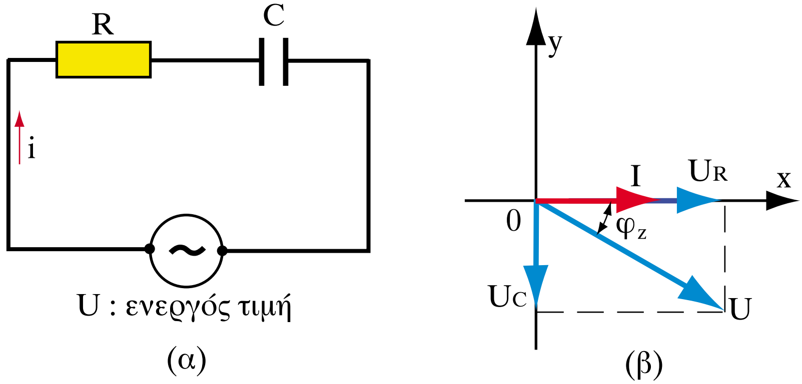
β) $$I_{\varepsilon\nu}=\frac{U_{\varepsilon\nu}}{Z}=\frac{10}{19,49}\Rightarrow I_{\varepsilon\nu}=0,513(A)\Rightarrow I_{\varepsilon\nu}=513\ mA$$

γ) $$U_R=I_{\varepsilon\nu}\cdot R=0,513\cdot 5\Rightarrow U_R=2,56\ V$$

$$U_L=I_{\varepsilon\nu}\cdot X_L=0,513\cdot 18,84\Rightarrow U_L=9,66\ V$$

5.2.2.β. Κύκλωμα RC σε σειρά

Έστω κύκλωμα RC σε σειρά που τροφοδοτείται με εναλλασσόμενη τάση (5.2.5 (α)). Η διάταξη αυτή παριστάνει στην ουσία έναν πραγματικό πυκνωτή χωρητικότητας C, ο οποίος παρουσιάζει ωμικές απώλειες.



Σχήμα 5.2.5. Κύκλωμα RC σε σειρά

Εάν U είναι η ενεργός τιμή της τάσης και I η ενεργός τιμή της έντασης, τότε η τάση U αντισταθμίζει:

- Την πτώση τάσης στην ωμική αντίσταση R, που είναι $U_R = I\,R$.
- Την πτώση τάσης στη χωρητική αντίδραση $1 / \omega C$, που είναι $U_C = I / \omega C$ και η οποία έπεται του ρεύματος κατά 90^0.

Εάν παραστήσουμε διανυσματικά τα μεγέθη (5.2.5 (β)), τοποθετώντας στον οριζόντιο άξονα το κοινό μέγεθος, δηλαδή το ρεύμα, παρατηρούμε ότι:

$$U^2 = U_R^2 + U_C^2 = I^2\left[R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2\right] \Rightarrow U = I\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

Επομένως, από το νόμο του Ohm συμπεραίνουμε ότι ο όρος $\sqrt{R^2+(1/\omega C)^2}$ είναι η σύνθετη αντίσταση Z του κυκλώματος, δηλαδή:

$$Z=\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \tag{5.2.5}$$

Η διαφορά φάσης μεταξύ τάσης και ρεύματος είναι φ_Z και εύκολα προκύπτει:

$$\varepsilon\varphi\varphi_Z=\frac{U_C}{U_R}=\frac{1}{\omega RC} \tag{5.2.6}$$

Το γεγονός ότι $-90^0 \leq \varphi_z \leq 0$ φανερώνει ότι στο κύκλωμα RC η τάση έπεται πάντα του ρεύματος. Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι το κύκλωμα **έχει χωρητική συμπεριφορά** (5.2.5 (β)).

➢ Παράδειγμα

Κύκλωμα RC σειράς έχει R=1000 Ω, C=5 μF και τροφοδοτείται από εναλλασσόμενη τάση ενεργού τιμής 10V, 50Hz. Ζητούνται:

α) η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος

β) η ενεργός τιμή της έντασης του ρεύματος

γ) οι τάσεις U_R, U_C

Λύση

α) Η κυκλική συχνότητα είναι:

$$\omega=2\pi f=2\cdot 3{,}14\cdot 50\Rightarrow\omega=314 \text{ rad/s}$$

Επομένως:

$$X_C=\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{314{\cdot}5{\cdot}10^{-6}}\Rightarrow X_C=637\ \ \Omega$$

Άρα, η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος είναι:

$$Z=\sqrt{R^2+X_C^2}=\sqrt{1000^2+637^2}\Rightarrow Z=1185{,}65\ \Omega$$

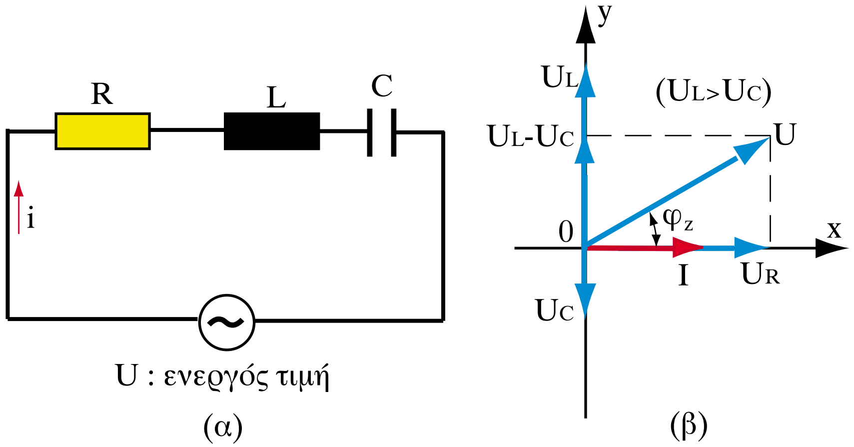
β) $$I_{\varepsilon\nu}=\frac{U_{\varepsilon\nu}}{Z}=\frac{10}{1185{,}65}\Rightarrow I_{\varepsilon\nu}=0{,}00843(\mathrm{A})\Rightarrow I_{\varepsilon\nu}=8{,}43\ \mathrm{mA}$$

γ) $$U_R=I_{\varepsilon\nu}\cdot R=0{,}00843{\cdot}1000\Rightarrow U_R=8{,}43\ \mathrm{V}$$

$$U_C=I_{\varepsilon\nu}\cdot X_C=0{,}00843{\cdot}637\Rightarrow U_L=5{,}37\ \mathrm{V}$$

5.2.2.γ. Κύκλωμα RLC σε σειρά

΄Εστω κύκλωμα RLC σε σειρά που τροφοδοτείται με εναλλασσόμενη τάση (5.2.6 (α)).



Σχήμα 5.2.6. Κύκλωμα RLC σε σειρά

Αν U είναι η ενεργός τιμή της τάσης και I η ενεργός τιμή της έντασης που περνάει από το κύκλωμα, τότε η τάση U αντισταθμίζει τρία πράγματα:

- Την πτώση τάσης στην ωμική αντίσταση R, που είναι U_R = I R και η οποία είναι συμφασική με την ένταση.
- Την πτώση τάσης στην επαγωγική αντίδραση ωL, που είναι U_L = I ωL και η οποία προπορεύεται από την ένταση του ρεύματος κατά 90^0.
- Την πτώση τάσης στη χωρητική αντίδραση 1 / ωC, που είναι U_C = I · 1 / ωC και η οποία έπεται της έντασης του ρεύματος κατά 90^0.

Εάν παραστήσουμε διανυσματικά τα μεγέθη (5.2.6 (β)), τοποθετώντας στον οριζόντιο άξονα το κοινό μέγεθος, δηλαδή το ρεύμα, παρατηρούμε ότι:

$$U^2=U_R^2+(U_L-U_C)^2=I^2\left[R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2\right]\Rightarrow U=I\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

Επομένως, από το νόμο του Ohm συμπεραίνουμε ότι ο όρος $Z=\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}$ είναι η σύνθετη αντίσταση Z του κυκλώματος, δηλαδή:

$$Z=\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2} \tag{5.2.7}$$

Η διαφορά φάσης μεταξύ τάσης και ρεύματος είναι φ_Z και εύκολα προκύπτει:

$$\varepsilon\varphi\varphi_Z=\frac{U_L-U_C}{U_R}=\frac{\omega L-\frac{1}{\omega C}}{R} \tag{5.2.8}$$

- Εάν $\omega L-\frac{1}{\omega C}>0$ δηλαδή $U_L>U_C$ (όπως φαίνεται στο σχήμα 5.2.6),

  η γωνία φ_Z είναι: $0\leq\varphi_z\leq 90^0$ και συνεπώς η τάση προηγείται του ρεύματος. Δηλαδή, στην περίπτωση αυτή, το κύκλωμα παρουσιάζει **επαγωγική συμπεριφορά.**

- Εάν $\omega L-\frac{1}{\omega C}<0$ δηλαδή $U_L<U_C$, η γωνία φ_Z είναι: $-90^0\leq\varphi_z\leq 0$

  και συνεπώς η τάση έπεται του ρεύματος. Δηλαδή, στην περίπτωση αυτή το κύκλωμα παρουσιάζει **χωρητική συμπεριφορά.**

➢ Παράδειγμα

Κύκλωμα RLC σειράς έχει R=1000 Ω, L=5 mH, C=5 nF και τροφοδοτείται από εναλλασσόμενη τάση ενεργού τιμής 10V, 50KHz. Ζητούνται:

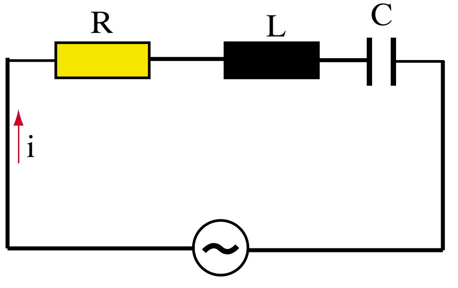
α) η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος

β) η ενεργός τιμή της έντασης του ρεύματος

γ) οι τάσεις U_R, U_L, U_C

δ) το διανυσματικό διάγραμμα τάσεων και ρεύματος

Λύση



α) Η κυκλική συχνότητα είναι:

$$\omega=2\pi f=2\cdot 3{,}14\cdot 50\Rightarrow\omega=314\ \text{rad/s}$$

Επομένως:

$$X_L=\omega L=314\cdot 10^3\cdot 5\cdot 10^{-9}\Rightarrow X_L=1570\ \ \Omega$$

$$X_C=\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{314\cdot 10^3\cdot 5\cdot 10^{-9}}\Rightarrow X_C=637\ \ \Omega$$

Άρα, η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος είναι:

$$Z=\sqrt{R^2+\left(X_L-X_C\right)^2}=\sqrt{1000^2+(1570-637)^2}\Rightarrow Z=1368\ \Omega$$

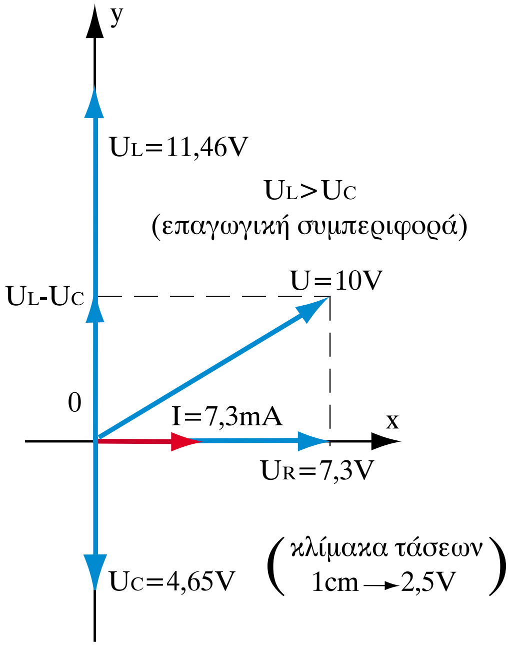
β) $$I_{εν}=\frac{U_{εν}}{Z}=\frac{10}{1368}\Rightarrow I_{εν}=0{,}0073(A)\Rightarrow I_{εν}=7{,}3\ mA$$

γ) $$U_R=I_{εν}\cdot R=0{,}0073\cdot 1000\Rightarrow U_R=7{,}3\ V$$

$$U_L=I_{εν}\cdot X_L=0{,}0073\cdot 1570\Rightarrow U_L=11{,}46\ V$$

$$U_C=I_{εν}\cdot X_C=0{,}0073\cdot 637\Rightarrow U_C=4{,}65\ V$$

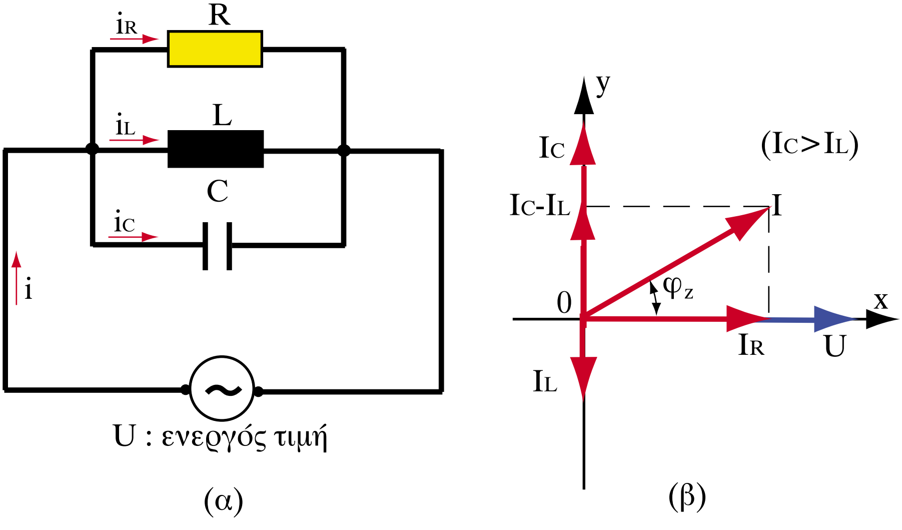
δ) Απεικονίζοντας στον οριζόντιο άξονα το ρεύμα (χωρίς κλίμακα καθότι δεν υπάρχει άλλο ρεύμα) και ορίζοντας κλίμακα για τις τάσεις, προκύπτει το ακόλουθο διανυσματικό διάγραμμα.



5.2.2.δ. Κύκλωμα RLC παράλληλα

Έστω κύκλωμα RLC παράλληλα που τροφοδοτείται με εναλλασσόμενη τάση (σχήμα 5.2.7.α). Αν U είναι η ενεργός τιμή της τάσης και I η ενεργός τιμή της έντασης που περνάει από το κύκλωμα, τότε το ρεύμα I αντισταθμίζει τρία πράγματα:

- Το ρεύμα στην ωμική αντίσταση R, που είναι $I_R = U/R$ και το οποίο είναι συμφασικό με την τάση.
- Το ρεύμα στην επαγωγική αντίδραση ωL, που είναι $I_L = U/\omega L$ και το οποίο έπεται της τάσης κατά 90^0.
- Το ρεύμα στη χωρητική αντίδραση 1/ωC, που είναι $I_C = \omega C\, U$ και το οποίο προπορεύεται της τάσης κατά 90^0.



Σχήμα 5.2.7. Κύκλωμα RLC παράλληλα

Εάν παραστήσουμε διανυσματικά τα μεγέθη (σχήμα 5.2.7.β), τοποθετώντας στον οριζόντιο άξονα το κοινό μέγεθος, δηλαδή την τάση, παρατηρούμε ότι:

$$I^2 = I_R^2 + \left(I_C - I_L\right)^2 = U^2\left[\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2\right] \Rightarrow U = I\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}}$$

Επομένως, από το νόμο του Ohm συμπεραίνουμε ότι η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος είναι:

$$Z=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2}+\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)^2}} \tag{5.2.9}$$

Η διαφορά φάσης μεταξύ ρεύματος και τάσης είναι φ_Z και εύκολα προκύπτει:

$$\varepsilon\varphi\varphi_Z=\frac{I_C-I_L}{I_R}=\frac{\omega C-\frac{1}{\omega L}}{R} \tag{5.2.10}$$

- Εάν $\omega C-\frac{1}{\omega L} > 0$, δηλαδή $I_C > I_L$ (όπως φαίνεται στο σχήμα 5.2.7) το ρεύμα προηγείται της τάσης, δηλαδή το κύκλωμα παρουσιάζει **χωρητική συμπεριφορά.**

- Εάν, $\omega C-\frac{1}{\omega L} <0$, δηλαδή $I_C < I_L$, το ρεύμα έπεται της τάσης, δηλαδή το κύκλωμα παρουσιάζει **επαγωγική συμπεριφορά.**

➢ Παράδειγμα

Κύκλωμα RLC παράλληλα έχει R=20 Ω, L=1,6 mH, C=200 μF και τροφοδοτείται από εναλλασσόμενη τάση ενεργού τιμής 10V, 50Hz. Ζητούνται:

α) η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος

β) η ενεργός τιμή της έντασης του ρεύματος

γ) τα ρεύματα I_R, I_L, I_C

Λύση

α) Η κυκλική συχνότητα είναι:

$$\omega=2\pi f=2\cdot 3{,}14\cdot 50 \Rightarrow \omega=314 \text{ rad/s}$$

Επομένως:

$$X_L=\omega L=314\cdot 1{,}6\cdot 10^{-3} \Rightarrow X_L=0{,}5024\ \Omega$$

$$X_C=\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{314\cdot 200\cdot 10^{-6}} \Rightarrow X_C=15{,}923$$

Άρα, η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος είναι:

$$Z=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2}+\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)^2}}=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2}+\left(\frac{1}{X_C}-\frac{1}{X_L}\right)^2}}=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{20^2}+\left(\frac{1}{15{,}923}-\frac{1}{0{,}5024}\right)^2}}$$

$$\Rightarrow Z=0{,}518\ \Omega$$

β) $$I_{\varepsilon\nu}=\frac{U_{\varepsilon\nu}}{Z}=\frac{10}{0{,}518} \Rightarrow I_{\varepsilon\nu}=19{,}3\ \text{A}$$

γ) $$I_R=\frac{U_{\varepsilon\nu}}{R}=\frac{10}{20} \Rightarrow I_R=0{,}5\ \text{A}$$

$$I_L=\frac{U_{\varepsilon\nu}}{X_L}=\frac{10}{0{,}5024} \Rightarrow I_L=19{,}9\ \text{A}$$

$$I_C=\frac{U_{\varepsilon\nu}}{X_C}=\frac{10}{15{,}923} \Rightarrow I_C=0{,}628\ \text{A}$$

☞ **Παρατήρηση**

- Σε όλα τα σύνθετα κυκλώματα που μελετήσαμε στην ενότητα αυτή, η σύνθετη αντίσταση Z προκύπτει ως υποτείνουσα ενός ορθογωνίου τριγώνου με κάθετες πλευρές R (ωμική αντίσταση) και X (επαγωγική ή χωρητική αντίδραση). Το τρίγωνο αυτό είναι γνωστό ως **τρίγωνο αντιστάσεων**.

Ανακεφαλαίωση

- Η τάση και το ρεύμα είναι μεγέθη συμφασικά σε κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος με ωμική αντίσταση.
- Η τάση προπορεύεται του ρεύματος κατά 90^0 σε κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος με επαγωγική αντίδραση.
- Η τάση έπεται του ρεύματος κατά 90^0 σε κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος με χωρητική αντίδραση.
- Η επαγωγική αντίδραση είναι ανάλογη της συχνότητας του εναλλασσόμενου ρεύματος ενώ, η χωρητική αντίδραση αντιστρόφως ανάλογη.
- Ο επαγωγικός ή χωρητικός χαρακτήρας ενός σύνθετου κυκλώματος προσδιορίζεται από το διανυσματικό διάγραμμα τάσης - ρεύματος. Εάν η τάση προηγείται του ρεύματος το κύκλωμα έχει επαγωγικό χαρακτήρα ενώ, στην αντίθετη περίπτωση το κύκλωμα έχει χωρητικό χαρακτήρα.

