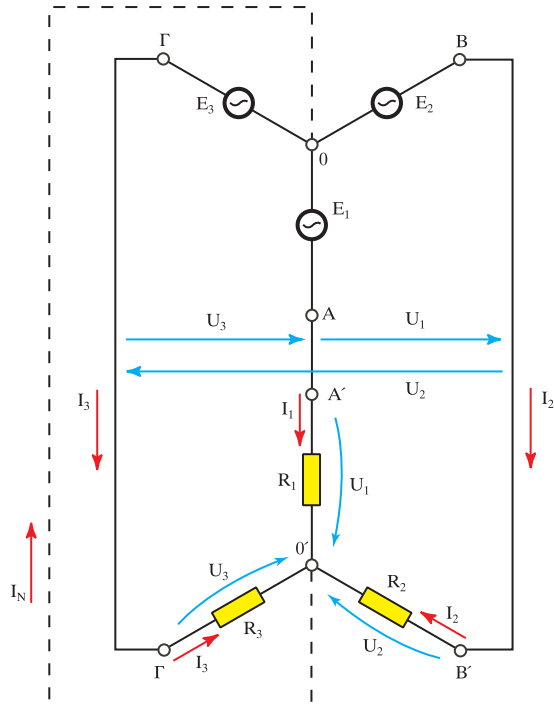


ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10

ΤΡΙΦΑΣΙΚΟ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟ ΡΕΥΜΑ



10.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το μεγαλύτερο μέρος της ηλεκτρικής ενέργειας, που παράγεται, μεταφέρεται και καταναλώνεται σε όλο τον κόσμο είναι τριφασικό. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η τριφασική ισχύς είναι αποδοτικότερη συγκριτικά με την ισχύ της μονοφασικής εναλλασσόμενης και με την ισχύ της συνεχούς τάσης.

Στα ακόλουθα παρουσιάζεται η διαφορά και η συσχέτιση μεταξύ τριφασικής και μονοφασικής τάσης. Εξετάζονται οι συνδεσμολογίες των πηγών και των καταναλωτών σε αστέρα και σε τρίγωνο και επί πλέον οι σχέσεις μεταξύ τους σε ότι αφορά τις τάσεις, τα ρεύματα και τις ισχύεις.

10.2. ΤΡΙΦΑΣΙΚΗ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΗ ΤΑΣΗ

Τρεις μονοφασικές εναλλασσόμενες τάσεις με την ίδια συχνότητα και οι οποίες διαφέρουν η μία από την επόμενη κατά 120° αποτελούν ένα **τριφασικό σύστημα τάσεων**:

$$u_1 = U_1 \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_1)$$

$$u_2 = U_2 \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_2)$$

$$u_3 = U_3 \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_3)$$

όπου:

- u_1, u_2, u_3 είναι οι στιγμιαίες τιμές των τριών τάσεων σε Volt
- U_1, U_2, U_3 είναι οι μέγιστες τιμές ή τιμές κορυφής σε Volt
- $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ είναι οι διαφορές φάσης ως προς ένα σύστημα συντεταγμένων σε μοίρες ή ακτίνια
- ω είναι η γωνιακή ταχύτητα ή συχνότητα σε ακτίνια/δευτερόλεπτο, ή rad/sec
- t είναι ο χρόνος, σε δευτερόλεπτα.

Η σχέση μεταξύ γωνιακής συχνότητας και περιόδου της τάσης είναι:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi / T$$

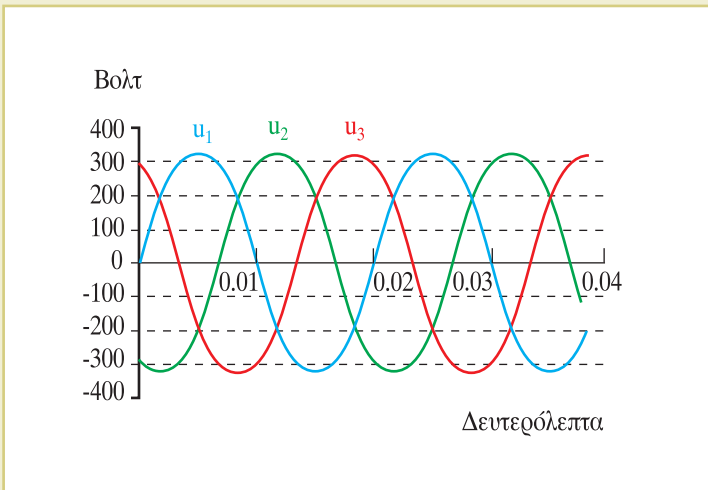
όπου:

- f είναι η συχνότητα σε Hertz (Hz)
- T είναι η περίοδος σε δευτερόλεπτα

Η βιομηχανική μονοφασική τάση στον Ευρωπαϊκό χώρο έχει εύρος 220 V, συχνότητα 50 Hz και περίοδο $1/50 = 0,02$ sec. Στην Αμερική η τάση είναι εύρους 117 V, συχνότητας 60 Hz και περιόδου $1/60$ sec.

Οι τρεις τάσεις u_1 , u_2 , u_3 ονομάζονται **φασικές τάσεις**: η u_1 είναι η πρώτη φάση, η u_2 είναι η δεύτερη φάση και η u_3 είναι η τρίτη φάση.

Όταν $U_1 = U_2 = U_3 = \sqrt{2} U$ και $\varphi_1 - \varphi_2 = \varphi_2 - \varphi_3 = \varphi_3 - \varphi_1 = 120^\circ$ ή, με άλλα λόγια, όταν οι τρεις φασικές τάσεις έχουν το ίδιο μέτρο και η διαφορά φάσης μεταξύ τους είναι 120° τότε **το τριφασικό σύστημα τάσεων είναι συμμετρικό**, Σχήμα 10.1.



Σχήμα 10.1. Τριφασικό συμμετρικό σύστημα εναλλασσόμενης τάσης

$$u_1 = \sqrt{2} \cdot U \cdot \eta\mu(\omega t)$$

$$u_2 = \sqrt{2} \cdot U \cdot \eta\mu(\omega t - 120^\circ)$$

$$u_3 = \sqrt{2} \cdot U \cdot \eta\mu(\omega t - 240^\circ)$$

όπου U είναι η **ενδεικνύμενη τιμή** της εναλλασσόμενης τάσης.

Η μεταβολή με το χρόνο της τριφασικής εναλλασσόμενης τάσης απεικονίζεται στο Σχήμα 10.1. Το άθροισμα των στιγμιαίων τιμών των τριών φασικών τάσεων του συμμετρικού συστήματος τριφασικής εναλλασσόμενης τάσης είναι μηδέν:

$$u_1 + u_2 + u_3 = 0$$

Όταν οι τρεις φασικές τάσεις δεν έχουν το ίδιο μέτρο, ή η διαφορά φάσης μεταξύ τους δεν είναι 120° , τότε έχουμε **ασύμμετρο τριφασικό σύστημα τάσεων**.

