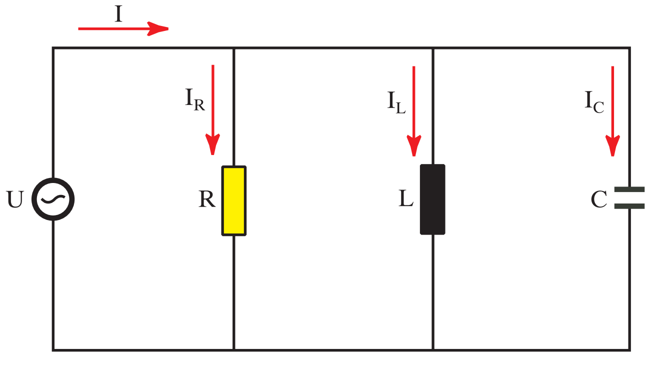
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

ΚΑΤΑΝΑΛΩΤΕΣ ΚΑΙ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΤΟΥΣ ΣΤΟ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟ ΡΕΥΜΑ



8.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το μεγαλύτερο μέρος του οικιακού και βιομηχανικού εξοπλισμού λειτουργεί με εναλλασσόμενο ρεύμα. Τα κύρια χαρακτηριστικά του εναλλασσόμενου ρεύματος είναι το πλάτος ή εύρος, η ενεργός τιμή και η συχνότητά του, που εξετάσθηκαν στο κεφάλαιο 7.

Ο λόγος, που χρησιμοποιείται εναλλασσόμενο ρεύμα (Ε.Ρ.) σε εφαρμογές, έχει να κάνει με τον τρόπο παραγωγής και διανομής του. Είναι σχετικά εύκολο να παραχθεί Ε.Ρ. σε ατμογεννήτριες και υδροηλεκτρικά εργοστάσια αντί για συνεχές ρεύμα και ακόμη πιο εύκολο να διανεμηθεί.

Σε αυτό το κεφάλαιο εξετάζονται κυκλώματα, που περιέχουν ωμικές αντιστάσεις, πηνία και πυκνωτές, που είναι συνδεδεμένα είτε σε σειρά είτε παράλληλα και τροφοδοτούνται με Ε.Ρ. Μελετάται η αντίσταση που προβάλλει κάθε στοιχείο στο κύκλωμα (ωμική, επαγωγική και χωρητική) καθώς και η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος. Στα κυκλώματα Ε.Ρ καταναλώνεται ισχύς, η οποία αναλύεται σε πραγματική, άεργη και φαινόμενη.

8.2. ΣΤΙΓΜΙΑΙΑ ΚΑΙ ΜΕΣΗ ΙΣΧΥΣ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

Δίνεται ένα κύκλωμα, στο οποίο εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση με στιγμιαία τιμή u και διαρρέεται από ρεύμα με στιγμιαία τιμή i. Το γινόμενο των στιγμιαίων τιμών τάσης και ρεύματος, σε κάποια χρονική στιγμή, παρέχει τη **στιγμιαία ισχύ** για το κύκλωμα:

$$p=u\cdot i$$

Στη γενική περίπτωση, που μεταξύ τάσης και ρεύματος υπάρχει κάποια διαφορά φάσης φ, οι στιγμιαίες τιμές του ρεύματος και της τάσης είναι:

$i = I_m \cdot ημωt$

$u = U_m \cdot ημ(ωt + φ)$

Η στιγμιαία ισχύς προκύπτει ως:

$p = u \cdot i = U_m \cdot I_m \cdot ημ(ωt + φ) \cdot ημωt$

όπου: $U_m = U \cdot \sqrt{2}$ και $I_m = I \cdot \sqrt{2}$

Μετά από μαθηματική επεξεργασία της σχέσης της στιγμιαίας ισχύος βρίσκουμε τη **μέση ισχύ** σε μία περίοδο η οποία είναι:

$P = U \cdot I \cdot συνφ$ σε W

8.3. ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ, ΑΕΡΓΗ ΚΑΙ ΦΑΙΝΟΜΕΝΗ ΙΣΧΥΣ

Η πάρα πάνω σχέση είναι γενική και μπορεί να εφαρμοσθεί σε οποιοδήποτε κύκλωμα η τμήμα κυκλώματος. Η μέση ισχύς ονομάζεται επίσης **ενεργός** ή **πραγματική ισχύς.**