Ερωτήσεις

1. Ποιά είναι η διαφορά φάσης μεταξύ τάσης και ρεύματος όταν εναλλασσόμενο ρεύμα διαρρέει ωμική αντίσταση; Σχεδιάστε τις κυματομορφές τάσης και ρεύματος.
2. Ποιά είναι η διαφορά φάσης μεταξύ τάσης και ρεύματος όταν εναλλασσόμενο ρεύμα διαρρέει επαγωγική αντίδραση; Σχεδιάστε το διανυσματικό διάγραμμα τάσης - ρεύματος.
3. Ποιά είναι η διαφορά φάσης μεταξύ τάσης και ρεύματος όταν εναλλασσόμενο ρεύμα διαρρέει χωρητική αντίδραση; Σχεδιάστε τις κυματομορφές τάσης και ρεύματος.
4. Εάν η επαγωγική αντίδραση ενός πηνίου είναι 50Ω σε συχνότητα 50Hz ποια θα είναι η τιμή αυτής σε συχνότητα 100Hz;
5. Εάν η χωρητική αντίδραση ενός πυκνωτή είναι 50Ω σε συχνότητα 50Hz ποια θα είναι η τιμή αυτής σε συχνότητα 100Hz και ποια σε συχνότητα 25Hz;

6. Τι πληροφορίες παίρνουμε από το διανυσματικό διάγραμμα τάσης - ρεύματος σε ένα σύνθετο κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος σχετικά με το χαρακτήρα του κυκλώματος;
7. Ποιά είναι η σύνθετη αντίσταση ενός κυκλώματος RLC σειράς; Από τι εξαρτάται η συμπεριφορά (επαγωγική ή χωρητική) του κυκλώματος αυτού;
8. Ποιά είναι η σύνθετη αντίσταση ενός κυκλώματος RLC παράλληλου; Από τι εξαρτάται η συμπεριφορά (επαγωγική ή χωρητική) του κυκλώματος αυτού;
9. Για ποιες τιμές της εναλλασσόμενης τάσης ή του εναλλασσόμενου ρεύματος ισχύει ο νόμος του Ohm; α) για τις στιγμιαίες τιμές; β) για τις μέγιστες τιμές; γ) για τις ενεργούς τιμές;

Ασκήσεις

1. Εναλλασσόμενη τάση της μορφής $u = 220\sqrt{2}$ ημ314t εφαρμόζεται σε ωμική αντίσταση R=50 (Ω). Ζητούνται:

α) η συχνότητα f και η περίοδος T

β) η ενεργός τιμή της τάσης και του ρεύματος

γ) η στιγμιαία τιμή της έντασης του ρεύματος

(απ. 50Hz, 0,02s, 220V, 4,4A, $i = 4{,}4\sqrt{2}$ ημ314tA)

2. Ένα πηνίο αυτεπαγωγής 50mH διαρρέεται από ρεύμα i = 10 ημ314t (A). Ζητούνται:

   α) Η επαγωγική του αντίδραση

   β) Η τάση που επικρατεί στα άκρα του

(απ. 15,7Ω, u = 157 ημ(314t + 90^0) V)

3. Ένας πυκνωτής χωρητικότητας 100μF διαρρέεται από ρεύμα i = 10 ημ314t A. Ζητούνται:

   α) Η χωρητική του αντίδραση

   β) Η τάση που επικρατεί στα άκρα του

(απ. 31,85Ω, u = 318,5 ημ(314t - 90^0) V)

4. Κύκλωμα RL σειράς έχει R=10 (Ω), L=30 (mH) και τροφοδοτείται από εναλλασσόμενη τάση 50V, 50Hz. Ζητούνται:
   α) η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος
   β) η ενεργός τιμή της εντάσεως του ρεύματος
   γ) οι τάσεις U_R, U_L
   δ) το διανυσματικό διάγραμμα τάσεων - ρεύματος

   (απ. 13,74Ω, 3,64 A, 36,4 V, 34,29 V)
5. Κύκλωμα RC σειράς έχει R=500 (Ω), C=20 (μF) και τροφοδοτείται από εναλλασσόμενη τάση 50V, 50Hz. Ζητούνται:
   α) η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος
   β) η ενεργός τιμή της έντασης του ρεύματος
   γ) οι τάσεις U_R, U_C
   δ) το διανυσματικό διάγραμμα τάσεων - ρεύματος

   (απ. 524,75Ω, 95,28 mA, 47,64 V, 15,17 V)
6. Κύκλωμα RLC σειράς έχει R=500 (Ω), L=10 (mH), C=20 (nF) και τροφοδοτείται από εναλλασσόμενη τάση 50V, 50Hz. Ζητούνται:
   α) η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος
   β) η ενεργός τιμή της έντασης του ρεύματος
   γ) οι τάσεις U_R, U_L, U_C
   δ) το διανυσματικό διάγραμμα τάσεων και ρεύματος

   (απ. 523,8Ω, 95,45mA, 47,73V, 0,3V, 15,2V)
7. Κύκλωμα RLC παράλληλα έχει R=50 (Ω), L=5 (mH), C=100 (μF) και τροφοδοτείται από εναλλασσόμενη τάση 50V, 50Hz. Ζητούνται:
   α) η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος
   β) η ενεργός τιμή της έντασης του ρεύματος
   γ) τα ρεύματα I_R, I_L, I_C
   δ) το διανυσματικό διάγραμμα τάσης - ρευμάτων

   (απ. 1,65Ω, 30,3 A, 1 A, 31,85 A, 1,57 A)

Ενότητα 5.3

Ισχύς και Ενέργεια στο εναλλασσόμενο ρεύμα

"Διδακτικοί στόχοι"

Με τη μελέτη της ενότητας αυτής οι μαθητές θα είναι σε θέση:

- *να **κατανοούν** και να **υπολογίζουν** την πραγματική, την άεργη και τη φαινόμενη ισχύ ενός σύνθετου κυκλώματος.*
- *να **αξιολογούν** ένα φορτίο εναλλασσόμενου ρεύματος ανάλογα με την ισχύ.*
- *να **προσδιορίζουν** την ολική ισχύ που πρέπει να έχει μια ηλεκτρική πηγή, η οποία τροφοδοτεί ένα σύνολο διαφορετικών φορτίων εναλλασσόμενου ρεύματος.*
- *να **υπολογίζουν** το συντελεστή ισχύος ενός κυκλώματος και να καταλαβαίνουν με βάση αυτόν το χαρακτήρα του κυκλώματος (επαγωγικό ή χωρητικό).*
- *να **κατανοούν** τα πλεονεκτήματα ενός καλού συντελεστή ισχύος και να **μπορούν να βελτιώσουν** αυτόν με χρήση πυκνωτών (αντιστάθμιση) υπολογίζοντας την άεργη ισχύ τους.*

Γενικά

Στα κυκλώματα εναλλασσόμενου ρεύματος - αντίθετα από ότι συμβαίνει στα κυκλώματα συνεχούς - το ρεύμα και η τάση είναι ημιτονικές συναρτήσεις και κατά συνέπεια το μέγεθος και η φορά τους μεταβάλλεται περιοδικά σε κάθε χρονική στιγμή.

Αυτό έχει ως συνέπεια και η ισχύς να μεταβάλλεται συναρτήσει του χρόνου, γιατί ορίζεται ως γινόμενο της τάσης και του ρεύματος.

Στη συνέχεια, εξετάζονται χωριστά όλα τα είδη των καταναλωτών με στόχο τον υπολογισμό της ισχύος.

5.3.1. Ισχύς σε ωμική αντίσταση

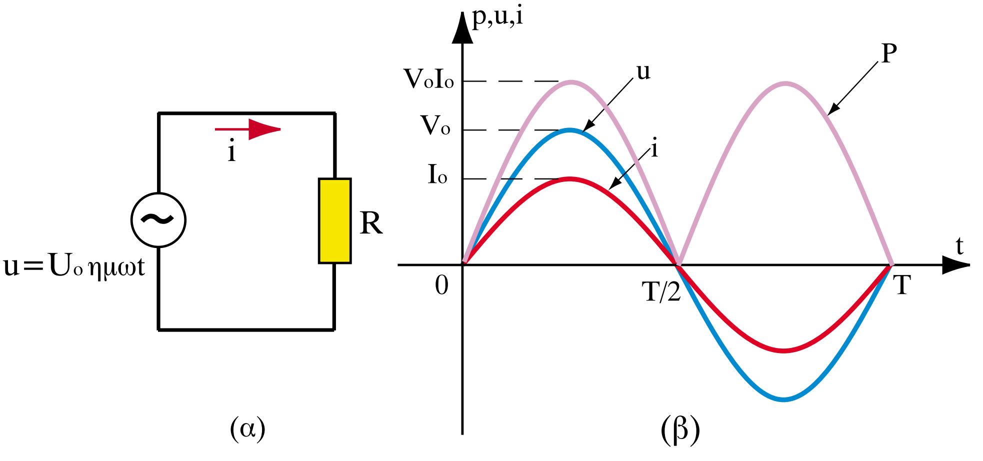
Όταν το κύκλωμα περιέχει μόνο μια ωμική αντίσταση, το ρεύμα και η τάση βρίσκονται σε φάση (βλέπε § 5.2.1.α), δηλαδή διέρχονται ταυτόχρονα από το μηδέν και αποκτούν ταυτόχρονα τη μέγιστη τιμή τους.

Η στιγμιαία ισχύς p δίνεται από τη σχέση $p = u \cdot i$ και κατά συνέπεια, η καμπύλη της προκύπτει πολλαπλασιάζοντας για κάθε χρονική στιγμή τις αντίστοιχες στιγμιαίες τιμές u και i.

Όταν $u = 0$ και $i = 0$, τότε $p = 0$. Όταν το ρεύμα i και η τάση u αποκτούν τη μέγιστη τιμή τους, τότε και η ισχύς γίνεται μέγιστη.

Επίσης παρατηρούμε ότι: από 0 έως $T/2$ η τάση και το ρεύμα είναι θετικά, οπότε και η ισχύς είναι θετική. Από $T/2$ έως T η τάση και το ρεύμα είναι αρνητικά, αλλά η ισχύς είναι προφανώς θετική (γινόμενο δύο αρνητικών αριθμών).

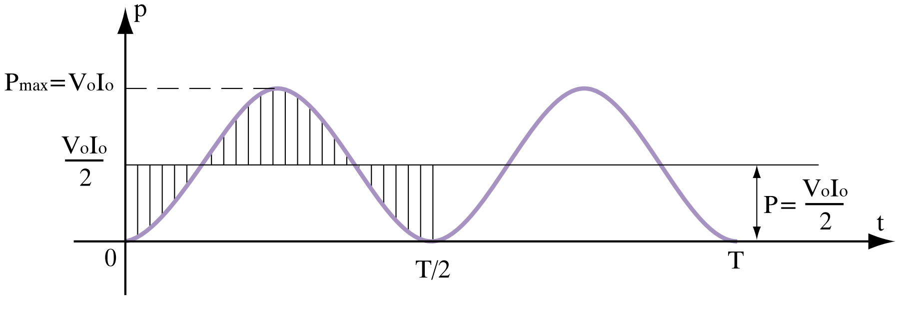
Όλα αυτά φαίνονται στο σχήμα 5.3.1 που ακολουθεί.



Σχήμα 5.3.1. Στιγμιαία ισχύς Ε.Ρ. σε ωμική αντίσταση

Παρατηρούμε ότι η στιγμιαία ισχύς p σε διάστημα μιας περιόδου παρουσιάζει δύο φορές την ίδια γραφική παράσταση. Αυτό μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι μεταβάλλεται περιοδικά με **διπλάσια συχνότητα** από την τάση και το ρεύμα.

Επίσης, εάν φέρουμε μια παράλληλη προς τον άξονα t στο ύψος $U_0I_0/2$ παρατηρούμε ότι η ισχύς ακολουθεί και αυτή μια ημιτονική καμπύλη με περίοδο T/2.



Σχήμα 5.3.2. Ημιτονική καμπύλη στιγμιαίας ισχύος

Η τιμή $U_0 I_0/2$ ονομάζεται μέση τιμή της ισχύος (η ενεργός ισχύς) και αντιπροσωπεύει την πραγματική τιμή της ισχύος που καταναλίσκεται στην ωμική αντίσταση υπό μορφή θερμότητας, δηλαδή:

$$P=\frac{U_0 I_0}{2} \tag{5.3.1}$$

Εάν χρησιμοποιηθούν οι ενεργοί τιμές τάσης και ρεύματος, τότε:

$$P = U_{εν}\, I_{εν} \tag{5.3.2}$$

Τέλος, το ηλεκτρικό έργο W (ή ενέργεια) που απορροφάται από την ωμική αντίσταση σε χρόνο t, δίνεται από τη σχέση:

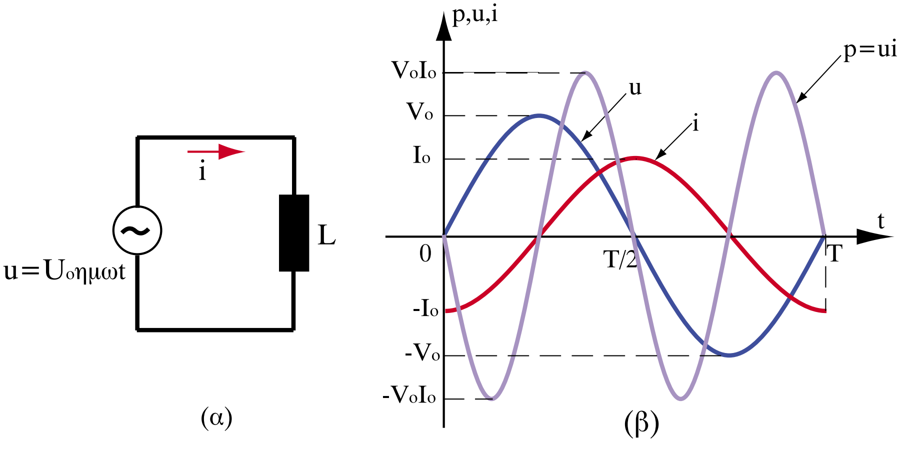
$$W=P\,t=\frac{U_0 I_0 t}{2}=U_{εν} I_{εν}\, t \tag{5.3.3}$$

Αυτό είναι και το μέγεθος, το οποίο χρεώνονται οι καταναλωτές ηλεκτρικού ρεύματος.

5.3.2. Ισχύς σε επαγωγική αντίδραση

Όταν το κύκλωμα περιέχει μόνο μία επαγωγική αντίδραση, η τάση προηγείται του ρεύματος κατά 90^0 (βλέπε § 5.2.1.β), με αποτέλεσμα, όταν η τάση u διέρχεται από τη μέγιστη τιμή της, το ρεύμα να είναι μηδενικό και αντιστρόφως.

Η στιγμιαία ισχύς p δίνεται από τη σχέση $p = u\, i$ και κατά συνέπεια η καμπύλη της προκύπτει πολλαπλασιάζοντας για κάθε χρονική στιγμή τις αντίστοιχες στιγμιαίες τιμές u και i. Προκύπτει λοιπόν η καμπύλη που φαίνεται στο σχήμα 5.3.3.



Σχήμα 5.3.3. Στιγμιαία ισχύς σε επαγωγική αντίδραση

Παρατηρούμε ότι η φορά της ροής της ισχύος μεταβάλλεται ανά τέταρτο περιόδου και στο διάστημα μιας περιόδου παρουσιάζει δύο φορές την ίδια γραφική παράσταση. Κατά συνέπεια, η στιγμιαία ισχύς έχει διπλάσια συχνότητα από την τάση και το ρεύμα.

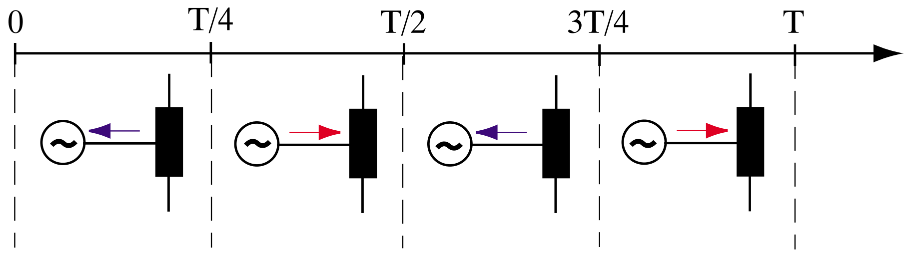
Η ενεργός ισχύς P, που προκύπτει ως μέση τιμή από τις στιγμιαίες τιμές, είναι μηδέν, πράγμα το οποίο σημαίνει ότι **η επαγωγική αντίδραση δεν καταναλώνει πραγματική ισχύ.** Είναι όπως είπαμε **“άεργος αντίσταση”**.

Το γινόμενο $U_{εν}\, I_{εν}$ ονομάζεται στην περίπτωση αυτή **άεργος ισχύς** και συμβολίζεται με το γράμμα Q, δηλαδή:

$$Q = U_{εν} I_{εν} = \frac{U_0 I_0}{2} \qquad (5.3.4)$$

Για να διακρίνουμε την άεργο ισχύ Q από την πραγματική ισχύ P, ονομάζουμε τη μονάδα μέτρησης της αέργου ισχύος Var και όχι Watt.

Τέλος, εάν θελήσουμε να εξηγήσουμε τη μεταβολή της στιγμιαίας ισχύος p μπορούμε να πούμε ότι, στα διαστήματα όπου αυτή είναι αρνητική, η **ροή** ισχύος είναι από την επαγωγική αντίδραση προς την πηγή, ενώ, στα διαστήματα όπου αυτή είναι θετική, η ροή ισχύος είναι από την πηγή προς την επαγωγική αντίδραση (σχήμα 5.3.4)



Σχήμα 5.3.4. Ροή στιγμιαίας ισχύος σε διάστημα μιας περιόδου

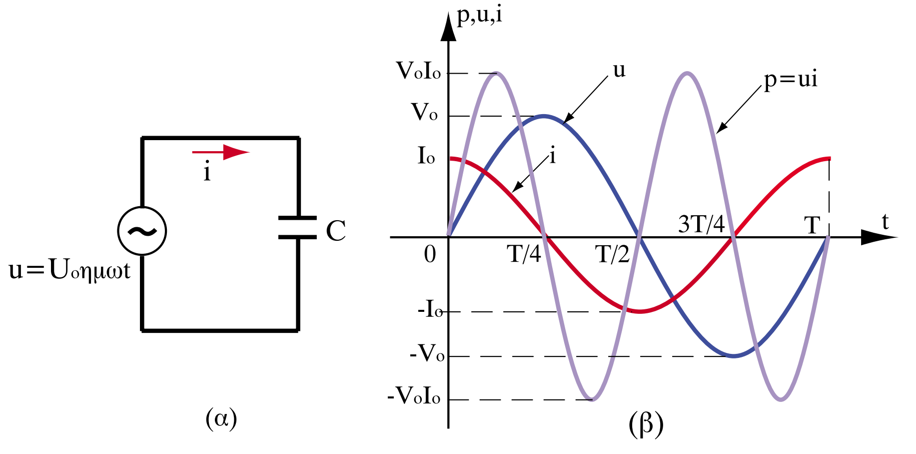
5.3.3. Ισχύς σε χωρητική αντίδραση

Όταν το κύκλωμα περιέχει μόνο μια χωρητική αντίδραση, η τάση έπεται του ρεύματος κατά 90^0(βλέπε § 5.2.1.γ), με αποτέλεσμα, όταν το ρεύμα είναι μέγιστο, η τάση να είναι μηδενική και αντιστρόφως.

Η στιγμιαία ισχύς p δίνεται από τη σχέση $p = u \cdot i$ και κατά συνέπεια η καμπύλη της προκύπτει πολλαπλασιάζοντας για κάθε χρονική στιγμή τις αντίστοιχες στιγμιαίες τιμές των u και i .

Προκύπτει λοιπόν μηδενική ισχύς στα σημεία T/4, T/2, 3T/4, T, κτλ. Μεταξύ δύο μηδενικών τιμών η ισχύς αποκτά μία μέγιστη θετική τιμή και στη συνέχεια μια ελάχιστη αρνητική τιμή, ίσου μεγέθους.

Όλα αυτά φαίνονται στο σχήμα 5.3.5.



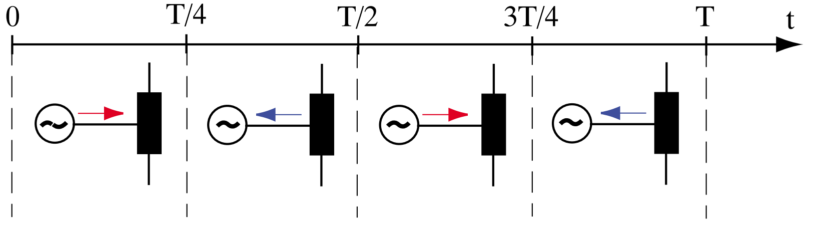
Σχήμα 5.3.5. Στιγμιαία ισχύς σε χωρητική αντίδραση

Παρατηρούμε ότι η φορά της ροής της ισχύος μεταβάλλεται ανά τέταρτο περιόδου και στο διάστημα μιας περιόδου παρουσιάζει δύο φορές την ίδια γραφική παράσταση. Κατά συνέπεια, η στιγμιαία ισχύς έχει διπλάσια συχνότητα από την τάση και το ρεύμα.

Η ενεργός ισχύς P, που προκύπτει ως μέση τιμή από τις στιγμιαίες τιμές, είναι μηδέν, πράγμα το οποίο σημαίνει **ότι η χωρητική αντίδραση δεν καταναλώνει πραγματική ισχύ.** Είναι και αυτή **"άεργος αντίσταση"**.

Το γινόμενο $U_{εν}$ $I_{εν}$ ονομάζεται και στην περίπτωση αυτή "άεργος ισχύς" και συμβολίζεται με το γράμμα Q με μονάδα μέτρησης το Var.

Τέλος, εάν θελήσουμε να εξηγήσουμε τη μεταβολή της στιγμιαίας ισχύος p μπορούμε να πούμε ότι, στα διαστήματα όπου αυτή είναι αρνητική, η **ροή** ισχύος κατευθύνεται από τη χωρητική αντίδραση προς την πηγή, ενώ, στα διαστήματα όπου αυτή είναι θετική, η **ροή** ισχύος κατευθύνεται από την πηγή προς την χωρητική αντίδραση (5.3.6).