Τόσο στη βιβλιογραφία όσο και στις πινακίδες των ηλεκτρικών συσκευών οι τρεις φάσεις της τριφασικής εναλλασσόμενης τάσης συμβολίζονται με A, B, Γ ή R, S, T , ή $L_1, (line\ 1), L_2, (line\ 2), L_3, (line\ 3)$, ή U, V, W .

Όταν η διαφορά φάσης μεταξύ των τριών τάσεων είναι θετική (120°) τότε έχουμε **ορθή (θετική) διαδοχή φάσεων**, όταν είναι αρνητική (-120°), η **διαδοχή των φάσεων είναι αντίστροφη (αρνητική)**.

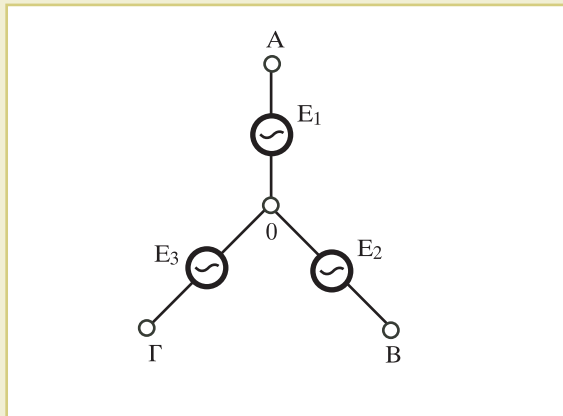
10.3. ΣΥΝΔΕΣΜΟΛΟΓΙΕΣ ΤΡΙΦΑΣΙΚΩΝ ΠΗΓΩΝ ΤΑΣΗΣ

Συνήθως μια τριφασική γεννήτρια είναι πηγή τριφασικής εναλλασσόμενης τάσης. Οι τρεις φάσεις των τυλιγμάτων της γεννήτριας μπορούν να συνδεθούν σε αστέρα ή σε τρίγωνο, σύμφωνα με τις απαιτήσεις της εφαρμογής.

10.3.1. Σύνδεση Πηγών Εναλλασσόμενης Τάσης σε Αστέρα ή σε Τρίγωνο

Τρεις μονοφασικές πηγές εναλλασσόμενης τάσης με ΗΕΔ E_1 , E_2 και E_3 οι οποίες συνδέονται με τον ένα ακροδέκτη σε ένα κοινό κόμβο **Ο** και ο άλλος ακροδέκτης είναι ελεύθερος για σύνδεση σε καταναλωτή, αποτελούν μια τριφασική πηγή σε σύνδεση αστέρα, ή σύνδεση "ύψιλον-Y", Σχήμα 10.2.

Στο Σχήμα 10.2 παρουσιάζεται η σύνδεση σε αστέρα των τριών φάσεων της πηγής τριφασικής εναλλασσόμενης τάσης. Ο κόμβος "Ο" ονομάζεται **ουδέτερος κόμβος της πηγής**. Οι ηλεκτρεγερτικές δυνάμεις E_1 , E_2 και E_3 είναι οι **φασικές ΗΕΔ**.



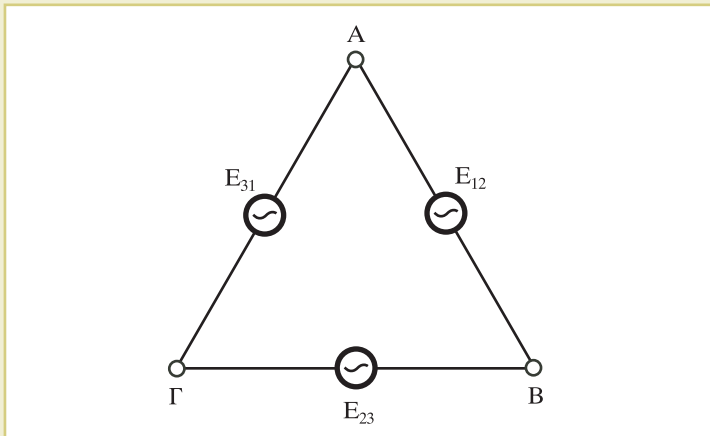
Σχήμα 10.2. Σύνδεση πηγών εναλλασσόμενης τάσης σε αστέρα, "Y".

Γενικά, ορίζουμε **φασική τάση** την διαφορά δυναμικού μεταξύ του ακροδέκτη της κάθε φάσης και του ουδέτερου κόμβου, π.χ. μεταξύ Α και Ο, ή μεταξύ Β και Ο, ή μεταξύ Γ και Ο.

Για να συνδεθούν σε τρίγωνο ή σε "**Δέλτα - Δ**" οι τρεις φάσεις της πηγής εναλλασσόμενης τάσης με ΗΕΔ E_{12} , E_{23} και E_{31} πρέπει το τέλος κάθε φάσης να συνδέεται στην αρχή της επόμενης, Σχήμα 10.3. Οι τάσεις με ΗΕΔ E_{12} , E_{23} και E_{31} ονομάζονται **πολικές ΗΕΔ**.

Η **πολική τάση** είναι η διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο ακροδεκτών διαφορετικών φάσεων, π.χ. μεταξύ φάσεων Α και Β, ή μεταξύ φάσεων Β και Γ, ή μεταξύ φάσεων Γ και Α.

Στη συνδεσμολογία σε τρίγωνο δεν υπάρχει ουδέτερος κόμβος.



Σχήμα 10.3. Σύνδεση πηγών εναλλασσόμενης τάσης σε τρίγωνο, "Δ"

10.3.2. Σχέσεις Μεταξύ Τάσεων και ΗΕΔ στη Σύνδεση σε Αστέρα και σε Τρίγωνο

Μια πηγή μπορεί να αλλάξει συνδεσμολογία από "Υ" σε "Δ" ή και αντίστροφα. Τότε από τις τάσεις της συνδεσμολογίας σε αστέρα, σχήμα 10.2, υπολογίζονται οι τάσεις της συνδεσμολογίας σε τρίγωνο, σχήμα 10.3, σύμφωνα με τις ακόλουθες σχέσεις:

$$U_{12}=U_1-U_2$$

$$U_{23}=U_2-U_3$$

$$U_{31}=U_3-U_1$$

Από τις ΗΕΔ της συνδεσμολογίας σε αστέρα, σχήμα 10.2, υπολογίζονται οι ΗΕΔ της συνδεσμολογίας σε τρίγωνο, σχήμα 10.3, σύμφωνα με τις ακόλουθες σχέσεις