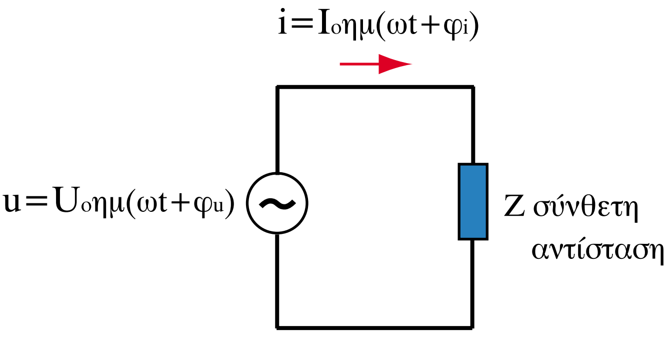


Σχήμα 5.3.6. Ροή στιγμιαίας ισχύος σε διάστημα μίας περιόδου

5.3.4. Ισχύς σε σύνθετη αντίσταση - Τρίγωνο Ισχύος

Οι τεχνικές συσκευές αποτελούνται σπάνια μόνο από καθαρές ωμικές αντιστάσεις, ή καθαρές επαγωγικές, ή χωρητικές αντιδράσεις. Συνήθως, συμπεριφέρονται ως συνδυασμός των ανωτέρω αντιστάσεων και ιδίως ως συνδυασμός ωμικής αντίστασης και επαγωγικής αντίδρασης. Αυτό ισχύει για όλους τους καταναλωτές, για τη λειτουργία των οποίων απαιτείται ένα μαγνητικό πεδίο, π.χ. κινητήρες, μετασχηματιστές, στραγγαλιστικά πηνία, ηλεκτρομαγνήτες.

Εμείς θα εξετάσουμε τη γενική περίπτωση μιας σύνθετης αντίστασης Z, στα άκρα της οποίας εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση $u = U_0$ ημ$(\omega t + \varphi_u)$ και διαρρέεται από ρεύμα $i = I_0$ ημ$(\omega t + \varphi_i)$.



Σχήμα 5.3.7. Κύκλωμα για τη μελέτη ισχύος στο Ε.Ρ.

- **Ονομάζεται πραγματική ισχύς P η ισχύς που καταναλώνεται στο ωμικό μέρος της σύνθετης αντίστασης υπό μορφή θερμότητας και αποδεικνύεται ότι δίνεται από τη σχέση:**

$$P = U_{\varepsilon\nu} I_{\varepsilon\nu} \text{συνφ} = \frac{U_0 I_0}{2} \text{συνφ} \qquad (5.3.5)$$

όπου $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$: γωνία της σύνθετης αντίστασης Z ίση με τη διαφορά της γωνίας ρεύματος από τη γωνία τάσης (γνωστή ως φάση) .

Μονάδα πραγματικής ισχύος είναι το Watt (W).

- **Ονομάζεται άεργος ισχύς Q η ισχύς που παρουσιάζεται στο επαγωγικό ή χωρητικό μέρος της σύνθετης αντίστασης και αποδεικνύεται ότι δίνεται από τη σχέση:**

$$Q = U_{\varepsilon\nu} I_{\varepsilon\nu} \text{ημφ} = \frac{U_0 I_0}{2} \text{ημφ} \qquad (5.3.6)$$

Μονάδα αέργου ισχύος είναι το Var (Vr).

❑ **Ονομάζεται φαινόμενη ισχύς S το γινόμενο:**

$$S=U_{\varepsilon\nu}I_{\varepsilon\nu}=\frac{U_0 I_0}{2} \tag{5.3.7}$$

Μονάδα φαινόμενης ισχύος είναι το VoltAmpere (VA).

Μεταξύ των τριών αυτών ισχύων, υφίσταται η σχέση: $S^2 = P^2 + Q^2$, καθότι

$P^2 + Q^2 = U^2_{\varepsilon\nu} \cdot I^2_{\varepsilon\nu} \cdot συν^2φ + U^2_{\varepsilon\nu} \cdot I^2_{\varepsilon\nu} \cdot ημ^2φ = U^2_{\varepsilon\nu} \cdot I^2_{\varepsilon\nu} \cdot (συν^2φ + ημ^2φ) = U^2_{\varepsilon\nu} \cdot I^2_{\varepsilon\nu} = S^2$.

Επειδή $-90^0 \leq φ \leq 90^0$, συμπεραίνουμε ότι $0 \leq συνφ \leq 1$ και συνεπώς η πραγματική ισχύς είναι πάντα **θετική,** ενώ η άεργος ισχύς μπορεί να είναι ή θετική ή αρνητική, καθότι εξαρτάται από τον παράγοντα ημφ. Ανάλογα με το πρόσημο της αέργου ισχύος Q διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις:

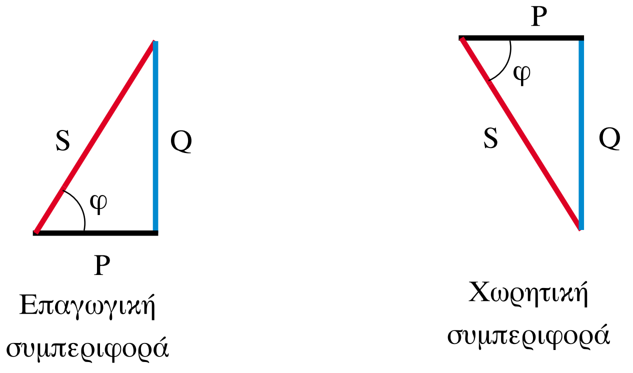
- Αν $Q > 0$, το κύκλωμα παρουσιάζει επαγωγική συμπεριφορά ή ισοδύναμα η τάση προηγείται του ρεύματος κατά γωνία φ.

Το συνφ ονομάζεται **συντελεστής ισχύος** του κυκλώματος και στην περίπτωση αυτή λέγεται **επαγωγικός ή μεταπορείας.**

- Αν $Q < 0$ το κύκλωμα παρουσιάζει χωρητική συμπεριφορά ή ισοδύναμα η τάση έπεται του ρεύματος κατά γωνία φ.

Ο συντελεστής ισχύος στην περίπτωση αυτή λέγεται **χωρητικός ή προπορείας.**

Η πραγματική, η άεργος και η φαινόμενη ισχύς, καθώς και η συμπεριφορά του κυκλώματος, απεικονίζονται με το τρίγωνο ισχύος, δηλαδή ένα ορθογώνιο τρίγωνο με κάθετες πλευρές P, Q και υποτείνουσα S όπου $συνφ = P / S$



Σχήμα 5.3.8. Τρίγωνα ισχύος

➢ Παράδειγμα 1

Κύκλωμα RC σειράς με R=1000 Ω και C=1 μF τροφοδοτείται με εναλλασσόμενη τάση ενεργού τιμής 40V, 100Hz. Ζητούνται:

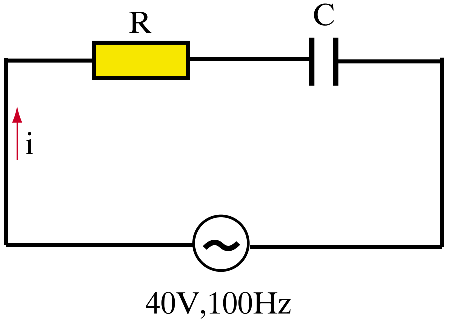
α) η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος

β) η ενεργός τιμή της έντασης του ρεύματος

γ) οι τάσεις U_R και U_C

δ) η ολική πραγματική ισχύς που καταναλώνεται.

Λύση



α) Η κυκλική συχνότητα είναι:

$\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 100 \Rightarrow \omega = 628$ rad/s

Επομένως:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{628 \cdot 1 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow X_C = 1592{,}35\ \Omega$$

Άρα, η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος είναι:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_C)^2} = \sqrt{1000^2 + (1592{,}35)^2} \Rightarrow Z = 1880\ \Omega$$

β) $$I_{\varepsilon\nu} = \frac{U_{\varepsilon\nu}}{Z} = \frac{40}{1880} \Rightarrow I_{\varepsilon\nu} = 0{,}0213(\text{A}) \Rightarrow I_{\varepsilon\nu} = 21{,}3\ \text{mA}$$

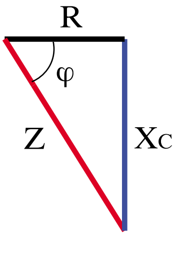
γ) $$U_R = I_{\varepsilon\nu} \cdot R = 0{,}0213 \cdot 1000 \Rightarrow U_R = 21{,}3\ \text{V}$$

$$U_C = I_{\varepsilon\nu} \cdot X_C = 0{,}0213 \cdot 1592{,}35 \Rightarrow U_C = 33{,}9\ \text{V}$$

δ) Για την εύρεση της ισχύος που καταναλώνεται στην ωμική αντίσταση έχουμε:

Το τρίγωνο των αντιστάσεων που φαίνεται στο διπλανό σχήμα, δίνει:

$$\text{συνφ} = \frac{R}{Z} = \frac{1000}{1880} = 0{,}532$$



Επομένως:

$P = U_{\varepsilon\nu} I_{\varepsilon\nu}\, \text{συνφ} = 40 \cdot 0{,}0213 \cdot 0{,}532 = 0{,}453$ W

ή απευθείας

$P = U_R I_{\varepsilon\nu} = 21{,}3 \cdot 0{,}0213 = 0{,}453$ W

καθότι η πραγματική ισχύς της πηγής καταναλώνεται στην ωμική αντίσταση του κυκλώματος.

➢ Παράδειγμα 2

Κύκλωμα RL σειράς με R=2700 Ω και L=10 mH τροφοδοτείται με εναλλασσόμενη τάση ενεργούς τιμής 50V, 50KHz. Ζητούνται:

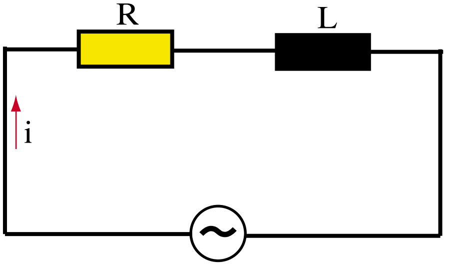
α) η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος

β) η ενεργός τιμή της έντασης του ρεύματος

γ) οι τάσεις U_R και U_L

δ) οι ισχείς P, Q, S της πηγής.

Λύση



α) Η κυκλική συχνότητα είναι:

$$\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 \Rightarrow \omega = 314 \text{ Krad/s}$$

Επομένως:

$$X_L = \omega L = 314 \cdot 10^3 \;\; 10 \cdot 10^{-3} \Rightarrow X_L = 3140\Omega$$

Άρα, η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος είναι:

$$Z= \sqrt{R^2+X_L^2} = \sqrt{2700^2+3140^2} \Rightarrow Z=4141{,}2 \;\Omega$$

β) $I_{εν} = \dfrac{U_{εν}}{Z} = \dfrac{50}{4141{,}2} \Rightarrow I_{εν} = 0{,}012(A) \Rightarrow I_{εν} = 12 \ mA$

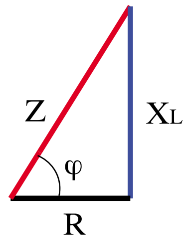
γ) $U_R = I_{εν} \cdot R = 0{,}012 \cdot 2700 \Rightarrow UR = 32{,}4 \ V$

$U_L = I_{εν} \cdot X_L = 0{,}012 \cdot 3140 \Rightarrow UL = 37{,}68 \ V$

δ) Από το τρίγωνο αντιστάσεων που φαίνεται στο διπλανό σχήμα, προκύπτει:

$συνφ = \dfrac{R}{Z} = \dfrac{2700}{4141{,}2} = 0{,}652$

$ημφ = \dfrac{X_L}{Z} = \dfrac{3140}{4141{,}2} = 0{,}758$



Επομένως:

$P = U_{εν} I_{εν} \, συνφ = 50 \cdot 0{,}012 \cdot 0{,}652 = 0{,}39 \ W$

$Q = U_{εν} I_{εν} \, ημφ = 50 \cdot 0{,}012 \cdot 0{,}758 = 0{,}45 \ Var$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{0{,}39^2 + 0{,}45^2} = 0{,}595 \ \ VA$$

➢ Παράδειγμα 3

Ένας ερασιτέχνης συνδέει στην πρίζα του δωματίου του (220V, 50Hz) έναν πυκνωτή. Η ονομαστική ισχύς του πυκνωτή, σύμφωνα με την ένδειξη που φέρει, είναι 4KVar στα 220V, 50Hz. Το αποτέλεσμα είναι να πέσει η αυτόματη ασφάλεια των 10A και ο ερασιτέχνης υποθέτει ότι ο πυκνωτής είναι ελαττωματικός. Είναι η υπόθεση του σωστή;

Λύση

Από τη σχέση Q=U·I έχουμε:

$$Q = UI \Rightarrow I = \frac{Q}{U} = \frac{4000}{220} \Rightarrow I = 18{,}2 \ \ A$$

δηλαδή, στην ονομαστική του τάση ο πυκνωτής απορροφά 18,2 Α και επειδή αυτό υπερβαίνει κατά πολύ το ρεύμα 10Α, η ασφάλεια πέφτει λόγω υπερφόρτωσης. Επομένως, η υπόθεση του είναι λανθασμένη.

➢ Παράδειγμα 4

΄Ενας κινητήρας εναλλασσόμενου ρεύματος 220V, 50Hz απορροφά υπό ονομαστικό φορτίο, σύμφωνα με τις ενδείξεις που φέρει, ρεύμα 10Α με συνφ = 0,78. Ποιά είναι η φαινόμενη, η ενεργός και η άεργος ισχύς;

Λύση

Φαινόμενη ισχύς: $S = U \cdot I = 220 \cdot 10 = 2200$ VA

Ενεργός ισχύς: $P = U \cdot I \cdot \text{συνφ} = 220 \cdot 10 \cdot 0{,}78 = 1716$ W

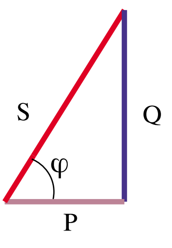
Άεργος ισχύς: $Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{2200^2 - 1716^2} = 1376{,}7$ Var

➢ Παράδειγμα 5

΄Ενας μικρός κινητήρας εναλλασσόμενου ρεύματος 220V, 50Hz απορροφά ρεύμα 3Α. Η πραγματική ισχύς του κινητήρα είναι 450W. Υπολογίστε την άεργο ισχύ Q και το συντελεστή ισχύος.

Λύση

Επειδή ο κινητήρας έχει επαγωγική συμπεριφορά, το τρίγωνο ισχύος θα είναι:



όπου $S = U \cdot I = 220 \cdot 3 = 660$ VA

Επομένως: $Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{660^2 - 450^2} = 482{,}8$ Var

$$\text{συνφ} = \frac{P}{S} = \frac{450}{660} \Rightarrow \text{συνφ} = 0{,}68$$

➢ Παράδειγμα 6

Ένας τεχνίτης θέλει να εγκαταστήσει στο υπόγειο του σπιτιού του ένα εργαστήριο. Εκεί υπάρχει ένας αγωγός 220V, 50Hz με μια ασφάλεια 25A. Σε αυτόν πρόκειται να συνδεθούν τα εξής φορτία:

Φορτίο 1: Ηλεκτρική θερμάστρα 220V, 2KW, συνφ = 1

Φορτίο 2: Φωτισμός γενικά 220V, 500W, συνφ = 1

Φορτίο 3: Κινητήρας AC 220V, 17A, συνφ = 0,8

Φορτίο 4: Κινητήρας AC 220V, 2KVA, συνφ = 0,7

Επαρκεί ο αγωγός που υπάρχει για την ταυτόχρονη (παράλληλη) σύνδεση όλων των φορτίων;

Λύση

Φορτίο 1:

$P_1 = 2000$ W

$Q_1 = 0$ Var

Φορτίο 2:

$P_2 = 500$ W

$Q_2 = 0$ Var

Φορτίο 3:

$P_3 = U_3 \cdot I_3 \cdot \text{συνφ} = 220 \cdot 17 \cdot 0{,}8 = 299{,}2$ W

$Q_3 = U_3 \cdot I_3 \cdot \text{ημφ} = 220 \cdot 17 \cdot 0{,}6 = 224{,}4$ Var

Φορτίο 4:

$$P_4 = S \cdot \text{συνφ} = 2000 \cdot 0{,}7 = 1400 \text{ W}$$

$$Q = \sqrt{S^2 - P_4^2} = \sqrt{2000^2 - 1400^2} = 1428{,}28 \text{ Var}$$

Επομένως:

$P_{ολ} = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 2000 + 500 + 299{,}2 + 1400 = 4199{,}2$ W

$Q_{ολ} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0 + 0 + 224{,}4 + 1428{,}28 = 1652{,}68$ Var

Άρα:

$$S_{ολ} = \sqrt{P_{ολ}^2 + Q_{ολ}^2} = \sqrt{4199{,}2^2 + 1652{,}68^2} = 4512{,}72 \text{ VA}$$

Αλλά:

$$S_{ολ} = U \cdot I \Rightarrow I = \frac{S_{ολ}}{U} = \frac{4512{,}72}{220} \Rightarrow I = 20{,}51 \text{ A}$$

Επομένως, όταν όλα τα φορτία συνδεθούν ταυτόχρονα απορροφούν ρεύμα 20,51 A. Η ασφάλεια είναι 25 A και κατά συνέπεια επαρκεί ο αγωγός για την ταυτόχρονη σύνδεση όλων των φορτίων.

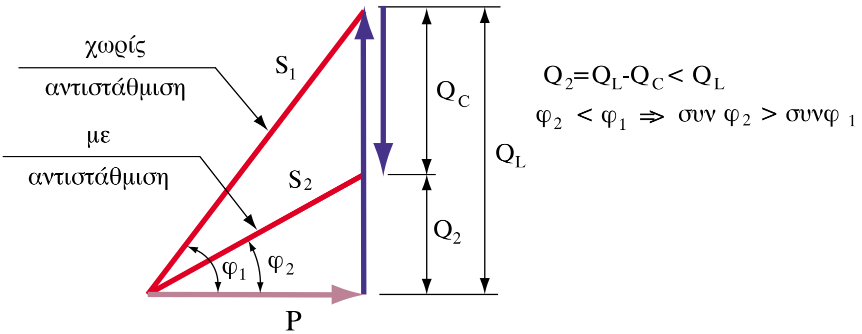
5.3.5. Αντιστάθμιση (ή βελτίωση του συνφ)

Οι μετασχηματιστές, οι κινητήρες κτλ. είναι επαγωγικοί καταναλωτές. Για το σχηματισμό των μαγνητικών τους πεδίων απορροφούν από το δίκτυο τροφοδοσίας επαγωγική άεργο ισχύ διπλάσιας συχνότητας. Επειδή αυτό αποτελεί μια πρόσθετη επιβάρυνση για το δίκτυο, η ΔΕΗ επιβάλλει στους καταναλωτές της να τηρούν έναν προκαθορισμένο ελάχιστο συντελεστή ισχύος (συνήθως συνφ = 0,9). Οι καταναλωτές με αυξημένες απαιτήσεις σε άεργο ισχύ, υποχρεώνονται να τοποθετήσουν μετρητές αέργου ισχύος.

Ο ευκολότερος τρόπος για τον περιορισμό της κατανάλωσης αέργου επαγωγικής ισχύος είναι η παράλληλη σύνδεση χωρητικοτήτων (πυκνωτών), **η συμπεριφορά των οποίων είναι αντίθετη από αυτή των επαγωγικών καταναλωτών-**

λωτών. Η επαγωγική άεργος ισχύς Q_L που απορροφάται από το δίκτυο αντισταθμίζεται πλήρως ή εν μέρει από τη χωρητική άεργο ισχύ Q_C. Η διαδικασία αυτή ονομάζεται **αντιστάθμιση.**

Με την αντιστάθμιση για σταθερή πραγματική ισχύ, μειώνεται η άεργος ισχύς και βελτιώνεται ο συντελεστής ισχύος, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα καθότι, αφού $\varphi_2 < \varphi_1 \Rightarrow$ συν$\varphi_2 >$ συνφ_1



Σχήμα 5.3.9. Αντιστάθμιση για σταθερό P

Επίσης, το ρεύμα στους αγωγούς του δικτύου περιορίζεται και συνεπώς οι απώλειές τους μειώνονται. Επιπλέον, περιορίζεται το κόστος κατανάλωσης αέργου ισχύος που χρεώνει η ΔΕΗ.

Τρία είδη αντιστάθμισης χρησιμοποιούνται κυρίως:

- **Ατομική αντιστάθμιση:** Σε κάθε επαγωγικό καταναλωτή συνδέεται άμεσα ο απαραίτητος πυκνωτής. Αυτού του είδους η αντιστάθμιση χρησιμοποιείται κυρίως για μεγάλους καταναλωτές με μεγάλη διάρκεια λειτουργίας.
- **Ομαδική αντιστάθμιση:** Κάθε ομάδα επαγωγικών καταναλωτών κατά το δυνατό με την ίδια ισχύ και διάρκεια λειτουργίας, αντισταθμίζεται από ένα κοινό πυκνωτή. Αυτού του είδους η αντιστάθμιση χρησιμοποιείται κυρίως για αντιστάθμιση λαμπτήρων φθορισμού.

- **Κεντρική αντιστάθμιση:** Η άεργος ισχύς ενός πλήθους επαγωγικών καταναλωτών διαφορετικής ισχύος και διάρκειας λειτουργίας αντισταθμίζεται από μια ομάδα πυκνωτών. Η άεργος ισχύς πυκνωτών, που απαιτείται κάθε φορά για την κάλυψη της κατανάλωσης αέργου ισχύος, διατίθεται μέσω μιας εγκατάστασης αυτοματισμού.

➢ Παράδειγμα

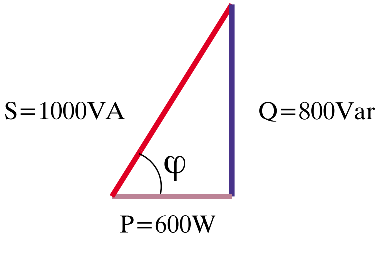
Σε ένα σύστημα η πραγματική ισχύς είναι P = 600 W και η άεργος επαγωγική ισχύς είναι Q = 800 Var. Ζητείται ο συντελεστής ισχύος του συστήματος και στη συνέχεια η χωρητική άεργος ισχύς που πρέπει να προστεθεί (παράλληλη σύνδεση πυκνωτών), ώστε ο συντελεστής ισχύος του αντισταθμισμένου συστήματος να είναι 0,8 επαγωγικός.

Λύση

Από το αρχικό τρίγωνο ισχύος που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα προκύπτει:

$$S=\sqrt{P^2+Q^2}=\sqrt{600^2+800^2}=1000 \ \ VA$$

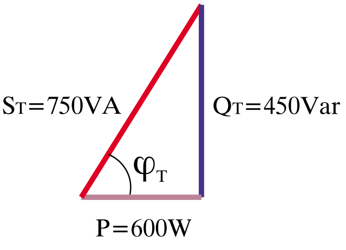
$$συνφ=\frac{P}{S}=\frac{600}{1000}\Rightarrow συνφ=0,6$$



Με την πρόσθεση όμως χωρητικής αέργου ισχύος για αντιστάθμιση, ο τελικός συντελεστής ισχύος γίνεται 0,8 επαγωγικός με αποτέλεσμα η γωνία $φ_T$ του τριγώνου να μικραίνει και το τρίγωνο ισχύος να παίρνει τη μορφή που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

$$συνφ_T = \frac{P}{S_T} \Rightarrow S_T = \frac{P}{συνφ_T} = \frac{600}{0,8} \Rightarrow S_T = 750 \ \text{VA}$$

$$Q_T = \sqrt{S_T^2 - P^2} = \sqrt{750^2 - 600^2} = 450 \ \text{Var}$$



Άρα η χωρητική άεργος ισχύς που απαιτείται για την αντιστάθμιση είναι:

$$Q_C = Q - Q_T = 800 - 450 = 350 \ \text{Var}$$

Ανακεφαλαίωση

- Ονομάζεται πραγματική ισχύς P η ισχύς που καταναλώνεται στο ωμικό μέρος της σύνθετης αντίστασης υπό μορφή θερμότητας.
- Ονομάζεται άεργος ισχύς Q η ισχύς που παρουσιάζεται στο επαγωγικό ή χωρητικό μέρος της σύνθετης αντίστασης.
- Ονομάζεται φαινόμενη ισχύς S το γινόμενο της ενεργού τιμής τάσης επί την ενεργό τιμή του ρεύματος.
- Το συνφ ονομάζεται συντελεστής ισχύος του κυκλώματος και μπορεί να είναι επαγωγικός ή χωρητικός ανάλογα με το εάν η τάση προηγείται του ρεύματος ή αντίστροφα.
- Αντιστάθμιση ονομάζεται η διαδικασία περιορισμού της κατανάλωσης αέργου επαγωγικής ισχύος με προσθήκη χωρητικής αέργου ισχύος. Συνήθως πετυχαίνεται με παράλληλη σύνδεση πυκνωτών η συμπεριφορά των οποίων είναι αντίθετη από αυτή των πηνίων.

Ερωτήσεις

1. Ποια ισχύς ενός κυκλώματος εναλλασσόμενου ρεύματος αντιστοιχεί στην ισχύ συνεχούς ρεύματος;
2. Ποια είναι η χαρακτηριστική διαφορά μεταξύ της ενεργού και της αέργου κατανάλωσης; Εξηγείστε με δικά σας λόγια τι συμβαίνει, όταν έχουμε άεργη κατανάλωση σε ένα κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος.
3. Για ποιο είδος ισχύος πρέπει να υπολογίζονται οι πηγές μιας επιχείρησης παροχής ηλεκτρικής ενέργειας;
4. Ποια μεγέθη του κυκλώματος εναλλασσόμενου ρεύματος απαιτούνται για τον υπολογισμό της ενεργού και της αέργου ισχύος;
5. Είναι σταθερή η παροχή θερμότητας από μια ηλεκτρική θερμάστρα που τροφοδοτείται με εναλλασσόμενο ρεύμα;
6. Ποιο είναι το πρόσημο της επαγωγικής και ποιο της χωρητικής αέργου ισχύος, όταν πρέπει να προστεθεί η άεργη ισχύς διαφορετικών καταναλωτών;
7. Ο επαγωγικός συντελεστής ισχύος ονομάζεται μεταπορείας και ο χωρητικός προπορείας. Με ποιο κριτήριο δόθηκαν οι ονομασίες αυτές;
8. Ποιο είδος αέργου ισχύος απορροφάται συνήθως από τους καταναλωτές που χρησιμοποιούνται στην ενεργειακή τεχνολογία;
9. Ποιο είδος ισχύος του εναλλασσόμενου ρεύματος δεν εξαρτάται από τη φάση φ;
10. Ποια είναι η τιμή του συνφ όταν η φαινόμενη και η ενεργός ισχύς είναι ίσες;
11. Ποιο είδος αντιστάθμισης είναι το καταλληλότερο για μεγάλους καταναλωτές με μεγάλη διάρκεια συνεχούς λειτουργίας;
12. Ποιο είδος αντιστάθμισης είναι το καταλληλότερο για μια εγκατάσταση με ένα μεγάλο αριθμό καταναλωτών με διαφορετική ισχύ και με διαφορετική διάρκεια συνεχούς λειτουργίας;

Ασκήσεις

1. Σε ένα κύκλωμα η τάση τροφοδοσίας είναι v = 150 ημ(ωt+10^0) V και το ρεύμα i = 5 ημ(ωt-50^0) A. Βρείτε την πραγματική ισχύ, την άεργο ισχύ και το συντελεστή ισχύος του κυκλώματος.

   (απαντ. P = 187,5 W, Q = 325 Var, συνφ = 0,5 μεταπορείας)

2. ΄Ενα κύκλωμα RC σειράς έχει: R = 10 Ω και X_C = 5 Ω έχει ενεργό τάση τροφοδοσίας 120 V. Προσδιορίστε το τρίγωνο ισχύος.

   (απαντ. P = 1154 W, Q = 577 Var, συνφ = 0,894 προπορείας)

3. ΄Ενα κύκλωμα RL σειράς έχει: R = 5 Ω και X_L = 15 Ω έχει πτώση τάσης στην αντίσταση με ενεργό τιμή 31,6 V. Προσδιορίστε το τρίγωνο ισχύος.

   (απαντ. P = 200 W, Q = 600 Var, συνφ = 0,316 μεταπορείας)

4. Μία σύνθετη αντίσταση διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα ενεργού τιμής 18 A και δέχεται 3500 VA με συντελεστή ισχύος 0,76 μεταπορείας. Βρείτε τη σύνθετη αντίσταση.

   (απαντ. R = 8,21 Ω X_L = 7 Ω)

5. Βρείτε το τρίγωνο ολικής ισχύος για τα τρία παράλληλα φορτία: Φορτίο Α, 200 VA με συνφ=0,7 μεταπορείας , Φορτίο Β, 350 VA με συνφ=0,5 μετα-πορείας, Φορτίο Γ, 275 VA με συνφ=1.

   (απαντ. P = 590 W, Q = 446 Var, συνφ = 0,798 μεταπορείας)

6. Ο συντελεστής ισχύος ενός φορτίου 300 KW βελτιώνεται από 0,65 μεταπορείας σε 0,9 μεταπορείας με προσθήκη πυκνωτών παράλληλα. Βρείτε τα KVar των πυκνωτών που απαιτούνται για τη βελτίωση (αντιστάθμιση).

   (απαντ. 204 KVar)

Ενότητα 5.4

Συντονισμός κυκλώματος

“Διδακτικοί στόχοι”

Με τη μελέτη της ενότητας αυτής οι μαθητές θα είναι σε θέση:

- *να **κατανοούν** το φαινόμενο του συντονισμού και να **γνωρίζουν** πότε αυτό συμβαίνει.*
- *να **υπολογίζουν** τη συχνότητα συντονισμού, το συντελεστή ποιότητας, τη ζώνη διέλευσης και να **εξηγούν** το φαινόμενο της υπέρτασης σε ένα κύκλωμα συντονισμού σειράς.*
- *να **υπολογίζουν** τη συχνότητα συντονισμού, το συντελεστή ποιότητας, τη ζώνη διέλευσης και να **εξηγούν** το φαινόμενο της υπερέντασης σε ένα κύκλωμα παράλληλου συντονισμού.*
- *να **αναφέρουν** παραδείγματα ηλεκτρικών εφαρμογών στα οποία το φαινόμενο του συντονισμού λειτουργεί ως πλεονέκτημα ή μειονέκτημα.*

Γενικά

Η συμπεριφορά ενός κυκλώματος RLC, όταν μεταβάλλεται η κυκλική συχνότητα ω ή όταν μεταβάλλονται οι τιμές των L και C, παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον καθότι οι μεταβολές αυτές έχουν ως αποτέλεσμα την εμφάνιση ενός σπουδαίου φαινομένου, γνωστού ως συντονισμός.

❑ **Συντονισμός ενός κυκλώματος RLC ονομάζεται το φαινόμενο, κατά το οποίο η εφαρμοζόμενη τάση βρίσκεται σε φάση με το ρεύμα στην είσοδό του.**

Αυτό έχει ως κύριο αποτέλεσμα, τάσεις ή ρεύματα του κυκλώματος να παίρνουν μέγιστες τιμές.

Συντονισμός εμφανίζεται τόσο σε κυκλώματα σειράς όσο και σε κυκλώματα παράλληλα.

5.4.1. Συντονισμός σειράς

Αναφερόμενοι στο κύκλωμα του σχήματος 5.2.6 (RLC σε σειρά) και παρατηρώντας το διανυσματικό διάγραμμα βλέπουμε ότι:

Εάν $U_L = U_C$, οι τάσεις αυτές αλληλοαναιρούνται και απομένει μόνο η τάση U_R με αποτέλεσμα $U = U_R$. Στην περίπτωση αυτή τάση και ρεύμα έχουν διαφορά φάσης μηδέν και κατά συνέπεια το κύκλωμα βρίσκεται σε συντονισμό.

Η συχνότητα στην οποία επιτυγχάνεται ο συντονισμός προκύπτει ως εξής:

$$U_L = U_C \Rightarrow I \cdot \omega_0 L = I \cdot \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

Άρα:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{και} \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \tag{5.4.1}$$

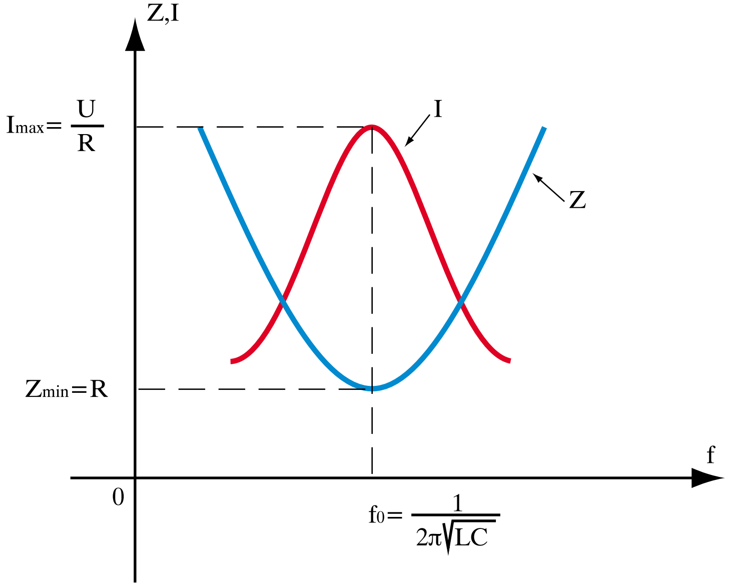
Η συχνότητα f_0 ονομάζεται ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος και η σχέση (5.4.1) είναι γνωστή ως **τύπος του Thomson.**

Εάν μεταβληθούν οι τιμές των L και (ή) C, μεταβάλλεται η ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος και υπάρχει έτσι η δυνατότητα συντονισμού του κυκλώματος σε διάφορες συχνότητες.

Στη συχνότητα συντονισμού, η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος(σχέση 5.2.7) παίρνει ελάχιστη τιμή και η ένταση του ρεύματος μέγιστη τιμή.

$$Z_{min} = R \qquad \text{και} \qquad I_{max} = \frac{U}{R} \tag{5.4.2}$$

Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται οι μεταβολές της σύνθετης αντίστασης Z και του ρεύματος I σε συνάρτηση με τη συχνότητα f.



Σχήμα 5.4.1. Μεταβολή των Z και I συναρτήσει της συχνότητας

❑ **Συντελεστής ποιότητας του κυκλώματος ($Q_π$) ονομάζεται το πηλίκο της τάσης που επικρατεί στα άκρα του πηνίου (ή του πυκνωτή) κατά το συντονισμό προς την τάση τροφοδοσίας, δηλαδή**

$$Q_π = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} = \frac{I_{max} \cdot \omega_0 L}{I_{max} \cdot R} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \Rightarrow$$

$$Q_π = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \qquad (5.4.3)$$

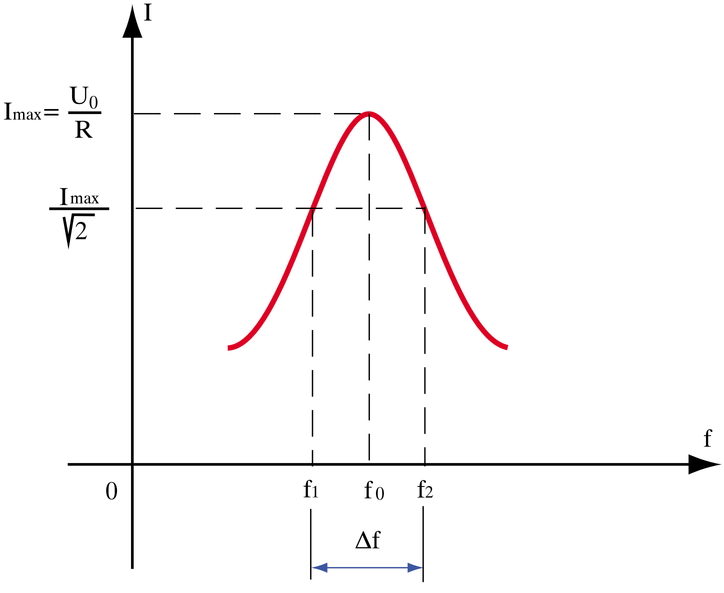
Ο συντελεστής ποιότητας ($Q_π$) δείχνει ότι η τάση U_L ή U_C είναι $Q_π$ φορές μεγαλύτερη από την τάση τροφοδοσίας και οι τιμές του στην πράξη κυμαίνονται συνήθως μεταξύ 10 και 300. Εμφανίζονται δηλαδή υπερτάσεις στο εσωτερικό του κυκλώματος RLC.

Το φαινόμενο αυτό είναι γνωστό ως **υπέρταση** κατά το συντονισμό και πρέπει να λαμβάνεται σοβαρά υπόψη κατά το σχεδιασμό ενός κυκλώματος, διότι υπάρχει ο κίνδυνος να διασπαστεί το διηλεκτρικό του πυκνωτή εξαιτίας της υπέρτασης.

Ιδιαίτερη σημασία στην πράξη έχει το πόσο στενή είναι η καμπύλη συντονισμού στην περιοχή κοντά στη συχνότητα συντονισμού. Αυτό εκτιμάται με τη ζώνη διέλευσης ή ζώνη συντονισμού Δf του κυκλώματος, που δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta f = f_2 - f_1 \qquad (5.4.4)$$

όπου f_1 και f_2 είναι οι πλευρικές συχνότητες στις οποίες το ρεύμα I παίρνει τιμή ίση με 0,707 I_{max}



Σχήμα 5.4.2. Ζώνη διέλευσης

Αποδεικνύεται ότι μεταξύ της ζώνης διέλευσης Δf και του συντελεστή ποιότητας Q_π ισχύει η σχέση:

$$\Delta f = \frac{f_0}{Q_\pi} \tag{5.4.5}$$

δηλαδή, για ορισμένη συχνότητα συντονισμού f_0 η ζώνη διέλευσης είναι τόσο μικρότερη (πιο στενή καμπύλη), όσο μεγαλύτερος είναι ο συντελεστής ποιότητας Q_π.

Για τον υπολογισμό της ισχύος στην περίπτωση του συντονισμού, παρατηρούμε τα εξής. Επειδή δεν υπάρχει διαφορά φάσης μεταξύ τάσης και ρεύματος ($\varphi = 0^0$) εφαρμόζοντας τις σχέσεις (5.3.5) και (5.3.6) παίρνουμε:

$$P = U_{\varepsilon\nu} \cdot I_{\varepsilon\nu} \cdot \text{συν}\varphi = U_{\varepsilon\nu} \cdot I_{\varepsilon\nu} \cdot \text{συν}0^0 = U_{\varepsilon\nu} \cdot I_{\varepsilon\nu}$$

$$Q = U_{\varepsilon\nu} \cdot I_{\varepsilon\nu} \cdot \text{ημ}\varphi = U_{\varepsilon\nu} \cdot I_{\varepsilon\nu} \cdot \text{ημ}0^0 = 0$$

δηλαδή, όταν το κύκλωμα βρίσκεται σε συντονισμό απορροφά αποκλειστικά πραγματική ισχύ από την πηγή, η οποία καταναλώνεται στην ωμική του αντίσταση R. Επειδή δε, το ρεύμα είναι μέγιστο (βλέπε σχήμα 5.4.1), συμπεραίνουμε ότι και η **απορροφούμενη ισχύς είναι μέγιστη.**

Επομένως, όταν ένα κύκλωμα είναι συντονισμένο, μεταφέρεται μέγιστη πραγματική ισχύς από την πηγή στην ωμική αντίσταση του κυκλώματος.

Στο εσωτερικό του κυκλώματος υπάρχει αποταμιευμένη ενέργεια στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου και στο ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή. Η ενέργεια αυτή κυκλοφορεί συνεχώς μεταξύ του πηνίου και του πυκνωτή (ταλάντωση ενέργειας) αλλάζοντας μορφή, χωρίς ποτέ να επιστρέφει στην πηγή, όπως συμβαίνει σε ένα ασυντόνιστο κύκλωμα RLC.

Με άλλα λόγια, μεταξύ του πηνίου και του πυκνωτή πραγματοποιείται συνεχώς μια ταλάντωση ενέργειας με συχνότητα ίση με τη συχνότητα συντονισμού.

➢ Παράδειγμα

Κύκλωμα RLC σειράς έχει: R = 1200 Ω, L = 6 mH, C = 1 nF και συνδέεται σε εναλλασσόμενη τάση 30V, 60KHz. Ζητούνται:

α) Η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος

β) Το ολικό ρεύμα

γ) Η τάση U_C

δ) Η συχνότητα συντονισμού

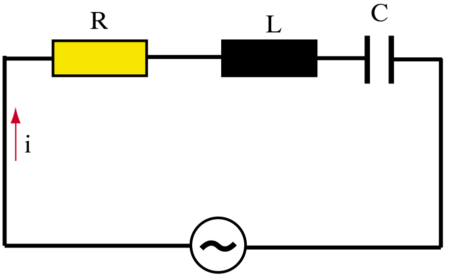
ε) Ο συντελεστής ποιότητας Q_π

στ) Η ζώνη διέλευσης Δf.

Λύση

α) Η κυκλική συχνότητα είναι:

$$\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 60 \Rightarrow \omega = 376{,}8 \text{ Krad/s}$$



30V,60KHz

Επομένως:

$$X_L = \omega L = 376{,}8 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-3} \Rightarrow XL = 2260{,}8\ \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{376{,}8 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-9}} \Rightarrow X_C = 2653{,}93\ \ \Omega$$

Άρα, η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος είναι:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{1200^2 + (2260{,}8 - 2653{,}93)^2} \Rightarrow Z = 1262{,}75\ \Omega$$

β) $$I_{\varepsilon\nu} = \frac{U_{\varepsilon\nu}}{Z} = \frac{30}{1262{,}75} \Rightarrow I_{\varepsilon\nu} = 0{,}02375(A) \Rightarrow I_{\varepsilon\nu} = 23{,}75\ \text{mA}$$

γ) $$U_C = I_{\varepsilon\nu} \cdot X_C = 0{,}02375 \cdot 2653{,}93 \Rightarrow U_C = 63\ V$$

δ) $$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{6 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \cdot 10^{-9}}} = 65{,}007\ \text{KHz}$$

ε) $$Q_\pi = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 65{,}007 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-3}}{1200} = 2{,}04$$

στ) $$\Delta f = \frac{f_0}{Q_\pi} = \frac{65{,}007}{2{,}04} \Rightarrow \Delta f = 31{,}866\ \text{KHz}$$

5.4.2. Παράλληλος συντονισμός (αντισυντονισμός)

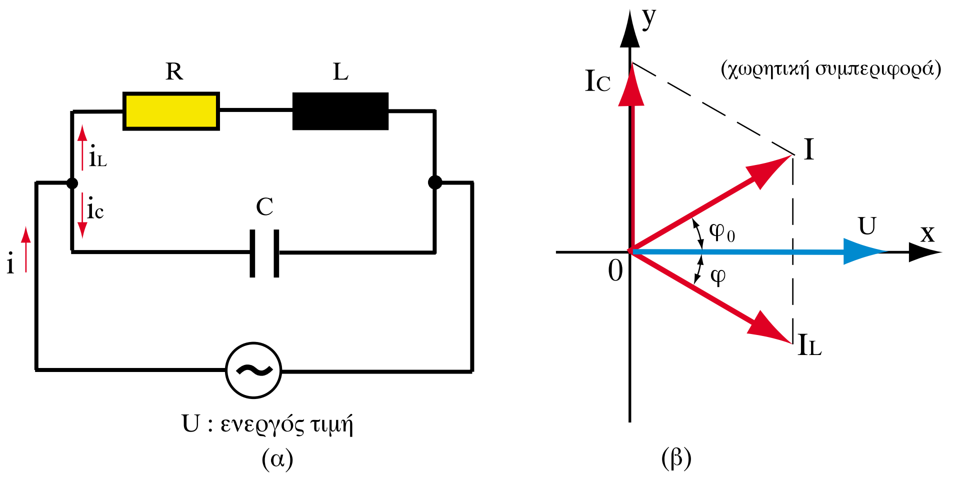
Το κύκλωμα του σχήματος 5.4.3 (α) είναι γνωστό ως κύκλωμα παράλληλου συντονισμού (ή αντισυντονισμού). Αποτελείται από έναν ιδανικό πυκνωτή και ένα πηνίο που παρουσιάζει και ωμική αντίσταση πολύ μικρή.