$$E_{12}=E_1-E_2$$

$$E_{23}=E_2-E_3$$

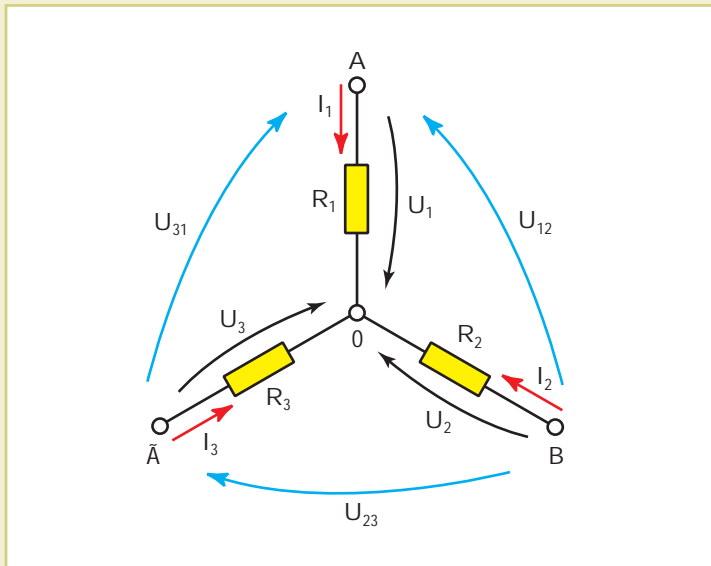
$$E_{31}=E_3-E_1$$

10.4. ΤΡΙΦΑΣΙΚΟΙ ΚΑΤΑΝΑΛΩΤΕΣ ΣΕ ΣΥΝΔΕΣΗ "Y"

Ηλεκτρικό κύκλωμα με τριφασικά εναλλασσόμενα μεγέθη όπως: τάση, ηλεκτρεγερτική δύναμη, ρεύμα και τριφασικό καταναλωτή (φορτίο) αποτελεί ένα **τριφασικό κύκλωμα**.

10.4.1. Συμμετρικοί καταναλωτές σε σύνδεση "Y"

Τρεις καταναλωτές R_1 , R_2 και R_3 οι οποίοι συνδέονται με το ένα άκρο σε ένα κοινό κόμβο "Ο" και με το άλλο άκρο στην κάθε φάση της τριφασικής πηγής τάσης αποτελούν μια σύνδεση καταναλωτών σε αστέρα, ή "Y", Σχήμα 10.4.



Σχήμα 10.4. Σύνδεση καταναλωτών σε αστέρα

Ο κόμβος "Ο" ονομάζεται **ουδέτερος κόμβος του φορτίου** και συνδέεται με τον ουδέτερο κόμβο "Ο" της τριφασικής πηγής τάσης του Σχήματος 10.2. Ο αγωγός που συνδέει τους δύο ουδέτερους κόμβους ονομάζεται **ουδέτερος αγωγός** και είναι απαραίτητος, όταν οι τριφασική τάση της πηγής, ή ο τριφασικός καταναλωτής δεν είναι συμμετρικά. Τότε, τα τρία φασικά ρεύματα δεν είναι συμμετρικά και εφαρμόζοντας τον νόμο του Κίρκωφ στον κόμβο "Ο" έχουμε:

$$i_N = i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

Το ρεύμα i_N διοχετεύεται μέσω του ουδέτερου αγωγού.

Στο Σχήμα 10.4 οι U_1 , U_2 και U_3 είναι οι φασικές τάσεις, οι U_{12} , U_{23} , και U_{31} είναι οι πολικές τάσεις και I_1 , I_2 και I_3 είναι τα φασικά ρεύματα.

Οι σχέσεις μεταξύ των πολικών και φασικών τάσεων και μεταξύ των φασικών ρευμάτων είναι:

$$U_{12} = U_1 - U_2$$

$$U_{23} = U_2 - U_3$$

$$U_{31} = U_3 - U_1$$

$$I_1 + I_2 + I_3 = I_N$$

Όταν ο καταναλωτής είναι συμμετρικός, δηλαδή $R_1 = R_2 = R_3$, τότε το ρεύμα στον ουδέτερο αγωγό είναι μηδέν, $I_N = 0$. Επίσης η σχέση μεταξύ πολικών U_π και φασικών τάσεων U_ϕ γίνεται:

$$U_\pi = \sqrt{3} \cdot U_\phi = 1,73 U_\phi$$

Η σχέση μεταξύ πολικού ρεύματος I_π και φασικού ρεύματος I_ϕ είναι:

$$I_\pi = I_\phi$$

Η τριφασική ενεργή, άερρη και φαινόμενη ισχύς του τριφασικού καταναλωτή σε σύνδεση σε αστέρα υπολογίζονται σύμφωνα με τις ακόλουθες σχέσεις:

$$P=3 \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1 = \sqrt{3} \cdot U_\pi \cdot I_\pi \cdot \cos \varphi_1 \quad [\text{W}]$$

$$Q=3 \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot \sin \varphi_1 = \sqrt{3} \cdot U_\pi \cdot I_\pi \cdot \sin \varphi_1 \quad [\text{VAR}]$$

$$S=3 \cdot U_1 \cdot I_1 = \sqrt{3} \cdot U_\pi \cdot I_\pi \quad [\text{VA}]$$

Παράδειγμα 1

Σχεδιάστε ένα τριφασικό κύκλωμα με πηγή τάσης σε αστέρα και καταναλωτή συνδεδεμένο σε αστέρα (σύνδεση "Y-Y").

Λύση:

Το κύκλωμα απεικονίζεται στο Σχήμα 10.5 όπου Α, Β, Γ είναι οι ακροδέκτες της τριφασικής πηγής και Ο ο ουδέτερος κόμβος της πηγής, Α', Β', Γ' είναι οι ακροδέκτες του τριφασικού καταναλωτή και Ο' είναι ο ουδέτερος. Η σύνδεση γίνεται μεταξύ ακροδεκτών Α-Α', Β-Β', Γ-Γ', Ο-Ο'.

Ο ουδέτερος αγωγός είναι Ο-Ο'.

Παράδειγμα 2

Τρεις ίδιες αντιστάσεις συνδέονται σε αστέρα, Σχήμα 10.4, και τροφοδοτούνται από τριφασική πηγή τάσης 380V, 50Hz. Η κάθε αντίσταση είναι 100Ω. Υπολογίστε: α) την φασική τάση στην κάθε αντίσταση, β) το ρεύμα στην κάθε αντίσταση.