Αν U είναι η ενεργός τιμή της τάσης και I η ενεργός τιμή του ρεύματος που περνάει από το κύκλωμα, τότε το ρεύμα I αντισταθμίζει δύο πράγματα:

- Το ρεύμα στο πηνίο, που είναι $I_L = \dfrac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$ και έπεται της τάσης κατά γωνία φ, όπου $\varepsilon\varphi\varphi = \dfrac{\omega L}{R}$

- Το ρεύμα στον πυκνωτή, που είναι $I_C = \omega C\, U$ και προηγείται της τάσης κατά 90^0.

Απεικονίζοντας διανυσματικά τα μεγέθη (στον οριζόντιο άξονα τοποθετείται το κοινό μέγεθος, δηλαδή η τάση) προκύπτει το Σχ. (5.4.3.β).



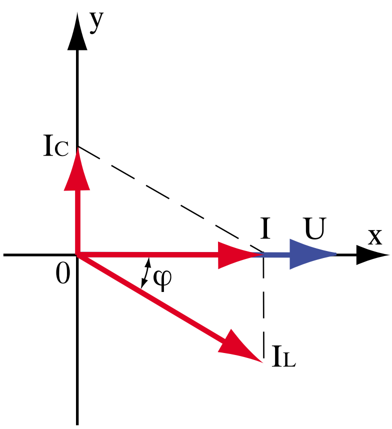
Σχήμα 5.4.3. Κύκλωμα παράλληλου συντονισμού

Υποθέτουμε ότι τα στοιχεία R και L διατηρούνται σταθερά και επομένως το I είναι σταθερό. Μεταβάλλοντας τη χωρητικότητα C, μεταβάλλεται η χωρητική αντίσταση, άρα και η ένταση του ρεύματος I_C.

Έτσι, όταν η χωρητικότητα C ελαττώνεται, αυξάνεται η αντίσταση του πυκνωτή και κατά συνέπεια ελαττώνεται η ένταση I_C. Ταυτόχρονα ελαττώνεται και το ρεύμα I καθώς επίσης και η γωνία φ_0.

Για ορισμένη τιμή του C το ολικό ρεύμα γίνεται συμφασικό με την τάση ($\varphi_0 = 0$) και παίρνει την ελάχιστη δυνατή τιμή I_{min} (διότι η κάθετη είναι μικρότερη από κάθε πλάγια). Αν η χωρητικότητα C ελαττωθεί ακόμη περισσότερο, αρχίζει και πάλι η αύξηση του ρεύματος, αλλά με επαγωγικό χαρακτήρα.

❑ **Λέμε ότι έχουμε παράλληλο συντονισμό, όταν η ένταση του ρεύματος παίρνει την ελάχιστη τιμή (I_{min}) και είναι συμφασική με την τάση U.**



Σχήμα 5.4.4. Διανυσματικό διάγραμμα στο συντονισμό

Η απαιτούμενη τιμή της χωρητικότητας C για τον παράλληλο συντονισμό προκύπτει ίση με:

$$C=\frac{L}{R^2+(\omega L)^2} \qquad (5.4.6)$$

Η συχνότητα συντονισμού προκύπτει ίση με:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}} \tag{5.4.7}$$

και η ελάχιστη τιμή του ρεύματος

$$I_{min} = \frac{U \cdot R}{(\omega_0 L)^2} \tag{5.4.8}$$

και επειδή $R^2 << (\omega_0 L)^2$, προσεγγιστικά τα f_0 και I_{min} δίνονται από τις σχέσεις:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \tag{5.4.9}$$

$$I_{min} = \frac{U \cdot R}{(\omega_0 L)^2} \tag{5.4.10}$$

Η σύνθετη αντίσταση παίρνει μέγιστη τιμή και δίνεται από τη σχέση :

$$Z_{max} = \frac{U}{I_{min}} = Q_\pi^2 \cdot R = Q_\pi \cdot \omega_0 L \tag{5.4.11}$$

όπου $Q_\pi = \dfrac{\omega_0 L}{R}$

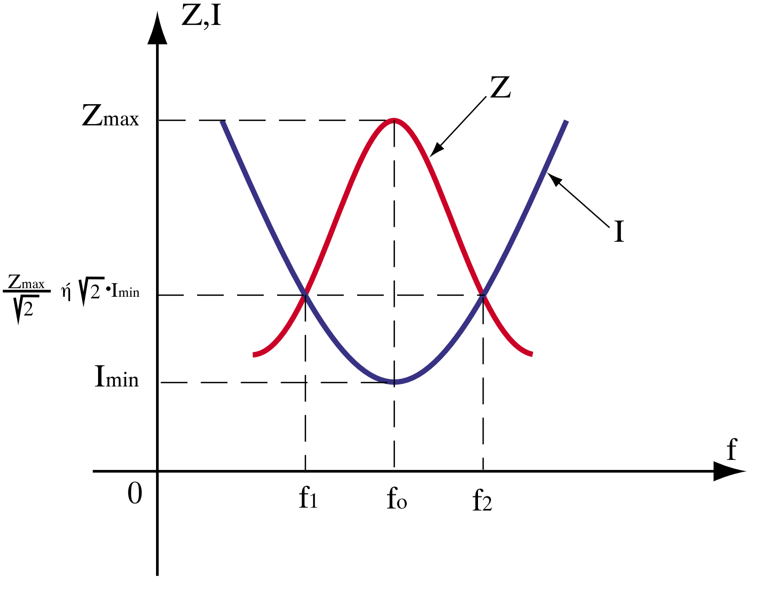
Το φαινόμενο της ανάπτυξης μεγάλης αντίστασης Z_{max} κατά τον παράλληλο συντονισμό ονομάζεται **υπεραντίσταση.**

Εφόσον υποθέσαμε ότι η R είναι πολύ μικρή, τα ρεύματα I_L και I_C είναι ίσα και δίνονται από τη σχέση:

$$I_L = I_C = Q_\pi \cdot I_{min} \tag{5.4.12}$$

Επομένως, στον παράλληλο συντονισμό τα ρεύματα I_L και I_C είναι $Q_π$ φορές μεγαλύτερα από το ελάχιστο ρεύμα I_{min}. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται **υπερένταση.**

Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται οι μεταβολές της Ζ και του Ι σε συνάρτηση με τη συχνότητα f.



Σχήμα 5.4.5. Μεταβολή των Ζ και Ι συναρτήσει της συχνότητας

Για τη ζώνη διέλευσης ισχύει και πάλι η σχέση $Δf=f_2-f_1=f_0/Q_π$ αλλά οι συχνότητες f_1 και f_2 αντιστοιχούν στην περίπτωση αυτή στα σημεία $0{,}707 \cdot Z_{max}$ ή στο $1{,}41 \cdot I_{min}$, όπως φαίνεται στο σχήμα (5.4.5).

Όσον αφορά την ενέργεια στην περίπτωση του παράλληλου συντονισμού, και πάλι η ενέργεια καταναλώνεται στην ωμική αντίσταση. Στο εσωτερικό του κυκλώματος πραγματοποιείται περιοδικά ανταλλαγή ενέργειας μεταξύ του πυκνωτή και του πηνίου, (ταλάντωση ενέργειας) όπως ακριβώς και στο συντονισμό σειράς.

➢ Παράδειγμα

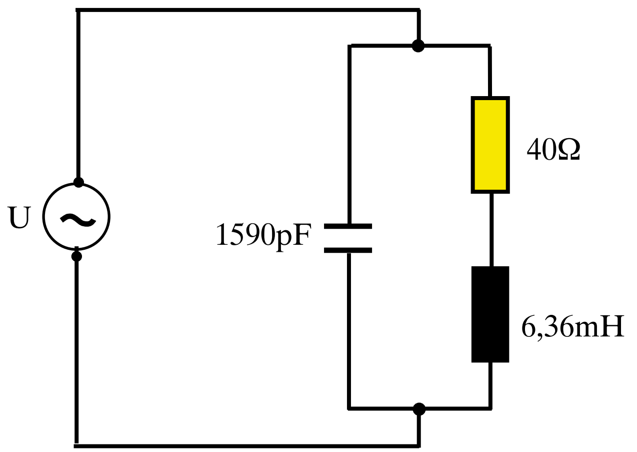
Το κύκλωμα συντονισμού που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, αποτελείται από τα στοιχεία R = 40 Ω, L = 6,36 mH, C =1590 pF και τροφοδοτείται από εναλλασσόμενη τάση ενεργού τιμής U. Να βρεθούν:

α) η συχνότητα συντονισμού

β) ο συντελεστής ποιότητας Q_π

γ) η ζώνη διέλευσης Δf

δ) οι πλευρικές συχνότητες f_1, f_2 της ζώνης διέλευσης.



Λύση

α) Είναι κύκλωμα παράλληλου συντονισμού και επομένως η συχνότητα συντονισμού f_0 δίνεται από τη σχέση (7.25).

$$f_0=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{L^2}}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{6{,}36\cdot10^{-3}\cdot1590\cdot10^{-12}}-\frac{40^2}{\left(6{,}36\cdot10^{-3}\right)^2}}\Rightarrow f_0=50\ \text{KHz}$$

β) Ο συντελεστής ποιότητας Q_π είναι:

$$Q_\pi = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 \cdot 10^3 \cdot 6{,}36 \cdot 10^{-6}}{40} = 50$$

γ) Η ζώνη διέλευσης προκύπτει εύκολα:

$$\Delta f = \frac{f_0}{Q_\pi} = \frac{50}{50} \Rightarrow \Delta f = 1 \text{ KHz}$$

δ) Οι πλευρικές συχνότητες είναι:

$$f_1 = f_0 - \frac{\Delta f}{2} = 50 - \frac{1}{2} \Rightarrow f_1 = 49{,}5 \text{ KHz}$$

$$f_2 = f_0 + \frac{\Delta f}{2} = 50 + \frac{1}{2} \Rightarrow f_2 = 50{,}5 \text{ KHz}$$

Ανακεφαλαίωση

- Συντονισμός ενός κυκλώματος RLC ονομάζεται το φαινόμενο, κατά το οποίο η εφαρμοζόμενη τάση βρίσκεται σε φάση με το ρεύμα στην είσοδο του.
- Η συχνότητα στην οποία επιτυγχάνεται ο συντονισμός ονομάζεται ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος.
- Συντελεστής ποιότητας του κυκλώματος (Q_π) ονομάζεται το πηλίκο της τάσης που επικρατεί στα άκρα του πηνίου (ή του πυκνωτή) κατά το συντονισμό προς την τάση τροφοδοσίας.
- Υπέρταση ονομάζεται το φαινόμενο που παρατηρείται στο συντονισμό σειράς, κατά το οποίο η τάση στο πηνίο ή στον πυκνωτή είναι πολύ μεγαλύτερη από την τάση τροφοδοσίας. Το φαινόμενο αυτό πρέπει να λαμβάνεται σοβαρά υπόψη κατά το σχεδιασμό ενός κυκλώματος, διότι υπάρχει ο κίνδυνος να διασπαστεί το διηλεκτρικό του πυκνωτή εξαιτίας της υπέρτασης.
- Όταν ένα κύκλωμα είναι συντονισμένο, μεταφέρεται μέγιστη πραγματική ισχύς από την πηγή στην ωμική αντίσταση του κυκλώματος.
- Λέμε ότι έχουμε παράλληλο συντονισμό, όταν η ένταση του ρεύματος παίρνει την ελάχιστη τιμή (I_{min}) και είναι συμφασική με την τάση U.

- Το φαινόμενο της ανάπτυξης μεγάλης αντίστασης Z_{max} κατά τον παράλληλο συντονισμό ονομάζεται υπεραντίσταση.
- Υπερένταση ονομάζεται το φαινόμενο που παρατηρείται στον παράλληλο συντονισμό, κατά το οποίο το ρεύμα στο πηνίο ή στον πυκνωτή είναι πολύ μεγαλύτερο από το ελάχιστο ρεύμα I_{min}.

Ερωτήσεις

1. Σε ένα κύκλωμα RLC σειράς η συχνότητα συντονισμού είναι 5KHz. Εάν οι τιμές των L και C υποδιπλασιαστούν, πόση θα είναι η νέα συχνότητα συντονισμού;
2. Σε ένα κύκλωμα συντονισμού σειράς η ζώνη διέλευσης είναι 1KHz. Εάν ο συντελεστής ποιότητας διπλασιαστεί, πόση θα είναι η νέα ζώνη διέλευσης;
3. Σε ένα κύκλωμα RLC σειράς η συχνότητα συντονισμού είναι 5KHz. Εάν η ζώνη διέλευσης είναι 0,5KHz, ποιες είναι οι πλευρικές συχνότητες;
4. Πώς μεταβάλλεται το ρεύμα και η σύνθετη αντίσταση συναρτήσει της συχνότητας σε ένα κύκλωμα συντονισμού σειράς; Τι συμβαίνει στη συχνότητα συντονισμού;
5. Πόση είναι η συχνότητα ταλάντωσης της ενέργειας μεταξύ του πηνίου και του πυκνωτή στο συντονισμό;
6. Γιατί λέμε ότι κατά τον συντονισμό ενός κυκλώματος RLC σειράς εμφανίζονται υπερτάσεις;
7. Τι δηλώνει ο συντελεστής ποιότητας στον παράλληλο συντονισμό;
8. Γιατί λέμε ότι κατά τον παράλληλο συντονισμό εμφανίζονται υπερεντάσεις;
9. Πώς μεταβάλλεται το ρεύμα και η σύνθετη αντίσταση συναρτήσει της συχνότητας και τι συμβαίνει στη συχνότητα συντονισμού σε κύκλωμα παράλληλου συντονισμού;

Ασκήσεις

1. Κύκλωμα RLC σειράς τροφοδοτείται με εναλλασσόμενη τάση $u = 200 \cdot ημ(500t + 30^0)$ και η στιγμιαία ένταση είναι $i = 2\,ημ(500t + 30^0)$. Εάν $L = 0{,}5H$ να βρεθούν οι τιμές των R και C.

   (απάντ. $R = 100\Omega$, $C = 8\mu F$)

2. Κύκλωμα RLC σειράς έχει: $R = 30\Omega$, $X_L = X_C = 150\Omega$ όταν τροφοδοτείται με εναλλασσόμενη τάση 120V, 60Hz. Ζητούνται:

α) η τιμή της χωρητικώτητας C

β) η πραγματική ισχύς P που καταναλώνεται στην αντίσταση

(απάντ. C = 1μF, P = 250W)

3. Κύκλωμα RLC σειράς έχει: R = 40Ω, L = 4H και συνδέεται σε εναλλασσόμενη τάση 100V, 500rad/s. Ζητούνται:

α) Η ενεργός τιμή του ρεύματος

β) Οι τάσεις U_L και U_C

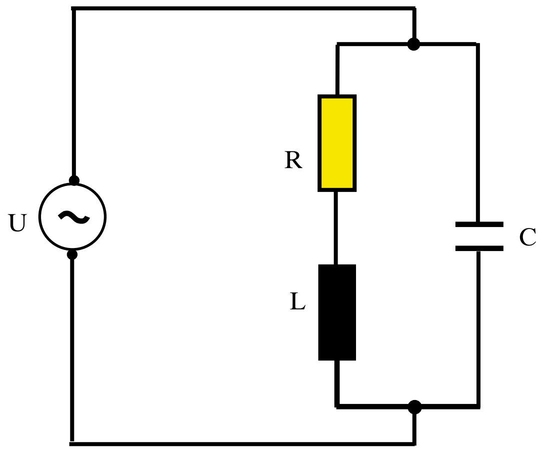
γ) Ο συντελεστής ποιότητας Q_π

δ) Η ζώνη διέλευσης Δf

ε) Οι πλευρικές συχνότητες f_1, f_2.

(απάντ. 4A, 600V, 5, 12KHz, 54KHz, 66KHz)

4. Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος είναι: L = 0,2H και C = 30μF.



Ζητούνται:

α) Η κυκλική συχνότητα συντονισμού ω_0,όταν R = 0.

β) Η κυκλική συχνότητα συντονισμού ω_0,όταν R = 50Ω.

γ) Ο συντελεστής ποιότητας Q_π για την περίπτωση β)

δ) Η ζώνη διέλευσης Δf για την περίπτωση β)

ε) Οι πλευρικές συχνότητες f_1, f_2 για την περίπτωση β)

(απάντ. 408rad/s, 323rad/s, 1,29, 39,87Hz, 31,49Hz, 71,37Hz)

Ενότητα 5.5

Τριφασικό Ρεύμα

“Διδακτικοί στόχοι”

Με τη μελέτη της ενότητας αυτής οι μαθητές θα είναι σε θέση:

- *Να **διακρίνουν** ποια ηλεκτρικά δίκτυα είναι μονοφασικά και ποια τριφασικά.*
- *Να **αναγνωρίζουν** και να **αναφέρουν** τα βασικά χαρακτηριστικά μεγέθη και τις ιδιότητες των τριφασικών δικτύων.*
- *Να **κατανοούν** τις συνδεσμολογίες αστέρα και τριγώνου και να **υπολογίζουν** τις τάσεις, τα ρεύματα και την ισχύ των συνδεόμενων καταναλωτών.*

5.5.1. Παραγωγή τριφασικού ρεύματος

Στην ενότητα 5.1 είδαμε ότι αν ένα πλαίσιο με n αριθμό σπειρών στρέφεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο (μαγνητικής επαγωγής B) παράγεται εναλλασσόμενο ρεύμα. Το ρεύμα αυτό ονομάζεται μονοφασικό ρεύμα. Αν συνδεθεί σε σειρά με το πλαίσιο ένα ωμικό φορτίο (αντίσταση), η στιγμιαία τιμή της παραγόμενης τάσης στα άκρα του δίνεται από τη σχέση:

$$u = U_0 \cdot ημωt \qquad (5.5.1)$$

όπου:

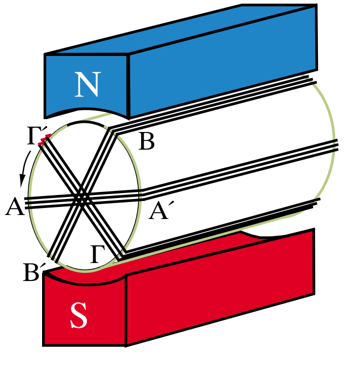
U_0: το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης

$ω = 2πf$: η κυκλική συχνότητα του ρεύματος σε rad/s

t: ο χρόνος σε s

ωt (= φ): η γωνία περιστροφής μετρημένη σε rad ή σε μοίρες (^{0})

Εάν αντί για ένα, χρησιμοποιηθούν 3 όμοια πλαίσια, ΑΑ', ΒΒ', ΓΓ', τα οποία έχουν κοινό άξονα περιστροφής και περιστρέφονται με την ίδια συχνότητα, είναι όμως μετατοπισμένα στο χώρο κατά γωνία 120^0 το ένα από το άλλο, τότε έχουμε παραγωγή τριφασικής εναλλασσόμενης τάσης, όπως φαίνεται στο σχήμα 5.5.1.



Σχήμα 5.5.1. Σχηματική διάταξη παραγωγής τριφασικής εναλλασσόμενης τάσης

Οι τρεις εναλλασσόμενες τάσεις που παράγονται μ’ αυτό τον τρόπο, είναι μεταξύ τους **χρονικά μετατοπισμένες** κατά χρόνο ίσο με το 1/3 της περιόδου T του εναλλασσόμενου ρεύματος, αφού μια πλήρης περιστροφή του κάθε πλαίσιου, δηλαδή μια περιστροφή κατά 360^0, πραγματοποιείται σε χρόνο ίσο με T.

Στο σχήμα 5.5.2 έχουν σημειωθεί οι τρεις εναλλασσόμενες τάσεις, που ονομάζονται και φάσεις του εναλλασσόμενου ρεύματος. Για να διακρίνονται μεταξύ τους ονομάζονται με τα γράμματα L_1, L_2, L_3 (παλαιότερα R, S, T).

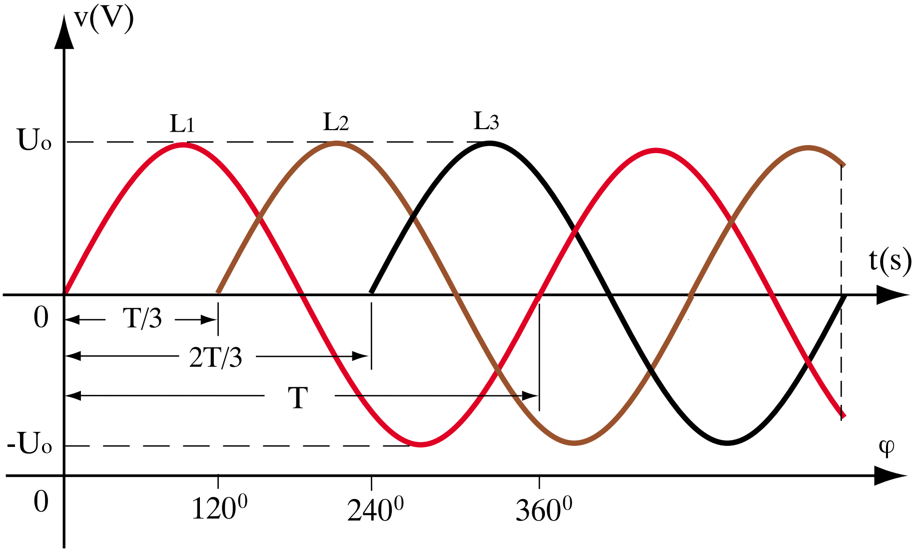
Αν υποθέσουμε σχηματικά ότι η πρώτη φάση L_1 ξεκινά τη χρονική στιγμή 0, τότε η δεύτερη L_2, ξεκινά με χρονική καθυστέρηση T/3 και η τρίτη L_3 με 2T/3. Συνεπώς κάθε χρονική στιγμή συνυπάρχουν οι τρεις τάσεις u_1, u_2, u_3, οι οποίες, λόγω του ότι τα 3 πλαίσια είναι πανομοιότυπα, έχουν:

- την ίδια συχνότητα f (και περίοδο T)
- το ίδιο πλάτος U_0
- χρονική καθυστέρηση η μία από την άλλη ίση με το 1/3 της περιόδου T, ή διαφορά φάσης 120^0.

Οι εξισώσεις των τριών τάσεων είναι:

$$\begin{aligned} u_1 &= U_0 \cdot ημωt \\ u_2 &= U_0 \cdot ημ(ωt - 120^o) \\ u_3 &= U_0 \cdot ημ(ωt - 240^o) \end{aligned} \qquad (5.5.2)$$

Στη γλώσσα της Ηλεκτροτεχνίας τρεις τέτοιες τάσεις, αποτελούν ένα **συμμετρικό τριφασικό σύστημα.**



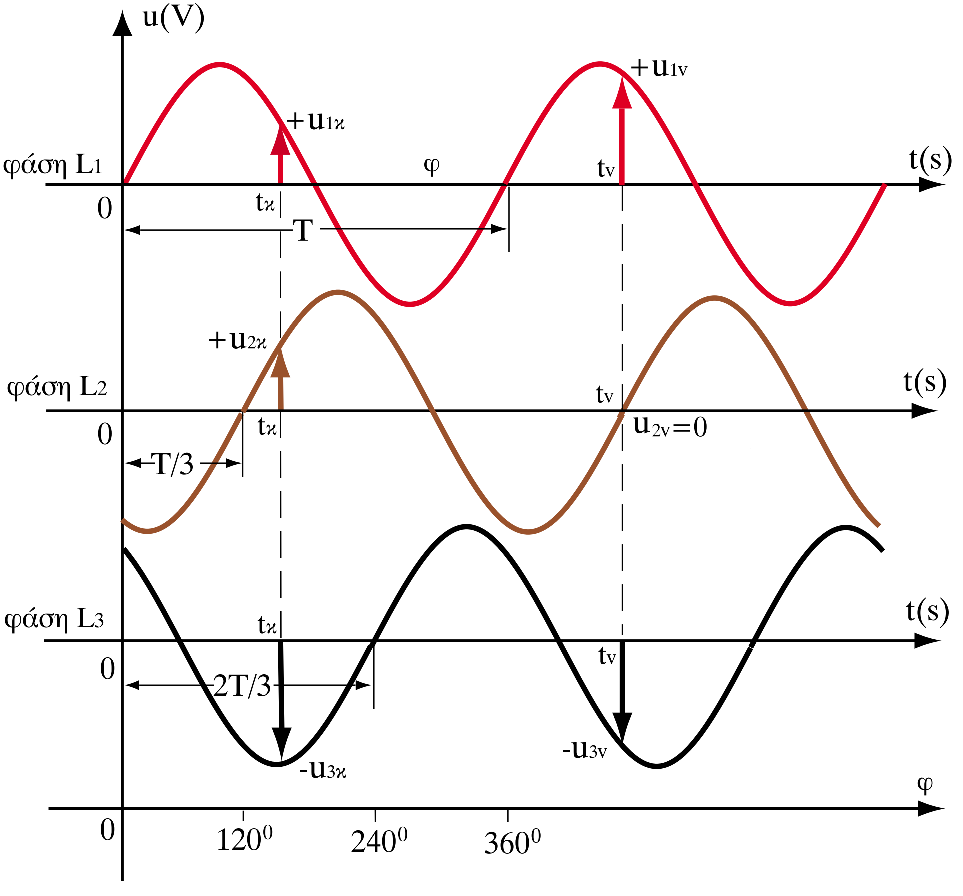
Σχήμα 5.5.2. Σχηματική απεικόνιση των 3 τάσεων του εναλλασσόμενου ρεύματος σε κοινό διάγραμμα u - t

Χαρακτηριστική ιδιότητα του συμμετρικού τριφασικού συστήματος είναι ότι:

❑ **Οι τρεις στιγμιαίες τάσεις u_1, u_2, u_3 σε κάθε χρονική στιγμή δίνουν (αλγεβρικό) άθροισμα ίσο με το μηδέν:**

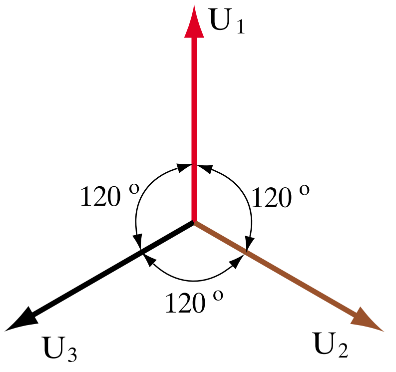
$$u_1 + u_2 + u_3 = 0 \tag{5.5.3}$$

Στο σχήμα 5.5.3 έχουν σχεδιαστεί τα διαγράμματα u - t, των 3 τάσεων u_1, u_2, u_3, το ένα κάτω από το άλλο. Εύκολα διαπιστώνουμε ότι οποιαδήποτε χρονική στιγμή, οι στιγμιαίες τάσεις u_1, u_2, u_3 έχουν αλγεβρικό άθροισμα μηδέν.



Σχήμα 5.5.3. Τη χρονική στιγμή t_k στη φάση L_1 αντιστοιχεί η u_{1k} με θετικό πρόσημο, στη φάση L_2 ή u_{2k} με αρνητικό πρόσημο και στη φάση L_3 η u_{3k} επίσης με αρνητικό. Αν προσθέσουμε τα πλάτη τους αλγεβρικά, προκύπτει άθροισμα ίσο με το 0. Το ίδιο συμβαίνει σε οποιαδήποτε άλλη χρονική στιγμή, π.χ. τη χρονική στιγμη tv του σχήματος.

Το διανυσματικό διάγραμμα των 3 ενεργών τάσεων U_1, U_2, U_3 έχει τη μορφή του σχήματος 5.5.4. Οι 3 τάσεις έχουν ίσα μέτρα και διαφορά φάσης 120^o η μία από την άλλη. Προκύπτει, όπως είδαμε, από το γεγονός ότι κάθε φάση καθυστερεί σε σχέση με την προηγούμενη κατά χρονικό διάστημα ίσο με T/3 που αντιστοιχεί σε γωνία $360^o/3=120^o$.

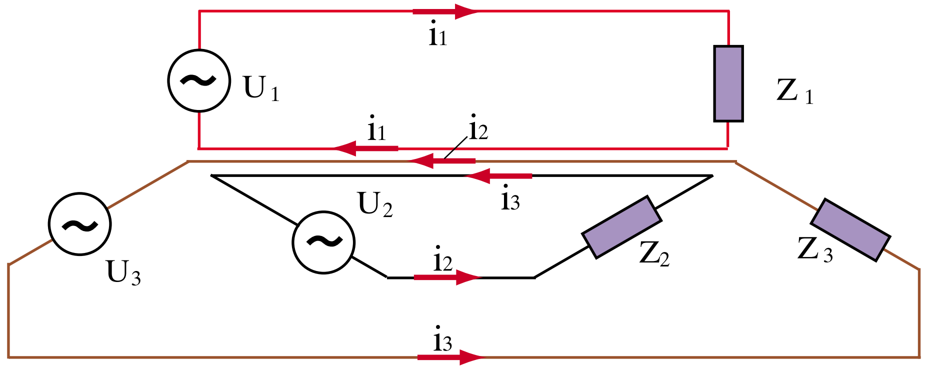


Σχήμα 5.5.4. Διανυσματικό διάγραμμα των τάσεων που παράγονται στα άκρα των 3 περιστρεφόμενων τυλιγμάτων

5.5.2. Ανεξάρτητα και αλληλένδετα τριφασικά συστήματα

Τα τρία περιστρεφόμενα πλαίσια του σχήματος 5.5.1 μπορούν να θεωρηθούν ως πηγές εναλλασσόμενης τάσης (τριφασική γεννήτρια).

Αν συνδέσουμε με αγωγούς καθεμιά από τις τρεις αυτές πηγές με αντίστοιχους καταναλωτές, καθένας από τους οποίους έχει αντίστοιχα σύνθετη αντίσταση Z_1, Z_2, Z_3, θα έχουμε τα 3 κυκλώματα του σχήματος 5.5.5.



Σχήμα5.5.5. Τροφοδότηση ηλεκτρικών καταναλώσεων με τριφασικό ρεύμα. Ανεξάρτητο τριφασικό σύστημα με χρήση 6 αγωγών

Η στιγμιαία τιμή του ρεύματος σε κάθε κύκλωμα θα είναι:

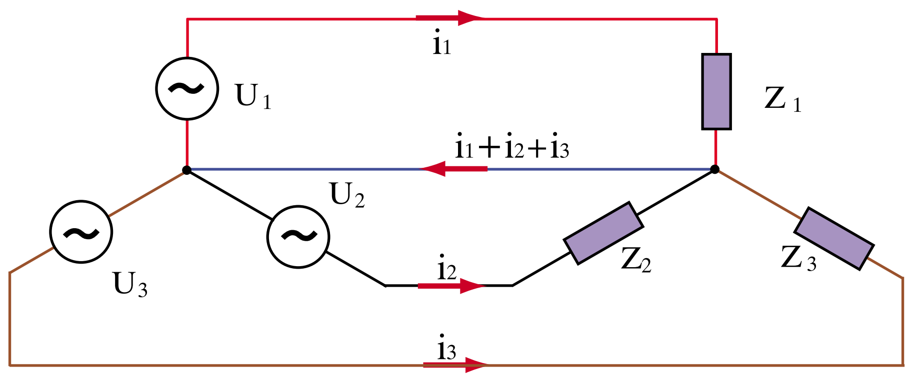
$$i_1 = \frac{u_1}{Z_1} \qquad i_2 = \frac{u_2}{Z_2} \qquad i_3 = \frac{u_3}{Z_3} \tag{5.5.4}$$

Αν υποθέσουμε ότι οι σύνθετες αντιστάσεις στα 3 κυκλώματα είναι ίσες: $Z_1 = Z_2 = Z_3$, τότε το άθροισμα των ρευμάτων δίνεται από τη σχέση:

$$i_1+i_2+i_3=\frac{u_1}{Z}+\frac{u_2}{Z}+\frac{u_3}{Z}=\frac{u_1+u_2+u_3}{Z}=0 \Rightarrow i_1+i_2+i_3=0$$

δηλαδή:

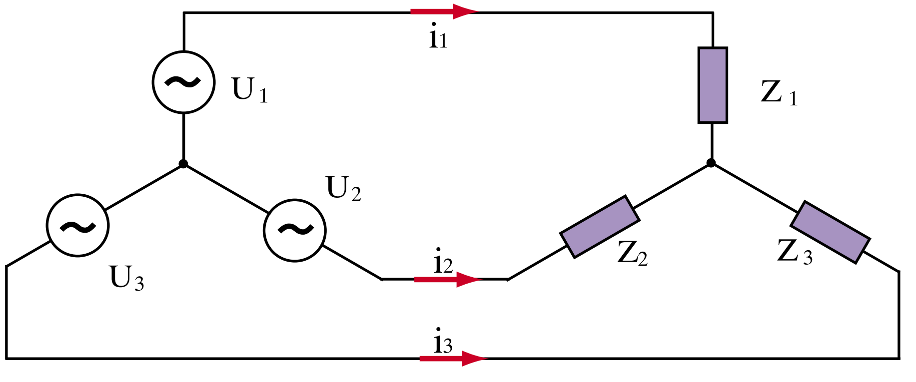
❑ **Το άθροισμα των στιγμιαίων τιμών των τριών ρευμάτων, όπως και των τάσεων, είναι ίσο με το μηδέν.**



Σχήμα 5.5.6. Τροφοδότηση ηλεκτρικών καταναλώσεων με τριφασικό ρεύμα. Αλληλένδετο τριφασικό σύστημα με χρήση 4 αγωγών

Στο σχήμα 5.5.6, οι 3 αγωγοί επιστροφής του ρεύματος από το φορτίο στην πηγή έχουν αντικατασταθεί από ένα κοινό αγωγό, ο οποίος διαρρέεται από το άθροισμα των 3 ρευμάτων $i_1+i_2+i_3$. Λόγω της σύνδεσης των 3 κυκλωμάτων, έχουμε ένα αλληλένδετο τριφασικό σύστημα. Ο κοινός αγωγός ονομάζεται **ουδέτερος** αγωγός, ενώ οι 3 αγωγοί που αντιστοιχούν στις 3 φάσεις, ονομάζονται **αγωγοί φάσης.**

Αν τα ηλεκτρικά φορτία στις 3 φάσεις είναι ίσα, $Z_1 = Z_2 = Z_3$, τότε ο ουδέτερος αγωγός **δεν διαρρέεται** από ρεύμα και μπορεί να καταργηθεί.



Σχήμα 5.5.7. Τροφοδότηση ηλεκτρικών καταναλώσεων με τριφασικό ρεύμα. Αλληλένδετο τριφασικό σύστημα 3 αγωγών (χωρίς ουδέτερο)

Στο σχήμα 5.5.7 παριστάνεται συμμετρικό αλληλένδετο τριφασικό σύστημα χωρίς ουδέτερο αγωγό.

Εάν τα φορτία δεν είναι συμμετρικά, υπάρχουν δηλαδή διαφορετικές σύνθετες αντιστάσεις Z_1, Z_2, Z_3 σε κάθε φάση, τότε $i_1+i_2+i_3 \neq 0$ και ο ουδέτερος διαρρέεται από ρεύμα.(Σχ. 5.5.6)

Στην πράξη, η **ενεργός τιμή** αυτού του ρεύματος δεν ξεπερνά την ενεργό τιμή του μεγαλύτερου από τα ρεύματα I_1, I_2, I_3 που κυκλοφορούν στις 3 φάσεις. Μπορεί επομένως ο ουδέτερος αγωγός να κατασκευαστεί με **αγωγό ίδιας ή μικρότερης διατομής** σε σχέση με τους αγωγούς φάσης.

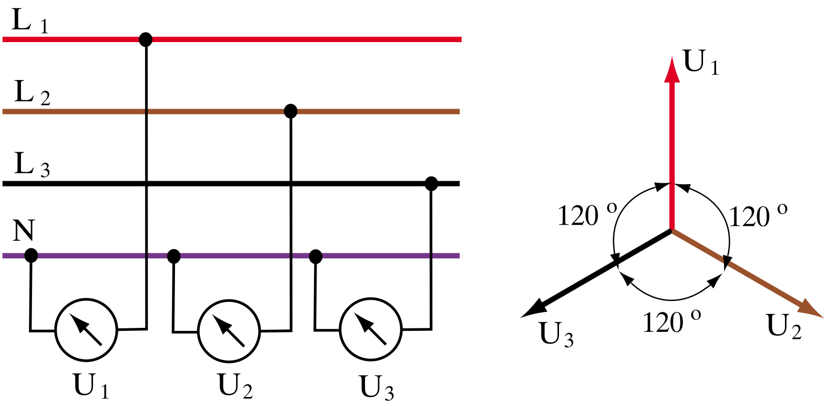
Οι ιδιότητες αυτές των τριφασικών συστημάτων συνέβαλαν πολύ στη διάδοσή τους.

Αντί να χρησιμοποιηθούν 6 αγωγοί για τη μεταφορά της ηλεκτρικής ενέργειας, όπως φαίνεται στο σχήμα 5.5.5, μπορούν να χρησιμοποιηθούν 4 αγωγοί (3 φάσεις και ουδέτερος) όπως φαίνεται στο σχήμα 5.5.6, ή στην περίπτωση συμμετρικών καταναλώσεων, μόνον 3 αγωγοί (οι 3 φάσεις χωρίς ουδέτερο) όπως στο σχήμα 5.5.7. Επιτυγχάνεται έτσι **σημαντική οικονομία** στο κόστος κατασκευής και λειτουργίας των γραμμών μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας.

5.5.3. Φασική και πολική τάση

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε 3 αγωγούς φάσεων L_1, L_2, L_3 και τον ουδέτερο αγωγό N σε ένα συνδεδεμένο τριφασικό σύστημα ρευμάτων 4 αγωγών, όπως αυτό που είδαμε στην προηγούμενη παράγραφο (σχήμα 5.5.6.).

Με 3 βολτόμετρα που τοποθετούμε μεταξύ του κάθε αγωγού φάσης και του ουδετέρου μετράμε την ενεργό τιμή της καθεμιάς από τις τάσεις U_1, U_2, U_3.

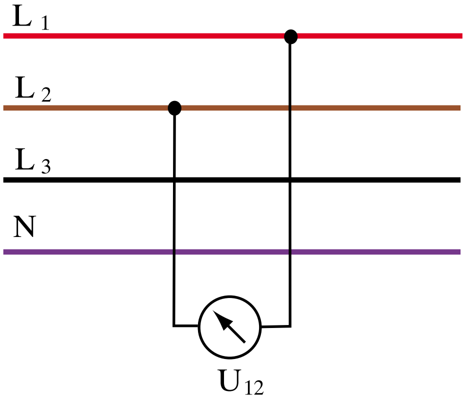


Σχήμα 5.5.8. Μέτρηση φασικών τάσεων U_1, U_2, U_3 με βολτόμετρα. Διανυσματικό διάγραμμα

Αφού οι στιγμιαίες τιμές u_1,u_2,u_3 των 3 τάσεων έχουν ημιτονοειδή μορφή με την ίδια συχνότητα f και το ίδιο πλάτος U_0 οι ενεργοί τιμές τους θα είναι ίσες: $U_1=U_2=U_3$.

❑ **Η τάση μεταξύ του αγωγού μιας φάσης και του ουδέτερου ονομάζεται φασική τάση U_{φ}.**

Ας υποθέσουμε στη συνέχεια, ότι συνδέουμε ένα βολτόμετρο μεταξύ δύο οποιωνδήποτε από τους αγωγούς φάσης. Στο σχήμα 5.5.9 το βολτόμετρο συνδέεται μεταξύ των αγωγών L_1 και L_2.



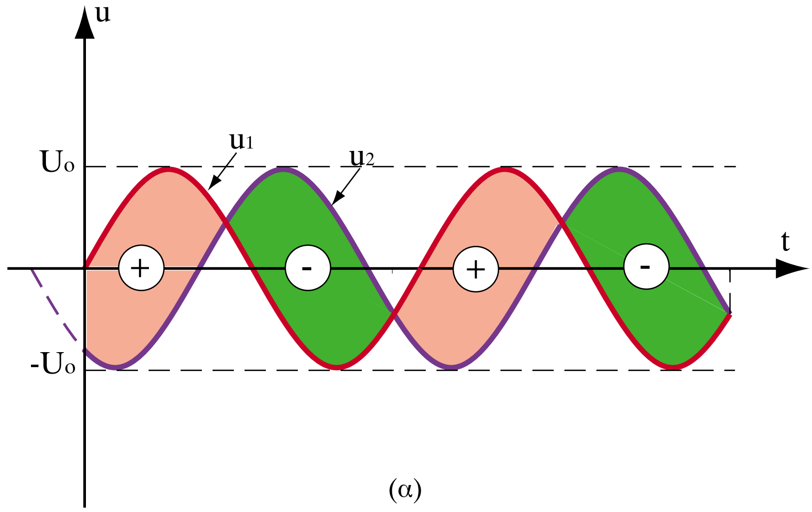
Σχήμα 5.5.9. Το βολτόμετρο μετρά την πολική τάση μεταξύ των φάσεων L_1 ,L_2

Το βολτόμετρο μετρά την ενεργό τιμή της τάσης μεταξύ των φάσεων L_1 και L_2 την οποία ονομάζουμε U_{12}. Παρατηρούμε ότι η τάση U_{12} (ενεργός τιμή) είναι σημαντικά μεγαλύτερη από τις φασικές τάσεις που μετρήθηκαν προηγουμένως. Αυτό συμβαίνει, διότι η στιγμιαία τάση u_{12} προκύπτει, αν από την u_1 αφαιρεθεί η u_2:

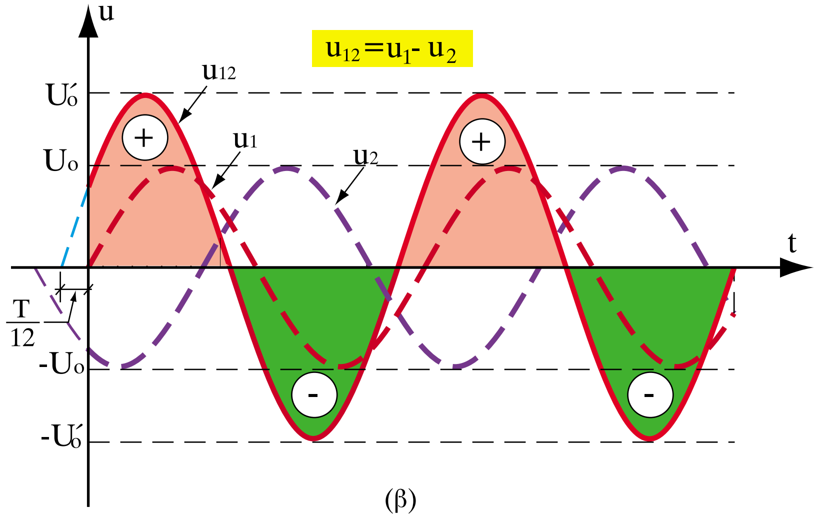
$u_{12} = u_1 - u_2$

Στο σχήμα 5.5.10(α) η u_{12} σημειώνεται ως η κατακόρυφη απόσταση (διαφορά) μεταξύ των σημείων των δύο καμπυλών u_1 και u_2 που αντιστοιχούν στην ίδια χρονική στιγμή.