Λύση:

$$\alpha) U_1 = U_{12} / \sqrt{3} = 380\text{V} / 1,73 = 220\text{V}$$

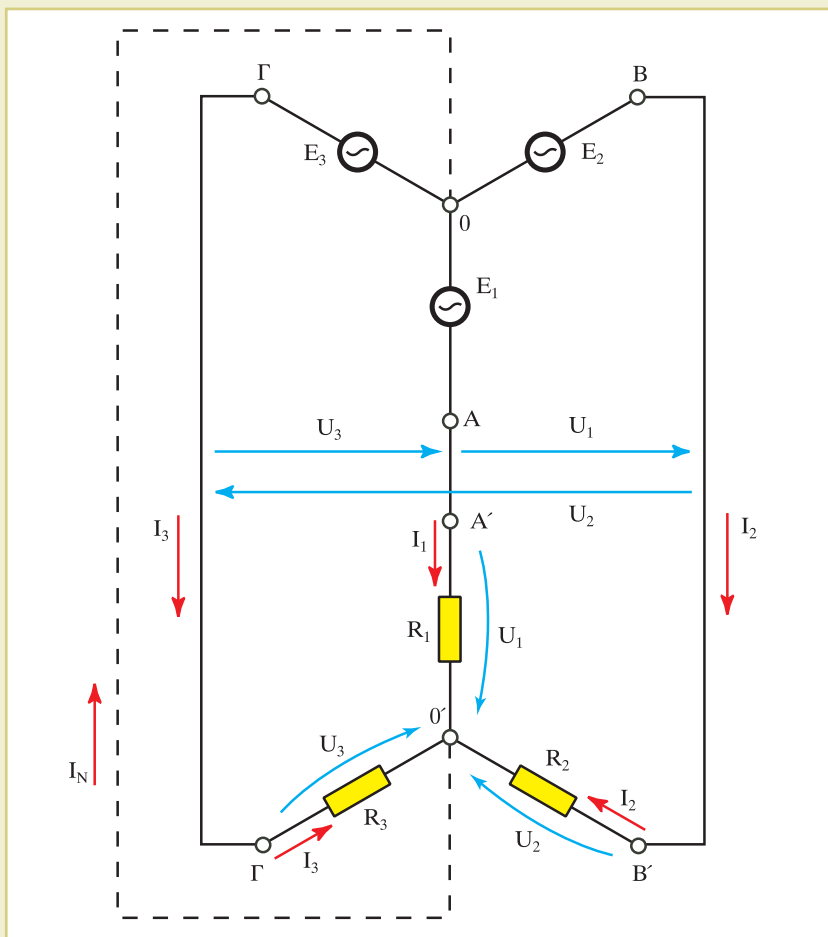
$$\beta) I_1 = U_1 / R = 220\text{V} / 100\Omega = 2,2\text{A}$$

Παράδειγμα 3

Τρεις ίδιες αντιστάσεις συνδέονται σε αστέρα, Σχήμα 10.4, και τροφοδοτούνται από τριφασική πηγή τάσης 380V, 50Hz. Το ρεύμα στην κάθε αντίσταση είναι 11Α. Υπολογίστε την αντίσταση κάθε φάσης.

Λύση:

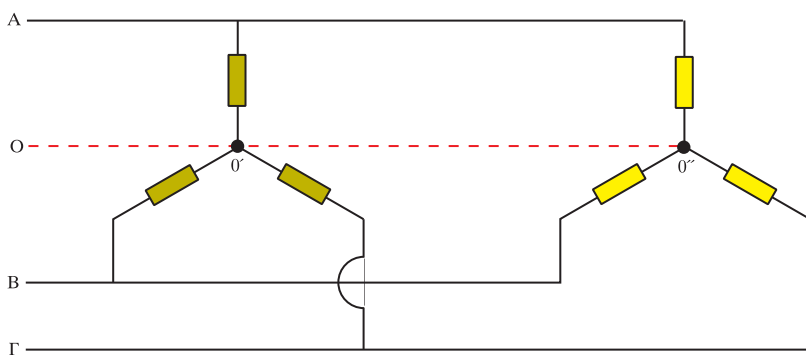
$$R = U_1 / I_1 = 380V / \sqrt{3} / 11A = 20\Omega$$



Σχήμα 10.5. Τριφασικό κύκλωμα αποτελούμενο από πηγή συνδεδεμένη σε αστέρα και καταναλωτή συνδεδεμένο σε αστέρα, σύνδεση "Y-Y"

Παράδειγμα 4

Δίκτυο τριφασικής τάσης 380V, 50Hz, τροφοδοτεί δύο συμμετρικούς καταναλωτές συνδεδεμένους σε "Y", Σχήμα 10.6. Οι αντιστάσεις στην κάθε φάση είναι 20Ω στον πρώτο καταναλωτή και 5Ω στον δεύτερο. Υπολογίστε το ρεύμα γραμμής.



Σχήμα 10.6. Παράλληλη σύνδεση δύο καταναλωτών συνδεδεμένων σε αστέρα

Λύση:

Οι δύο αστέρες με αντιστάσεις είναι συνδεδεμένοι παράλληλα και μπορούμε να τους αντικαταστήσουμε με ένα ισοδύναμο αστέρα, ο οποίος έχει στην κάθε φάση την ισοδύναμη αντίσταση που προκύπτει από τη παράλληλη σύνδεση των 20Ω με 5Ω .

$$R_{\text{ισ}} = 20\Omega \cdot 5\Omega / (20\Omega + 5\Omega) = 4\Omega$$

$$U_1 = U_{12} / \sqrt{3} = 380\text{V} / \sqrt{3} = 220\text{V}$$

$$I_1 = 220\text{V} / 4\Omega = 55\text{A}$$

Το ρεύμα γραμμής είναι 55A.

10.4.2. Ασύμμετρη φόρτιση σε αστέρα

Όταν συνδεθούν καταναλωτές με διαφορετική ισχύ σε κάθε φάση προκύπτει ασύμμετρη φόρτιση του τριφασικού δικτύου.

Στη σύνδεση σε αστέρα των καταναλωτών με ασύμμετρη φόρτιση, εάν δεν συνδεθεί ο ουδέτερος αγωγός, τότε ο καταναλωτής με τη μικρότερη ισχύ δέχεται στα άκρα του υψηλότερη τάση. Όταν υπάρχει και ουδέτερος αγωγός, τότε στους τρεις καταναλωτές εφαρμόζεται η ίδια τάση.

Οι συσκευές για τριφασική τάση όπως οι κινητήρες, οι μετασχηματιστές, οι συσκευές θέρμανσης, έχουν συμμετρικά τυλίγματα, τα οποία συνδέονται ή αποσυνδέονται στο δίκτυο ταυτόχρονα με τη χρήση τριφασικών διακοπών. Οι συσκευές αυτές **φορτίζουν συμμετρικά το δίκτυο.**

Αντιθέτως **τα κυκλώματα, που αποτελούνται από λαμπτήρες και ρευματοδότες**, συνδέονται μεταξύ γραμμής και ουδέτερου αγωγού, επομένως **δημιουργούν ασύμμετρη φόρτιση του δικτύου.** Το άθροισμα των τριών φασικών ρευμάτων δίνει το ρεύμα στον ουδέτερο αγωγό. Έτσι τα δίκτυα χαμηλής τάσης ή δίκτυα διανομής κατασκευάζονται με τέσσερις αγωγούς, ενώ τα δίκτυα υψηλής τάσης ή δίκτυα μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας είναι με τρεις αγωγούς.