Αν μεταφερθούν αυτές οι αποστάσεις σε ένα διάγραμμα τάσης - χρόνου όπως στο σχήμα 5.5.10.(β) τότε παρατηρούμε ότι η τάση u_{12} έχει ημιτονοειδή μορφή με περίοδο Τ. Η **θετική** ημιπερίοδός της αντιστοιχεί στα σημεία όπου $\mathbf{u_1 > u_2}$ και η **αρνητική** στα σημεία όπου $\mathbf{u_1 < u_2}$. Τα σημεία, όπου η καμπύλη u_{12} παίρνει τιμές 0, αντιστοιχούν στα σημεία τομής των καμπυλών u_1 και u_2.



(α)



(β)

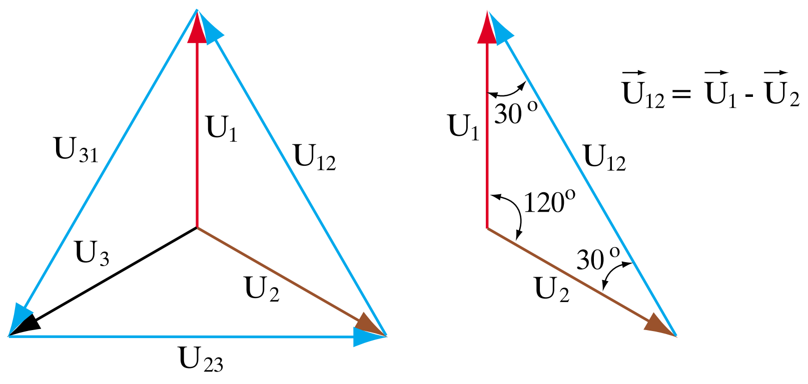
Σχήμα 5.5.10. Η πολική τάση u_{12}, ως διαφορά των φασικών τάσεων u_1 και u_2 έχει ημιτονοειδή μορφή με πλάτος μεγαλύτερο από τα πλάτη των u_1 και u_2 και προηγείται χρονικά της u_1 κατά T/12 (έχει διαφορά φάσης 30^0)

Όπως φαίνεται στο σχήμα 5.5.10, το πλάτος U'_0 της u_{12} είναι μεγαλύτερο από το πλάτος U_0 των u_1 και u_2. Παρατηρούμε ακόμη ότι η u_{12} προηγείται της τάσης u_1 κατά χρόνο ίσο με T/12 (που αντιστοιχεί σε γωνία 30^0 στο διάγραμμα τάσης - γωνίας).

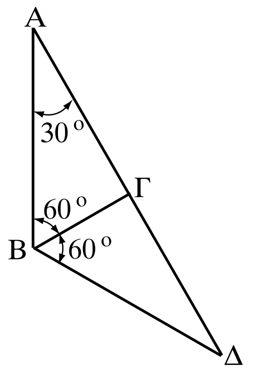
Στο διανυσματικό διάγραμμα των 3 φασικών τάσεων U_1, U_2, U_3, η U_{12} προκύπτει ως η διανυσματική διαφορά των δύο διανυσμάτων U_1 και U_2 .

Με όμοιο τρόπο υπολογίζονται και οι U_{23}, U_{31} (σχήμα 5.5.11).

Η τιμή της U_{12} μπορεί να υπολογιστεί από τα μικρά ορθογώνια τρίγωνα ΑΒΓ και ΒΓΔ (σχήμα 5.5.12).



Σχήμα 5.5.11. Διανυσματικό διάγραμμα των πολικών τάσεων U_{12},U_{23},U_{31}



Σχήμα 5.5.12. Υπολογισμός της U_{12} από τα μικρά ορθογώνια τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΒΓ

$$U_{12}=ΑΔ=ΑΓ+ΓΔ=ΑΒ\cdot συν30^o+ΑΔ\cdot συν30^o=2\cdot ΑΒ\cdot συν30^o=2\cdot U_1\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=U_1\cdot\sqrt{3}$$

❑ **Η τάση που επικρατεί μεταξύ των αγωγών φάσης (U_{12},U_{23},U_{31}) σε ένα τριφασικό σύστημα ρευμάτων ονομάζεται πολική τάση $U_π$.**

$$U_π=\sqrt{3}\cdot U_φ \qquad (5.5.5)$$

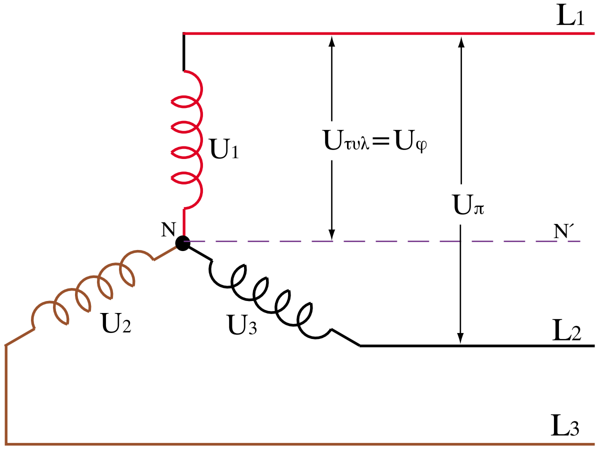
Από το διανυσματικό διάγραμμα προκύπτει ακόμη ότι μεταξύ της πολικής και της φασικής τάσης υπάρχει διαφορά φάσης φ $=30^0$.

5.5.4. Σύνδεση αστέρα και σύνδεση τριγώνου

Είδαμε (παράγραφος 5.5.1.) ότι στις ηλεκτρικές γεννήτριες οι τριφασικές τάσεις (ηλεκτρεγερτικές δυνάμεις) εμφανίζονται σε πλαίσια (τυλίγματα) τα οποία περιστρέφονται μαζί, διατηρώντας σταθερή την μεταξύ τους γωνία 120^0.

Γενικά στις τριφασικές γεννήτριες υπάρχουν δύο τρόποι σύνδεσης των τυλιγμάτων, ώστε να δημιουργείται τριφασικό σύστημα ρευμάτων:

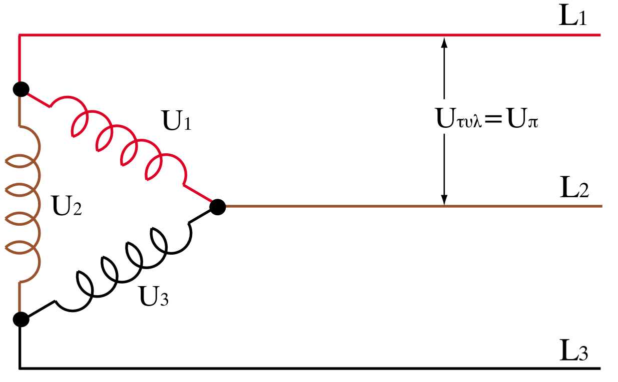
- **Σύνδεση τριφασικής γεννήτριας σε αστέρα**



Σχήμα 5.5.13. Σύνδεση τριφασικής γεννήτριας σε αστέρα

Στη σύνδεση σε αστέρα η τάση που επικρατεί στα άκρα των τυλιγμάτων είναι η φασική.

- **Σύνδεση τριφασικής γεννήτριας σε τρίγωνο**



Σχήμα 5.5.14. Σύνδεση τριφασικής γεννήτριας σε τρίγωνο

Στη σύνδεση σε τρίγωνο, η τάση που επικρατεί στα άκρα των τυλιγμάτων της γεννήτριας είναι η **πολική.**

➢ Παράδειγμα

Στα άκρα των τυλιγμάτων μιας τριφασικής γεννήτριας αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη ίση με 220 V. Τά τυλίγματα της γεννήτριας συνδέονται :

α) Σε αστέρα με κοινό ουδέτερο αγωγό

β) Σε τρίγωνο

Ποια είναι η πολική και η φασική τάση στους αγωγούς της γραμμής που θα τροφοδοτήσει τους καταναλωτές σε κάθε περίπτωση;

Λύση

Στην (α) περίπτωση (σχήμα 5.5.13) υπάρχουν 4 αγωγοί (L_1, L_2, L_3 και ο ουδέτερος N).

Μεταξύ L_1-N, L_2-N, L_3-N επικρατεί η φασική τάση Uφ = 220V.

Μεταξύ L_1-L_2, L_2-L_3, L_3-L_1 επικρατεί η πολική τάση .

$$U_\pi = \sqrt{3} \cdot U_\varphi = \sqrt{3} \cdot 220 = 380V$$

Στη (β) περίπτωση (σχήμα 5.5.14) δεν υπάρχει ο ουδέτερος αγωγός N. Μεταξύ των αγωγών L_1-L_2, L_2-L_3, L_3-L_1 επικρατεί η πολική τάση U_π = 220V.

Εκτός από την τριφασική γεννήτρια και οι **καταναλωτές** μπορούν να συνδεθούν με δύο τρόπους (σε αστέρα ή σε τρίγωνο).

Στο σχήμα 5.5.15 οι όμοιοι καταναλωτές με σύνθετη αντίσταση Z είναι συνδεδεμένοι σε **αστέρα.**

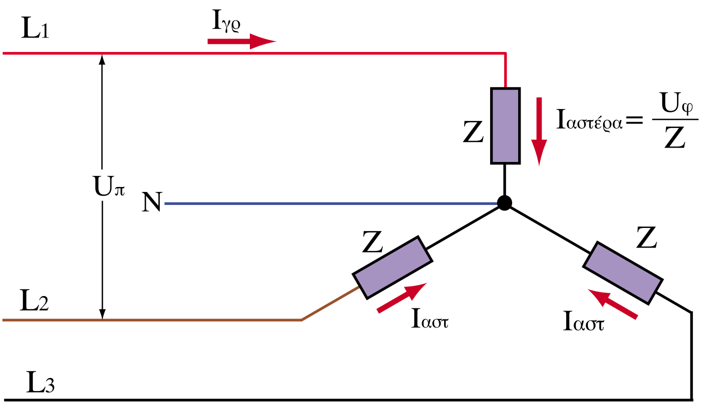
Στα άκρα κάθε καταναλωτή υπάρχει η φασική τάση U_φ. Το ρεύμα που διαρρέει κάθε καταναλωτή (ενεργός τιμή) δίδεται σύμφωνα με το νόμο του Ωμ από τη σχέση:

$$I_{\alpha\sigma\tau\acute{\varepsilon}\rho\alpha} = \frac{U_\varphi}{Z} \tag{5.5.6}$$

Το ίδιο ρεύμα που διαρρέει τους αγωγούς L_1, L_2, L_3, (ρεύμα γραμμής), στη συνδεσμολογία αστέρα διαρρέει και τούς καταναλωτές:

$$I_{\gamma\rho\alpha\mu\mu\acute{\eta}\varsigma} = I_{\alpha\sigma\tau\acute{\varepsilon}\rho\alpha} \tag{5.5.7}$$

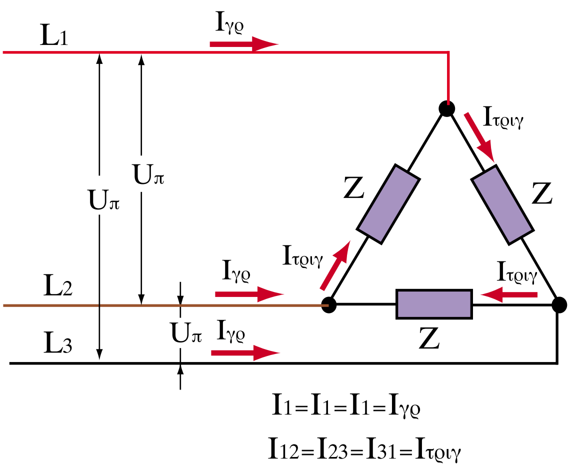
Εφόσον τα ρεύματα είναι ισορροπημένα, ο ουδέτερος αγωγός δε διαρρέεται από ρεύμα.



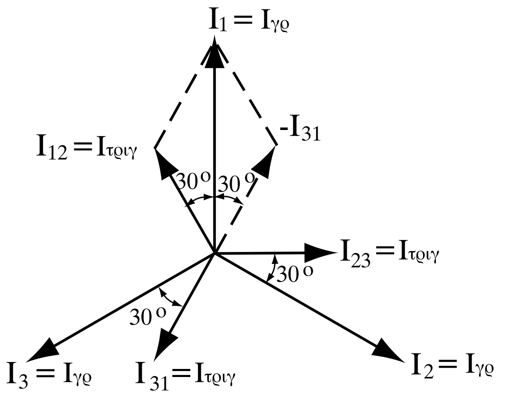
Σχήμα 5.5.15. Σύνδεση καταναλωτών σε αστέρα

Στο Σχ.5.5.16 οι όμοιοι καταναλωτές είναι συνδεδεμένοι σε **τρίγωνο.** Στη συνδεσμολογία αυτή υπάρχουν δύο διαφορετικά ρεύματα: τα ρεύματα **γραμμής** των αγωγών L_1, L_2, L_3, που τροφοδοτούν τους κόμβους του τριγώνου ($I_{γραμμής}$), και τα ρεύματα που διαρρέουν τους καταναλωτές ($I_{τριγώνου}$).

Λόγω συμμετρίας τα 3 ρεύματα γραμμής έχουν ίσες ενεργούς τιμές. Ίσες ενεργούς τιμές έχουν και τα 3 ρεύματα τριγώνου που διαρρέουν τους καταναλωτές.



Σχήμα 5.5.16. Σύνδεση καταναλωτών σε τρίγωνο



Σχήμα 5.5.17. Διανυσματικό διάγραμμα ρευμάτων γραμμής και τριγώνου

Τα ρεύματα $I_{γραμμής}$ προκύπτουν από τη διανυσματική σύνθεση των ρευμάτων $I_{τριγώνου}$ (σχήμα 5.5.17). Από τη γεωμετρία του διανυσματικού διαγράμματος προκύπτει ότι:

$$I_{γραμμής} = \sqrt{3} \cdot I_{τριγώνου} \qquad (5.5.8)$$

Προκύπτει ακόμα ότι τα ρεύματα τριγώνου παρουσιάζουν διαφορά φάσης 30^o με τα ρεύματα γραμμής.

➢ Παράδειγμα

Τρία όμοια φορτία σύνθετης αντίστασης Z = 10Ω συνδέονται σε δίκτυο 380V/220V (πολική / φασική τάση) :

α) σε σύνδεση αστέρα

β) σε σύνδεση τριγώνου

Να βρεθούν τα ρεύματα της γραμμής και τα ρεύματα που διαρρέουν τα φορτία σε κάθε μία σύνδεση.

Λύση

α) Στη σύνδεση αστέρα στα άκρα των φορτίων (σχήμα 5.5.15) επικρατεί η φασική τάση $U_{\varphi} = 220V$.

Σύμφωνα με το νόμο του Ωμ έχουμε:

$$I_{\alpha\sigma\tau\acute{\varepsilon}\rho\alpha} = \frac{U_{\varphi}}{Z} = \frac{220\,V}{10} = 22A$$

Το ίδιο ρεύμα διαρρέει και τη γραμμή: $I_{\gamma\rho\alpha\mu\mu\acute{\eta}\varsigma} = 22A$.

β) Στη σύνδεση σε τρίγωνο (σχήμα 5.5.16) στα άκρα κάθε καταναλωτή επικρατεί η πολική τάση $U_{\pi} = 380V$.

Σύμφωνα με το νόμο του Ωμ το ρεύμα $I_{\tau\rho\iota\gamma\acute{\omega}\nu o\upsilon}$ δίνεται από τη σχέση:

$$I_{\tau\rho\iota\gamma\acute{\omega}\nu o\upsilon} = \frac{U_{\pi}}{Z} = \frac{380}{10} = 38A$$

Το ρεύμα της γραμμής δίνεται από τη σχέση:

$$I_{\gamma\rho\alpha\mu\mu\acute{\eta}\varsigma} = \sqrt{3} \cdot I_{\tau\rho\iota\gamma\acute{\omega}\nu o\upsilon} = \sqrt{3} \times 38A = 66A$$

Παρατηρούμε ότι:

- ❑ **Το ρεύμα της γραμμής κατά τη σύνδεση τριφασικών συμμετρικών καταναλωτών σε τρίγωνο, είναι τριπλάσιο του ρεύματος γραμμής κατά τη σύνδεση των ίδιων καταναλωτών σε αστέρα.**

$$I_{\gamma\rho\alpha\mu\mu\acute{\eta}\varsigma\ (\tau\rho\iota\gamma\acute{\omega}\nu o\upsilon)} = 3 \cdot I_{\gamma\rho\alpha\mu\mu\acute{\eta}\varsigma\ (\alpha\sigma\tau\acute{\varepsilon}\rho\alpha)} \tag{5.5.9}$$

5.5.5. Ισχύς του τριφασικού ρεύματος

Για τον προσδιορισμό της ισχύος που καταναλώνεται σε μια σύνθετη αντίσταση σε ένα **μονοφασικό** σύστημα, όπως γνωρίζουμε, χρειάζονται 3 στοιχεία:

- η τάση **U** (ενεργός τιμή) στα άκρα της σύνθετης αντίστασης.
- το ρεύμα **I** (ενεργός τιμή) που διαρρέει την αντίσταση.
- το **συνφ (συντελεστής ισχύος),** όπου η γωνία φ είναι η διαφορά φάσης μεταξύ U και I.

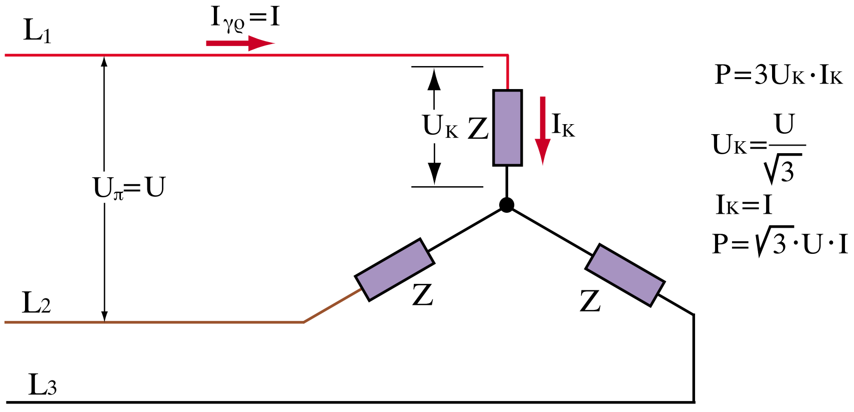
Η ισχύς υπολογίζεται από τη γνωστή σχέση: $P=U \cdot I \cdot$ συνφ. Η ισχύς στο τριφασικό σύστημα είναι προφανώς ίση με το άθροισμα των ισχύων των καταναλωτών κάθε φάσης.

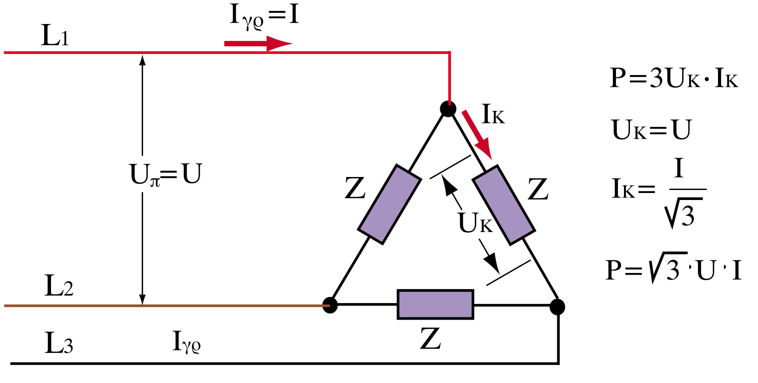
Στη περίπτωση ισορροπημένου τριφασικού συστήματος οι 3 όμοιοι καταναλωτές έχουν ο καθένας στα άκρα του την ίδια τάση και διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα.