Παράδειγμα 1

Τριφασικό κύκλωμα τεσσάρων αγωγών τροφοδοτείται από πηγή τάσης 380V, 50Hz και περιλαμβάνει ασύμμετρο φορτίο σε σύνδεση "Υ" με αντιστάσεις: $R_1=22\Omega$, $R_2=22\Omega$ και $R_3=11\Omega$, Σχήμα 10.5. Υπολογίστε: α) τα ρεύματα γραμμής και β) το ρεύμα στον ουδέτερο αγωγό.

Λύση:

α) Οι φασικές τάσεις είναι:

$$u_1 = \sqrt{2} \cdot 220 \cdot \eta\mu(\omega t)$$

$$u_2 = \sqrt{2} \cdot 220 \cdot \eta\mu(\omega t - 120^\circ)$$

$$u_3 = \sqrt{2} \cdot 220 \cdot \eta\mu(\omega t - 240^\circ)$$

Το μέγεθος των φασικών ρευμάτων υπολογίζεται από το μέγεθος της φασικής τάσης και από το μέγεθος της αντίστασης κάθε φάσης.

$$I_1 = U_1 / R_1 = 220\text{V} / 22\Omega = 10\text{A}$$

$$I_2 = U_2 / R_2 = 220\text{V} / 22\Omega = 10\text{A}$$

$$I_3 = U_3 / R_3 = 220\text{V} / 11\Omega = 20\text{A}$$

Η διαφορά φάσης μεταξύ των ρευμάτων είναι η ίδια όπως και αυτή των τάσεων:

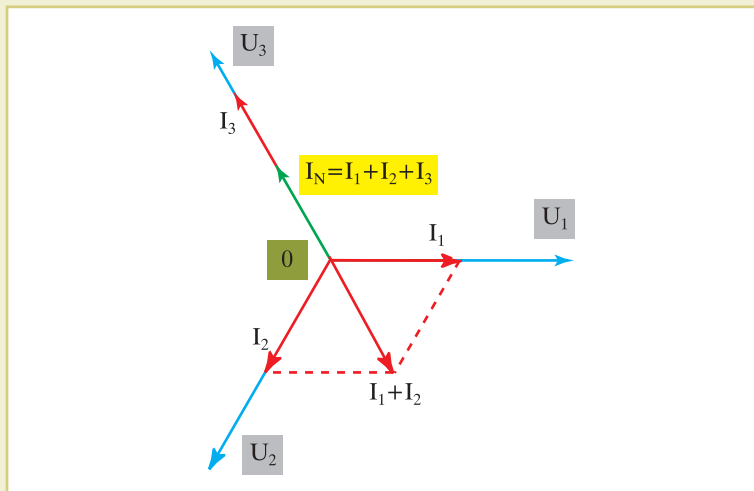
$$i_1 = \sqrt{2} \cdot 10 \cdot \eta\mu(\omega t)$$

$$i_2 = \sqrt{2} \cdot 10 \cdot \eta\mu(\omega t - 120^\circ)$$

$$i_3 = \sqrt{2} \cdot 20 \cdot \eta\mu(\omega t - 240^\circ)$$

β) Το ρεύμα στον ουδέτερο αγωγό υπολογίζεται ως το άθροισμα των τριών φασικών στιγμιαίων ρευμάτων ή από το διανυσματικό διάγραμμα του Σχήματος 10.7 και προκύπτει:

$$\begin{aligned} i_N &= i_1 + i_2 + i_3 = \sqrt{2} \cdot 10 \cdot [\eta\mu(\omega t) + \eta\mu(\omega t - 120^\circ) + 2 \cdot \eta\mu(\omega t - 240^\circ)] = \\ &= \sqrt{2} \cdot 10 \cdot \eta\mu(\omega t - 240^\circ) = \sqrt{2} \cdot 10 \cdot \eta\mu(\omega t + 120^\circ) \text{ A} \end{aligned}$$



Σχήμα 10.7. Διανυσματικό διάγραμμα τριφασικού συμμετρικού συστήματος φασικών τάσεων U_1 , U_2 , U_3 , τριφασικού ασύμμετρου συστήματος ρευμάτων I_1 , I_2 , I_3 και ρεύματος στον ουδέτερο αγωγό I_N κατά την σύνδεση καταναλωτών σε "Y"

10.5. ΤΡΙΦΑΣΙΚΟΙ ΚΑΤΑΝΑΛΩΤΕΣ ΣΕ ΣΥΝΔΕΣΗ "Δ"

10.5.1. Συμμετρικοί καταναλωτές σε "Δ"

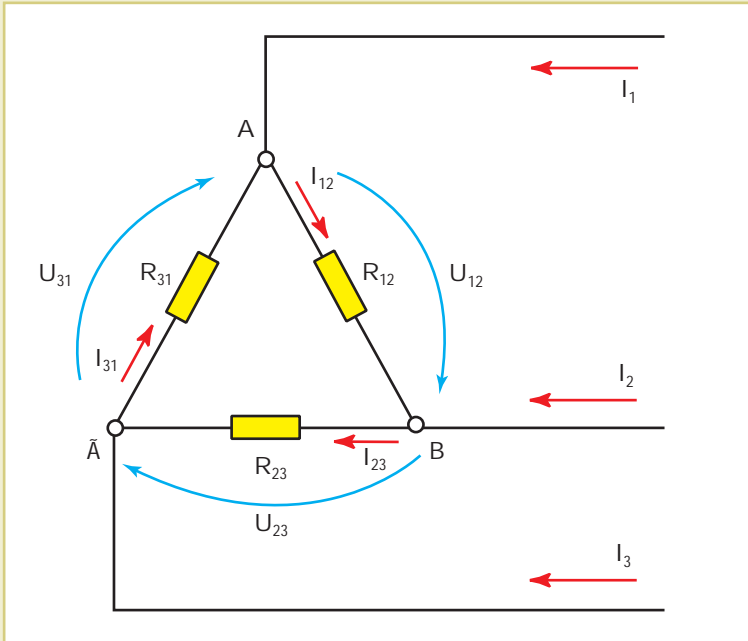
Για να σχηματιστεί μια συνδεσμολογία τριών καταναλωτών σε τρίγωνο, ή "Δ", η αρχή κάθε μιας από τις τρεις αντιστάσεις R_{12} , R_{23} και R_{31} , συνδέεται στο τέλος της άλλης, Σχήμα 10.8.

Τα ρεύματα I_1 , I_2 , I_3 είναι **πολικά ρεύματα** και ονομάζονται **ρεύματα γραμμής**, τα ρεύματα I_{12} , I_{23} , I_{31} είναι **φασικά ρεύματα**. Οι σχέσεις μεταξύ των πολικών και φασικών ρευμάτων είναι:

$$I_1 = I_{12} - I_{31}$$

$$I_2 = I_{23} - I_{12}$$

$$I_3 = I_{31} - I_{23}$$



Σχήμα 10.8. Σύνδεση σε τρίγωνο του τριφασικού καταναλωτή

Όταν ο καταναλωτής είναι συμμετρικός, δηλαδή $R_{12}=R_{23}=R_{31}$, τότε:

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

Στη σύνδεση τριφασικού καταναλωτού σε τρίγωνο, η σχέση μεταξύ πολικού ρεύματος I_π και φασικού ρεύματος I_ϕ είναι:

$$I_\pi = \sqrt{3} \cdot I_\phi = 1,73 I_\phi$$

Επίσης, η σχέση μεταξύ πολικής U_π και φασικής τάσης U_ϕ είναι:

$$U_\pi = U_\phi$$

Στη σύνδεση αυτή δεν υπάρχει ουδέτερος κόμβος, επομένως δεν υπάρχει ούτε ουδέτερος αγωγός. Η σύνδεση σε τρίγωνο είναι χρήσιμη όταν το κύκλωμα είναι συμμετρικό (δηλαδή αποτελείται από συμμετρική τάση και συμμετρικό καταναλωτή, επομένως το ρεύμα $i_N = 0$).

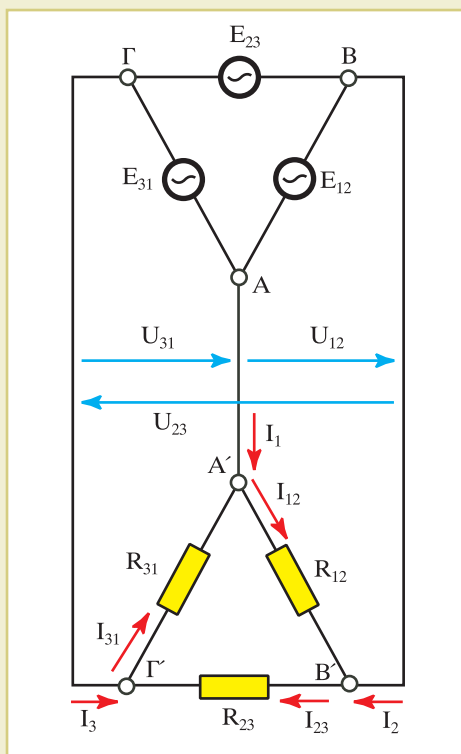
Συγκριτικά με τη σύνδεση σε αστέρα, η σύνδεση σε τρίγωνο έχει το πλεονέκτημα ότι λειτουργεί με τρεις αγωγούς, ενώ στη σύνδεση σε αστέρα χρειάζονται τέσσερις αγωγοί. Συνήθως η σύνδεση "Δ" χρησιμοποιείται στα δίκτυα μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας για την εξοικονόμηση του ουδέτερου αγωγού.

Παράδειγμα 1

Σχεδιάστε ένα τριφασικό κύκλωμα με πηγή τάσης συνδεδεμένη σε τρίγωνο και καταναλωτή συνδεδεμένο σε τρίγωνο (σύνδεση "Δ-Δ").

Λύση:

Το κύκλωμα δίνεται στο Σχήμα 10.9 όπου A, B, Γ είναι οι ακροδέκτες της τριφασικής πηγής και A', B', Γ' είναι οι ακροδέκτες του τριφασικού καταναλωτή. Η σύνδεση γίνεται A-A', B-B', Γ-Γ', O-O'.



Σχήμα 10.9. Τριφασικό κύκλωμα αποτελούμενο από πηγή συνδεδεμένη σε τρίγωνο και καταναλωτή συνδεδεμένο σε τρίγωνο, σύνδεση "Δ-Δ"

Παράδειγμα 2

Ένα τριφασικό κύκλωμα αποτελείται από συμμετρικό καταναλωτή συνδεδεμένο σε "Δ" με 55Ω σε κάθε φάση, Σχήμα 10.8. Η πηγή εναλλασσόμενης τάσης είναι 220V, 50Hz. Υπολογίστε το ρεύμα γραμμής.

Λύση:

Το φασικό ρεύμα υπολογίζεται από την φασική τάση και από την ωμική αντίσταση της φάσης:

$$I_{12} = \frac{U_{12}}{R_{12}} = \frac{220V}{55\Omega} = 4A$$

Το ρεύμα γραμμής (πολικό) είναι $\sqrt{3}$ φορές υψηλότερο από το φασικό ρεύμα:

$$I_1 = \sqrt{3} \cdot I_{12} = \sqrt{3} \cdot 4 A = 6,92 A$$

Παράδειγμα 3

Τριφασικό κύκλωμα αποτελείται από δύο ομάδες συμμετρικών αντιστάσεων συνδεδεμένες σε "Δ": η μία ομάδα έχει αντιστάσεις των 10Ω και η άλλη έχει αντιστάσεις των 40Ω , Σχήμα 10.10. Το κύκλωμα τροφοδοτείται από πηγή εναλλασσόμενης τάσης 220 V, 50 Hz. Υπολογίστε το ρεύμα γραμμής.

Λύση:

Τα δύο τρίγωνα αντιστάσεων είναι συνδεδεμένα παράλληλα και μπορούμε να τα αντικαταστήσουμε με ένα ισοδύναμο τρίγωνο, το οποίο έχει στην κάθε φάση την ισοδύναμη αντίσταση που προκύπτει από 10Ω παράλληλα με 40Ω .