Διακρίνουμε δύο περιπτώσεις:

α) Οι καταναλωτές είναι συνδεδεμένοι σε αστέρα

β) Οι καταναλωτές είναι συνδεδεμένοι σε τρίγωνο





Σχήμα 5.5.18. (α) Σύνδεση καταναλωτών σε αστέρα

(β) Σύνδεση καταναλωτών σε τρίγωνο

Και στις δύο συνδέσεις η συνολική ισχύς δίνεται από τη σχέση:

$$P = 3 \cdot U_K \cdot I_K \,.\, συνφ \qquad (5.5.10)$$

όπου:

U_K:η τάση στα άκρα του καταναλωτή μιας φάσης

I_K:το ρεύμα που διαρρέει τον καταναλωτή

συνφ: η διαφορά φάσης μεταξύ U_K και I_K

Στη σύνδεση αστέρα (σχήμα 5.5.18 α) έχουμε: I_K=I και $U_K = \frac{U}{\sqrt{3}}$,οπότε

η σχέση (5.5.10) παίρνει τη μορφή:

$$P=\sqrt{3}\cdot U\cdot I\cdot συνφ \qquad (5.5.11)$$

Στη σύνδεση τριγώνου (σχήμα 5.5.18 β) έχουμε: U_K=U και $I_K = \frac{I}{\sqrt{3}}$, οπότε

η σχέση (5.5.10) παίρνει και πάλι τη μορφή: $P=\sqrt{3}\cdot U\cdot I\cdot συνφ$

Παρατηρούμε λοιπόν ότι ανεξάρτητα από τον τρόπο σύνδεσης των καταναλωτών σε ένα **ισορροπημένο τριφασικό σύστημα** η πραγματική ισχύς δίνεται από τη σχέση (5.5.11)

όπου :

U: η πολική τάση (η τάση μεταξύ των αγωγών φάσης της γραμμής)

I: το ρεύμα που διαρρέει κάθε αγωγό φάσης της γραμμής

συνφ: ο συντελεστής ισχύος

φ: η διαφορά φάσης μεταξύ U και I

Σημειώνουμε ότι τα τριφασικά δίκτυα χαρακτηρίζονται κανονικά από την πολική τους τάση, όχι μόνο γιατί είναι η μεγαλύτερη και πρέπει να επισημανθεί για λόγους ασφαλείας, αλλά και επειδή πολλές φορές λείπει ο ουδέτερος και δεν προσφέρεται για μέτρηση η φασική τάση.

Για παράδειγμα στις γραμμές Υ.Τ της ΔΕΗ που χαρακτηρίζονται ως γραμμές 150 kV, η τάση 150 kV είναι η πολική τάση μεταξύ των αγωγών της γραμμής.

Αντίστοιχα οι τριφασικές συσκευές που συνδέονται στο δίκτυο χαμηλής τάσης της χώρας μας, χαρακτηρίζονται από την πολική τάση του δικτύου 380V ή και με τις δύο τάσεις (πολική και φασική) ως 380V / 220V.

Σε αντιστοιχία με την πραγματική ισχύ, η **φαινόμενη ισχύς** (S) και η **άεργος ισχύς** (Q) στο τριφασικό σύστημα δίνονται από τις σχέσεις:

$$S=\sqrt{3}\cdot U\cdot I$$
$$Q=\sqrt{3}\cdot U\cdot I\cdot \eta\mu\varphi \qquad (5.5.12)$$

Προφανώς ισχύει:

$$S^2 = P^2 + Q^2 \qquad (5.5.13)$$

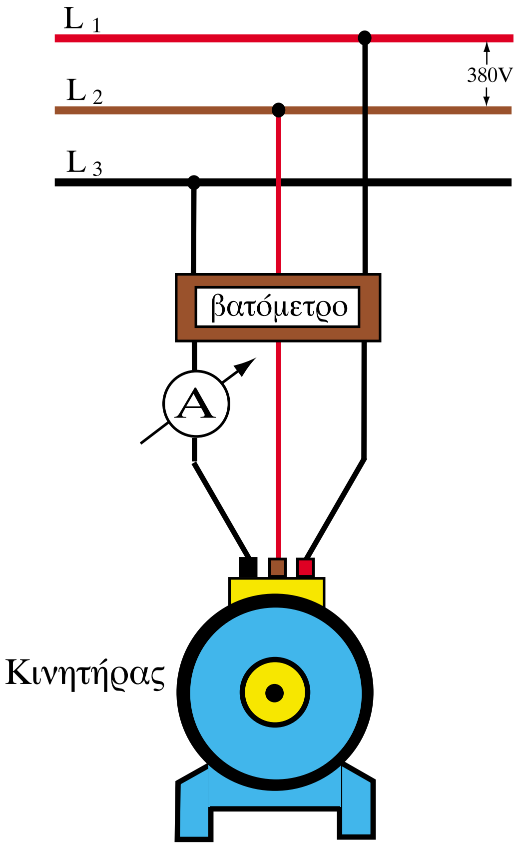
➢ Παράδειγμα 1

΄Ενας τριφασικός ηλεκτρικός κινητήρας συνδέεται με 3 αγωγούς τροφοδοσίας σε δίκτυο πολικής τάσης 380V, συχνότητας 50Hz. ΄Ενα τριφασικό βατόμετρο μετρά την πραγματική ισχύ που απορροφά ο κινητήρας από το δίκτυο και δίνει ένδειξη P = 3,6 kW. ΄Ενα αμπερόμετρο που συνδέεται σε σειρά με έναν από τους αγωγούς τροφοδοσίας του κινητήρα δείχνει I = 7A (βλέπε σχήμα 5.5.19.). Να βρεθούν:

α) Η φαινόμενη ισχύς του κινητήρα

β) Ο συντελεστής ισχύος (συνφ) του κινητήρα

γ) Η άεργος ισχύς του κινητήρα.



Σχ. 5.5 19 Σχηματική παράσταση του κινητήρα του παραδείγματος 1

Λύση

α) Η φαινόμενη ισχύς S υπολογίζεται από τη σχέση (5.5.12):

$S=\sqrt{3}\cdot U\cdot I$ (1) όπου U = 380V η πολική τάση

I = 7A το ρεύμα γραμμής

Αντικαθιστούμε στον τύπο (1) τις αριθμητικές τιμές:

$$S=\sqrt{3}\times 380\times 7=4602\,VA$$

β) Η πραγματική ισχύς που απορροφά ο κινητήρας δίνεται από τον τύπο:

$$P=\sqrt{3}\cdot U\cdot I\cdot συνφ$$

ή αντικαθιστώντας από τη σχέση (1):

$$P = S \cdot συνφ$$

από όπου έχουμε: $συνφ = \dfrac{P}{S}$

Αντικαθιστούμε τις αριθμητικές τιμές: (P = 3,6 KW = 3600W)

$$συνφ = \frac{3600\,W}{4602\,W} = 0{,}782$$

γ) Η άεργος ισχύς Q βρίσκεται από το τρίγωνο ισχύος:

$$S^2 = P^2 + Q^2$$

$$\Rightarrow Q^2 = S^2 - P^2$$

$$\Rightarrow Q=\sqrt{S^2-P^2}$$

Αντικαθιστούμε τις αριθμητικές τιμές:

$$Q=\sqrt{4602^2-3600^2} = 2853\ Var$$

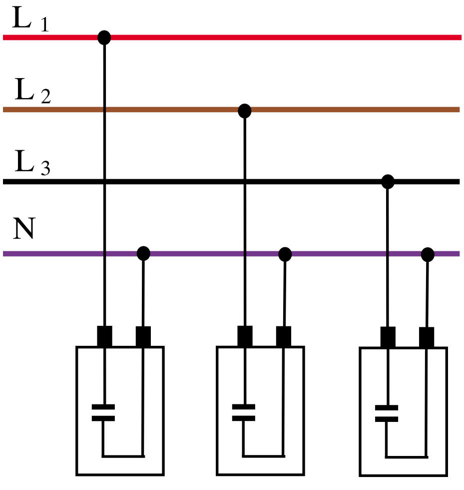
➢ Παράδειγμα 2

Για την αντιστάθμιση της αέργου ισχύος που παράγεται σε μιά εγκατάσταση ηλεκτρικών κινητήρων, πρόκειται να εγκατασταθεί μια τριφασική συστοιχία 3 πυκνωτών, συνολικής αέργου ισχύος 15 kVar. Το δίκτυο είναι τριφασικό τάσης 380V/220V, συχνότητας 50 Hz.

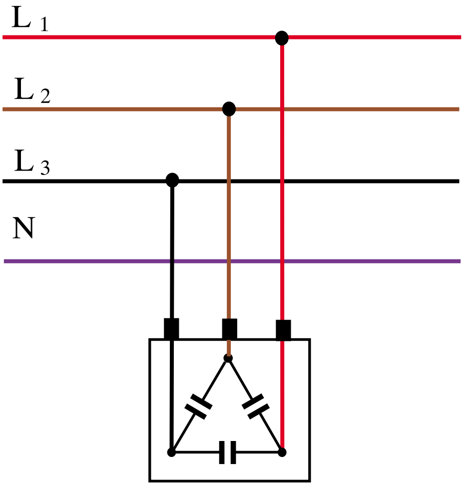
Να βρεθεί η απαιτούμενη χωρητικότητα κάθε πυκνωτή, εάν οι 3 πυκνωτές συνδεθούν:

α) σε αστέρα

β) σε τρίγωνο



(α)



(β)

Σχήμα 5.5.20. Αντιστάθμιση με πυκνωτές συνδεδεμένους σε αστέρα (α) και σε τρίγωνο (β).

Λύση

Κάθε πυκνωτής απορροφά άεργο ισχύ

$$Q_C = 15kVar / 3 = 5\ kVar = 5000\ Var$$

Η άεργος ισχύς του πυκνωτή δίνεται από τη σχέση:

$$Q_C = U_C \cdot I_C \Rightarrow Q_C = U_C \cdot \frac{U_C}{X_C} = \frac{U_C^2}{X_C} \qquad (1)$$

όπου U_C η τάση στα άκρα του πυκνωτή

I_C το ρεύμα που διαρρέει τον πυκνωτή

$X_C = 1/2\pi fC$ (2) η χωρητική αντίσταση

f η συχνότητα του εναλλασσόμενου ρεύματος σε Hz

C η χωρητικότητα του πυκνωτή σε F (Φαράντ)

Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε:

$Q_c = U_c^2 \text{ x } 2\pi fC$ (3)

Επιλύουμε τη σχέση (3) ως προς C:

$$C = \frac{Q_C}{U_C^2 \text{ x } 2\pi f}$$

Στη σύνδεση **αστέρα** η τάση στα άκρα του πυκνωτή είναι U_C = 220V (βλέπε Σχ. 5.5.19α). Αντικαθιστούμε στη σχέση (3) και τις υπόλοιπες αριθμητικές τιμές Q_C = 5000kVar και f = 50Hz και έχουμε:

$$C_{αστέρα} = \frac{5000}{220^2 \text{ x } 2\pi\ 50} = 3{,}3 \text{ x } 10^{-4}\ F = 330\mu F$$

Στη σύνδεση **τριγώνου** η τάση στα άκρα του πυκνωτή είναι U_C = 380V. (βλέπε σχήμα 5.5.19.β). Αντικαθιστούμε στη σχέση (3) και τις υπόλοιπες αριθμητικές τιμές Q_C = 5000kVar και f = 50Hz και έχουμε:

$$C_{τριγώνου} = \frac{5000}{380^2 \times 2π\,50} = 1,1 \times 10^{-4}\ F = 110μF$$

Παρατηρούμε ότι κατά τη σύνδεση τριγώνου η απαιτούμενη χωρητικότητα του πυκνωτή είναι το 1/3 της χωρητικότητας κατά τη σύνδεση σε αστέρα. Για αυτό το λόγο η αντιστάθμιση γίνεται κατά κανόνα με πυκνωτές συνδεδεμένους σε τρίγωνο. Επειδή όμως η εφαρμοζόμενη στα άκρα των πυκνωτών τάση κατά τη σύνδεση αυτή είναι υψηλότερη (εφαρμόζεται η πολική τάση), στην περίπτωση εγκατάστασης πυκνωτών σε δίκτυα Υ.Τ. χρησιμοποιείται και η σύνδεση σε αστέρα.

Ανακεφαλαίωση

- Ένα τριφασικό σύστημα εναλλασσόμενου ρεύματος έχει τρεις εναλλασσόμενες τάσεις ίσου πλάτους και ίδιας συχνότητας, οι οποίες έχουν χρονική καθυστέρηση, η μία από την άλλη, κατά χρονικό διάστημα ίσο με το ένα τρίτο της περιόδου Τ. Στο διανυσματικό διάγραμμα οι 3 τάσεις παριστάνονται με 3 διανύσματα ίδιου μέτρου τα οποία έχουν διαφορά φάσης μεταξύ τους 120^0.
- Χαρακτηριστική ιδιότητα του τριφασικού συστήματος είναι ότι το αλγεβρικό άθροισμα των στιγμιαίων τιμών των 3 τάσεων, κατά την ίδια χρονική στιγμή, είναι ίσο με το μηδέν $(\mathbf{u_1 + u_2 + u_3 = 0})$.
- Στα αλληλένδετα τριφασικά συστήματα χρησιμοποιούνται τρεις αγωγοί **φάσεων** και ένας κοινός αγωγός, που ονομάζεται **ουδέτερος.** Στα ισορροπημένα τριφασικά δίκτυα μπορεί να μην υπάρχει ουδέτερος.
- Φασική τάση $\mathbf{U_φ}$ είναι η τάση που επικρατεί μεταξύ του κάθε αγωγού φάσης και του ουδετέρου. Πολική τάση $\mathbf{U_π}$ είναι η τάση που επικρατεί μεταξύ οποιωνδήποτε από τους αγωγούς φάσης.
- Οι τριφασικές ηλεκτρικές πηγές και οι τριφασικοί καταναλωτές συνδέονται στα τριφασικά δίκτυα είτε σε σύνδεση αστέρα, είτε σε σύνδεση τριγώνου.

- Η ισχύς σε ισορροπημένο τριφασικό σύστημα δίνεται από τη σχέση:

$$P=\sqrt{3}\cdot U\cdot I\cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$$

όπου U η πολική τάση, I το ρεύμα που διαρρέει κάθε αγωγό φάσης της γραμμής και φ η διαφορά φάσης μεταξύ U και I.

Ερωτήσεις

1. Γιατί πλαίσια που περιστρέφονται μετατοπισμένα στο χώρο κατά 120^0, παράγουν τάσεις με χρονική καθυστέρηση, η μια από την άλλη, ίση με το 1/3 της περιόδου T;
2. Γιατί χρησιμοποιούνται τα τριφασικά συστήματα;
3. Με ποια προϋπόθεση ο ουδέτερος αγωγός δεν διαρρέεται από ρεύμα;
4. Σε ένα τριφασικό δίκτυο η φασική τάση είναι 380V. Πόση είναι η πολική τάση;
5. Σε ένα τριφασικό δίκτυο 4 αγωγών (3 φάσεις και ουδέτερος), το οποίο έχει πολική τάση 380V, συνδέουμε μεταξύ αγωγού φάσης και ουδέτερου ένα μονοφασικό καταναλωτή. Τι τάση θα επικρατεί στα άκρα του;
6. Αν σε μια τριφασική γραμμή, χωρίς ουδέτερο αγωγό, πολικής τάσης 380V, συνδέσουμε τρεις ίσες αντιστάσεις σε σύνδεση αστέρα, ποια τάση θα επικρατεί στα άκρα κάθε αντίστασης;
7. Στο τέλος μιας τριφασικής γραμμής, που περιλαμβάνει τους 3 αγωγούς φάσης L_1, L_1, L_3 και τον ουδέτερο N, συνδέονται διάφοροι ωμικοί καταναλωτές. Μετράμε τα ρεύματα σε κάθε αγωγό φάσης και βρίσκουμε (ενεργό τιμή): I_1 = 12A, I_2 = 6A, I_3 = 12A. Αν μετρήσουμε το ρεύμα που διαρρέει τον ουδέτερο αγωγό, ποια από τις παρακάτω τιμές είναι πιο κοντά σε αυτή που περιμένουμε να βρούμε; α) 15A - β) 30A - γ) 6A - δ) 0A. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
8. Ένας τριφασικός επαγωγικός κινητήρας έχει τρία όμοια τυλίγματα και παρέχει ισχύ σε ένα ορισμένο μηχανικό φορτίο. Πότε τα τυλίγματά του διαρρέονται από μεγαλύτερο ρεύμα; Όταν είναι συνδεδεμένα σε αστέρα ή σε τρίγωνο;

9. Ένας τριφασικός καταναλωτής που αποτελείται από 3 όμοιες αντιστάσεις R συνδέεται με σύνδεση αστέρα σε δίκτυο τριών φάσεων με ουδέτερο. Ξαφνικά κόβεται η μία αντίσταση. Θα μεταβληθούν τα ρεύματα στις άλλες δύο αντιστάσεις; Θα μεταβληθεί το ρεύμα στον ουδέτερο αγωγό; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
10. Τρεις όμοιες θερμαντικές αντιστάσεις ενός φούρνου μπορούν να συνδεθούν σε ένα τριφασικό δίκτυο 380V/220V είτε σε αστέρα, είτε σε τρίγωνο. Σε ποια από τις δύο συνδέσεις απορροφάται μεγαλύτερο ρεύμα από το δίκτυο; Σε ποια από τις δύο συνδέσεις καταναλώνεται μεγαλύτερη ισχύς;
11. Ένας τριφασικός επαγωγικός κινητήρας έχει τρία όμοια τυλίγματα καθένα από τα οποία έχει σύνθετη αντίσταση Z. Ο κινητήρας με τα τυλίγματά του συνδεδεμένα σε αστέρα, απορροφά ηλεκτρική ισχύ από το δίκτυο και παρέχει μηχανική ισχύ σε ένα σταθερό φορτίο π.χ. μία αντλία. Θεωρώντας ότι ο βαθμός απόδοσής του δε θα μεταβληθεί, αν τα τυλίγματά του συνδεθούν σε τρίγωνο, να εξηγείστε αν σε αυτή την περίπτωση θα μεταβληθεί η ισχύς και το ρεύμα που απορροφά από το δίκτυο, εφόσον εξακολουθεί να παρέχει στο φορτίο την ίδια μηχανική ισχύ.

Ασκήσεις

1. Τρείς όμοιες ωμικές αντιστάσεις R = 25Ω είναι συνδεδεμένες σε τρίγωνο και τροφοδοτούνται με αγωγούς από δίκτυο πολικής τάσης U = 380V. Να υπολογιστούν:

α) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τις αντιστάσεις

β) Η ένταση του ρεύματος στους αγωγούς της γραμμής τροφοδοσίας

γ) Η ισχύς που καταναλώνεται σε κάθε αντίσταση.

(απ. α) 15,2A - β) 26,3A - γ) 5776W)

2. Να απαντηθούν τα ερωτήματα της προηγούμενης άσκησης 1, με τις αντιστάσεις συνδεδεμένες σε αστέρα.

(απ. α) 8,8A - β)8,8A - γ)1936W)

3. Τρεις όμοιες ωμικές αντιστάσεις R = 50Ω συνδεδεμένες σε αστέρα διαρρέονται από ρεύμα έντασης I = 4,3A. Να υπολογιστεί η φασική και η πολική τάση του δικτύου στο οποίο είναι συνδεδεμένες.

(π. α) 215V - β) 372V)

4. Τριφασικός κινητήρας είναι συνδεδεμένος σε δίκτυο πολικής τάσης 380V και κάθε ένας από τους 3 αγωγούς τροφοδοσίας του διαρρέεται από ρεύμα έντασης 20A. Ο συντελεστής ισχύος του κινητήρα είναι συνφ = 0,85. Να ευρεθεί:

α) Η ηλεκτρική ισχύς που απορροφά ο κινητήρας από το δίκτυο, σε kW.

β) Ο βαθμός απόδοσης του κινητήρα, αν αυτός παρέχει μηχανική ισχύ σε ένα φορτίο, ίση με 5,7 kW.

(Απ. α) 6,46 kW - β) 0,88)

5. Τρεις όμοιες ωμικές αντιστάσεις R = 11Ω είναι συνδεδεμένες σε σύνδεση αστέρα, σε δίκτυο πολικής τάσης 380V τριών αγωγών (χωρίς ουδέτερο). Να βρεθούν:

α) Η τάση στα άκρα κάθε αντίστασης

β) Το ρεύμα που διαρρέει κάθε αντίσταση

γ) Η ισχύς που καταναλώνεται σε κάθε αντίσταση

δ) Αν διακοπεί η μία από τις 3 αντιστάσεις να υπολογιστούν τα προηγούμενα ερωτήματα για τις 2 αντιστάσεις που απομένουν συνδεδεμένες.

(απ. α) 220V - β) 20A - γ)4400W - δ) 190V, 17,3A, 3282W)

6. Τριφασικός κινητήρας παρέχει στον άξονά του μηχανική ισχύ 4000W. Ο κινητήρας τροφοδοτείται από τριφασικό δίκτυο πολικής τάσης U = 380V και διαρρέεται από ρεύμα I = 9A. Ο βαθμός απόδοσης του κινητήρα είναι η = 0,85. Να βρεθούν:

α) η πραγματική ισχύς την οποία απορροφά ο κινητήρας

β) η φαινόμενη ισχύς

γ) ο συντελεστής ισχύος (συνφ)

δ) η άεργος ισχύς

(απ. α) 4706W - β) 5924VA - γ) 0,79 - δ) 3598Var)