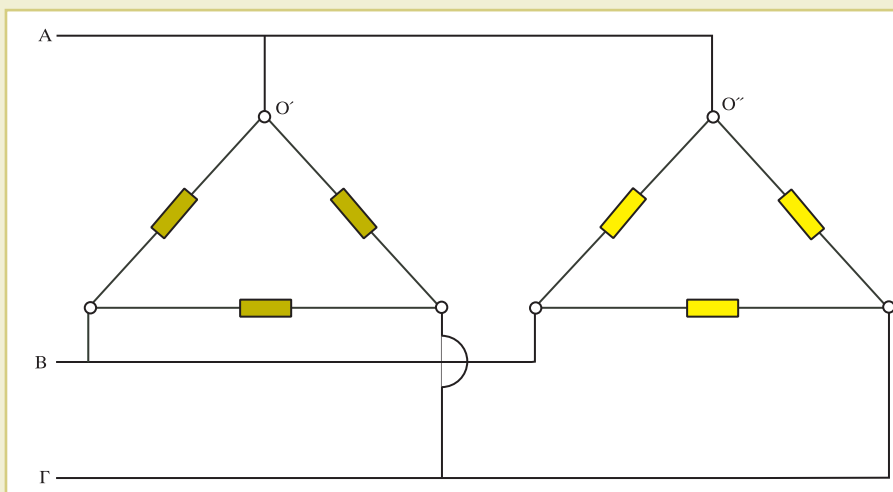
$$R_{\iota\sigma} = \frac{10\Omega \cdot 40\Omega}{10\Omega + 40\Omega} = \frac{400}{50} = 8\Omega$$

Το φασικό ρεύμα είναι:

$$I_{12} = \frac{U_{12}}{R_{\iota\sigma}} = \frac{220V}{8\Omega} = 27,5A$$

Το ρεύμα γραμμής είναι:

$$I_1 = \sqrt{3} \cdot I_{12} = \sqrt{3} \cdot 27,5 \text{ A} = 47,6 \text{ A}$$



Σχήμα 10.10. Δύο συστοιχίες καταναλωτών συνδεδεμένοι σε "Δ" και παράλληλα μεταξύ τους.

10.5.2. Ασύμμετρη φόρτιση σε τρίγωνο

Όταν συνδέονται σε τρίγωνο τρεις καταναλωτές διαφορετικής ισχύος, τότε έχουμε ασύμμετρο φορτίο σε τρίγωνο, το οποίο παράγει άνισα φασικά ρεύματα,

Εάν πρόκειται για καταναλωτές με καθαρή ωμική αντίσταση, τότε τα ρεύματα δεν έχουν το ίδιο μέγεθος, διατηρούν όμως τη διαφορά φάσης 120° μεταξύ τους.

Παράδειγμα 1

Ένα τριφασικό κύκλωμα αποτελείται από ασύμμετρο καταναλωτή συνδεδεμένο σε "Δ" με αντίσταση $10 \, \Omega$ στην πρώτη φάση, $15 \, \Omega$ στην δεύτερη και $20 \, \Omega$ στην τρίτη φάση, Σχήμα 10.8. Η πηγή τριφασικής εναλλασσόμενης τάσης είναι συμμετρική 220 V , 50 Hz . Υπολογίστε: α) τα φασικά ρεύματα και β) τα ρεύματα γραμμής (πολικά).

Λύση:

α) Εφ' όσον η τάση είναι συμμετρική, τότε οι ενδεικνύμενες τιμές των φασικών τάσεων είναι ίσες:

$$U_{12}=U_{23}=U_{31}$$

Το φορτίο είναι ασύμμετρο και οι δεδομένες αντιστάσεις είναι:

$$R_{12}=10\ \Omega, R_{23}=15\ \Omega \text{ και } R_{31}=20\ \Omega$$

Τα φασικά ρεύματα υπολογίζονται από τον νόμο του Ωμ:

$$I_{12} = \frac{U_{12}}{R_{12}} = \frac{220V}{10\Omega} = 22A$$

$$I_{23} = \frac{U_{23}}{R_{23}} = \frac{220V}{15\Omega} = 14,7A$$

$$I_{31} = \frac{U_{31}}{R_{31}} = \frac{220V}{20\Omega} = 11A$$

Δεδομένου ότι το φορτίο αποτελείται από ωμικές αντιστάσεις, τα φασικά ρεύματα I_{12} , I_{23} και I_{31} έχουν την ίδια φάση με τις αντίστοιχες φασικές τάσεις U_{12} , U_{23} και U_{31} . Το διανυσματικό διάγραμμα των φασικών τάσεων και των φασικών ρευμάτων παρατίθεται στο Σχήμα 10.11.

β) Τα πολικά ρεύματα (ή ρεύματα γραμμής) I_1 , I_2 και I_3 υπολογίζονται από το διανυσματικό διάγραμμα του Σχήματος 10.11.

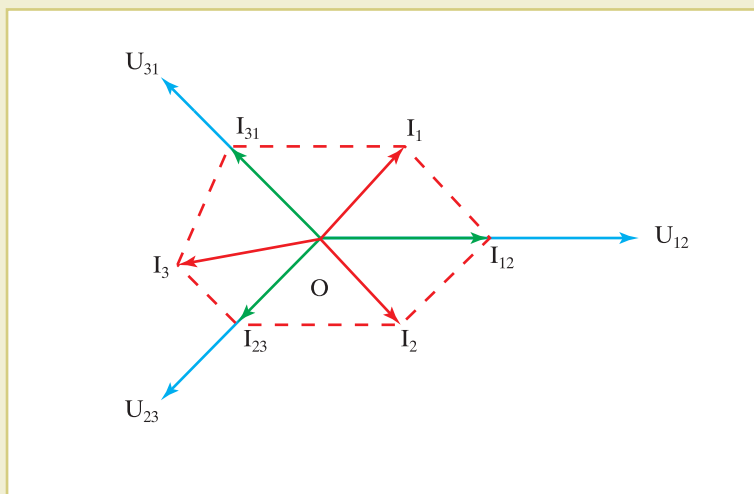
Βρίσκουμε ότι:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{12} + \bar{I}_{31} = 22\angle 0^\circ + 11\angle 120^\circ = 19\angle 30^\circ A$$

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_{12} + \bar{I}_{23} = 22\angle 0^\circ + 14,7\angle -120^\circ = 19,4\angle -41^\circ A$$

$$\bar{I}_3 = \bar{I}_{23} + \bar{I}_{31} = 14,7\angle -120^\circ + 11\angle 120^\circ = 13,2\angle 194^\circ A$$

Όπου με τον συμβολισμό $\bar{I} = I \angle \varphi^0$ εννοούμε το ρεύμα με ενδεικνύμενη τιμή I και γωνία φάσης φ ως προς τον άξονα Ox .



Σχήμα 10.11. Διανυσματικό διάγραμμα τριφασικού συμμετρικού συστήματος φασικών τάσεων U_{12} , U_{23} , U_{31} , τριφασικού ασύμμετρου συστήματος φασικών ρευμάτων I_{12} , I_{23} , I_{31} και πολικών ρευμάτων I_1 , I_2 , I_3 .

Παράδειγμα 1.

Τριφασικός ηλεκτρικός κινητήρας, όταν λειτουργεί σε σύνδεση αστέρα, έχει τα ακόλουθα ονομαστικά μεγέθη: ισχύς 20kW, συντελεστή ισχύος 0,8, τάση τροφοδοσίας 380V και συχνότητα 50Hz. Υπολογίστε: α) το ονομαστικό πολικό ρεύμα, β) την φαινόμενη ισχύ που απορροφάει στην ονομαστική λειτουργία και γ) την άεργη ισχύ που απορροφάει στην ονομαστική λειτουργία.

Λύση:

Από την γνωστή σχέση

$$P_1 = \sqrt{3} \cdot U_\pi \cdot I_\pi \cdot \eta \cdot \mu \cdot \varphi$$

Υπολογίζουμε το πολικό ρεύμα:

$$I_{\pi} = \frac{P_1}{\sqrt{3} \cdot U_{\pi} \cdot \eta \cdot \mu \phi} = \frac{20000W}{1,73 \cdot 380 \cdot 0,8} = 38A$$

β) Η φαινόμενη ισχύ υπολογίζεται από την πολική τάση και το πολικό ρεύμα σύμφωνα με την ακόλουθη σχέση:

$$S = \sqrt{3} \cdot U_{\pi} \cdot I_{\pi} = \sqrt{3} \cdot 380V \cdot 38A = 24981VA = 24,98kVA$$

γ) Η άεργη ισχύ υπολογίζεται από την φαινόμενη ισχύ και από τον συνημίτονο της γωνίας φάσης μεταξύ της τάσης και του ρεύματος.

$$Q = S \cdot \eta \mu \phi$$

Από τον συντελεστή ισχύος $\eta \mu \phi = 0,8$ υπολογίζουμε:

$$\phi = 36,87^\circ \text{ ή } \cos \phi = 0,8$$

Επομένως:

$$Q = 24981VA \cdot 0,6 = 14989 \text{ VAR} = 14,99 \text{ kVAR}$$

10.6. ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ

Γενικά, σε τριφασικό κύκλωμα, οι σχέσεις μεταξύ πολικών και φασικών τάσεων και ρευμάτων είναι:

$$U_{\pi} = \sqrt{3} \cdot U_{\phi}$$

$$I_{\pi} = \sqrt{3} \cdot I_{\phi}$$

Ειδικότερα, όταν υπάρχει σύνδεση σε αστέρα ή σε τρίγωνο, τότε οι σχέσεις μεταξύ τάσεων, ρευμάτων και ισχύος δίνονται στον Πίνακα 1.0.1.

Πίνακας 10.1. Σχέσεις μεταξύ τάσεων, ρευμάτων και ισχύος στη σύνδεση "Υ" και στη σύνδεση "Δ"

"Υ"	"Δ"
$U_{\pi} = \sqrt{3} \cdot U_{\phi}$	$U_{\pi} = U_{\phi}$
$I_{\pi} = I_{\phi}$	$I_{\pi} = \sqrt{3} \cdot I_{\phi}$
$P = \sqrt{3} \cdot U_{\pi} \cdot I_{\pi} \cdot \cos\phi_1 = S \cdot \cos\phi_1$ [W] $Q = \sqrt{3} \cdot U_{\pi} \cdot I_{\pi} \cdot \sin\phi_1 = S \cdot \sin\phi_1$ [VAr] $S = \sqrt{3} \cdot U_{\pi} \cdot I_{\pi}$ [VA]	

10.7. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΛΥΣΗ

1. Ποιοι είναι οι βασικότεροι τύποι συνδεσμολογίας των τριφασικών κυκλωμάτων που αποτελούνται από πηγές και καταναλωτές;
2. Καταναλωτής συνδεδεμένος σε αστέρα συνδέεται σε τριφασική τάση 380V. Ποια είναι η πολική τάση και ποια είναι η φασική τάση;
3. Καταναλωτής συνδεδεμένος σε τρίγωνο συνδέεται σε τριφασική τάση 220V. Ποια είναι η πολική τάση και ποια είναι η φασική τάση;
4. Ποια είναι η διαφορά φάσης μεταξύ των τάσεων σε ένα τριφασικό σύστημα;
5. Ποια είναι η διαφορά φάσης μεταξύ των ρευμάτων σε ένα τριφασικό σύστημα;
6. Σχεδιάστε ένα τριφασικό κύκλωμα με πηγή τάσης συνδεδεμένη σε αστέρα και καταναλωτή συνδεδεμένο σε τρίγωνο (σύνδεση "Υ-Δ").
7. Σχεδιάστε ένα τριφασικό κύκλωμα με πηγή τάσης συνδεδεμένη σε τρίγωνο και καταναλωτή συνδεδεμένο σε αστέρα (σύνδεση "Δ-Υ").

8. Ένα τριφασικό κύκλωμα αποτελείται από συμμετρικό καταναλωτή συνδεδεμένο σε "Y" με 100Ω σε κάθε φάση, Σχήμα 10.4. Η πηγή εναλλασσόμενης τάσης είναι 380V και 50Hz. Υπολογίστε το φασικό ρεύμα.

Απάντηση: 2,2 A

9. Ένα τριφασικό κύκλωμα αποτελείται από συμμετρικό καταναλωτή συνδεδεμένο σε "Δ" με 100Ω σε κάθε φάση, Σχήμα 10.8. Η πηγή εναλλασσόμενης τάσης είναι 220 V, 50 Hz. Υπολογίστε το πολικό ρεύμα (γραμμής).

Απάντηση: 3,8 A

10. Τριφασικό κύκλωμα αποτελείται από δύο ομάδες συμμετρικών αντιστάσεων συνδεδεμένες σε "Δ": η μία ομάδα έχει αντιστάσεις των 60Ω και η άλλη έχει αντιστάσεις των 90Ω , Σχήμα 10.10. Το κύκλωμα τροφοδοτείται από πηγή εναλλασσόμενης τάσης 220 V, 50 Hz. Υπολογίστε το ρεύμα γραμμής.

Απάντηση: 10,6 A

11. Τριφασικό κύκλωμα αποτελείται από δύο ομάδες συμμετρικών αντιστάσεων συνδεδεμένες σε "Y": η μία ομάδα έχει αντιστάσεις των 30Ω και η άλλη έχει αντιστάσεις των 60Ω , Σχήμα 10.6. Το κύκλωμα τροφοδοτείται από πηγή εναλλασσόμενης τάσης 380 V, 50 Hz. Υπολογίστε το ρεύμα γραμμής.

Απάντηση: 11 A

12. Τριφασικός ηλεκτρικός κινητήρας έχει τα ακόλουθα ονομαστικά μεγέθη, όταν λειτουργεί σε σύνδεση αστέρα: ισχύ 50 kW, συντελεστή ισχύος 0,7, τάση τροφοδοσίας 380 V και συχνότητα 50 Hz. Υπολογίστε: α) το ονομαστικό πολικό ρεύμα, β) την φαινόμενη ισχύ που απορροφάει στην ονομαστική λειτουργία γ) την άεργη ισχύ που απορροφάει στην ονομαστική λειτουργία.

Απάντηση: 108,6 A, 71,39 kVA, 50,99 kVA_r.