Η ενεργός ισχύς για το εναλλασσόμενο διαφέρει από την ισχύ συνεχούς ρεύματος κατά τον παράγοντα **συνφ,** που ονομάζεται **συντελεστής ισχύος.** Το **συνφ** παίρνει τιμές μεταξύ 0 και 1:

$\mathbf{0 < συνφ < 1}$

Όσο μικρότερο είναι το **συνφ,** τόσο μικρότερη είναι η μέση ισχύς για τις ίδιες τιμές ρεύματος και τάσης. Ακόμη, για δεδομένη τάση και ισχύ, το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα αυξάνεται για μικρά **συνφ** και ελαττώνεται για μεγάλα **συνφ**. Ο συντελεστής ισχύος καθορίζεται από τη συγκρότηση του κυκλώματος και μπορεί να βελτιωθεί (βελτίωση συνφ), όπως θα αναπτυχθεί στο Κεφάλαιο 11. Η έννοια του συντελεστή ισχύος και της βελτίωσης του έχει τεράστια σημασία στις βιομηχανικές και οικιακές εγκαταστάσεις, αλλά και στα δίκτυα μεταφοράς και διανομής ηλεκτρικής ενέργειας.

Όταν το ρεύμα και η τάση βρίσκονται σε φάση, τότε **$\varphi=0^0$** και **συνφ=1**, συνεπώς η τιμή της ισχύος είναι **$P=U\cdot I$**. Αυτή η ισχύς, η οποία είναι η μέγιστη ισχύς που μπορεί να απορροφήσει ένας καταναλωτής με δεδομένη την τάση U και ένταση I, ονομάζεται **φαινόμενη ισχύ P_φ** και μετριέται σε **βολταμπέρ (VA).**

$P_\varphi=U\cdot I$ σε VA

Η φαινόμενη ισχύς είναι συνήθως ένα από τα ονομαστικά μεγέθη μιας συσκευής (π.χ. μετασχηματιστές).

Από το είδος του καταναλωτή και τις συνθήκες του δικτύου θα εξαρτηθεί πόση πραγματική ισχύ θα απορροφήσει. **Ο συντελεστής ισχύος προσδιορίζει το μέγεθος της πραγματικής ισχύος ως προς το μέγεθος της φαινόμενης ισχύος.**

$\text{συνφ}=P/P_\varphi$ ή $P=P_\varphi\cdot\text{συνφ}$

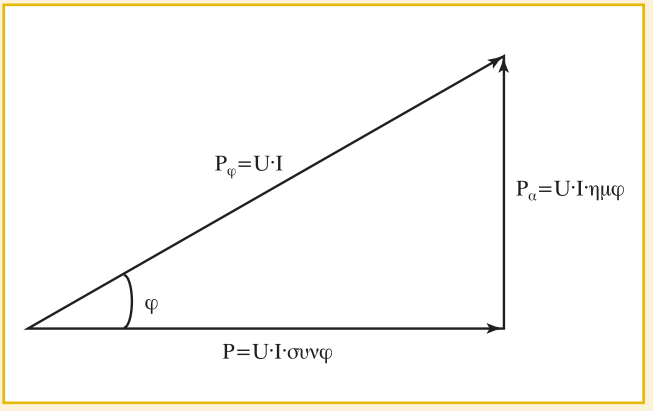
Η ποσότητα $P_\alpha=U\cdot I\cdot\text{ημφ}$ ονομάζεται **άεργη ισχύς** και μετριέται σε **VAr.** Η άεργη ισχύς δεν παράγει μηχανικό έργο. Υπολογίζεται από τη φαινόμενη ισχύ και από τη γωνία φ:

$P_\alpha=P_\varphi\cdot\text{ημφ}$

Προκύπτει ότι η σχέση μεταξύ πραγματικής ισχύος, άεργης ισχύος και φαινόμενης ισχύος είναι:

$P_\varphi^2=P^2+P_\alpha^2$

Στο διάγραμμα του σχήματος 8.1 παρουσιάζεται το **τρίγωνο ισχύος.**Η πραγματική ισχύς P είναι στον οριζόντιο άξονα, η άεργη ισχύς P_α είναι κάθετη στην πραγματική ισχύ P και η φαινόμενη ισχύς P_φ είναι η υποτείνουσα.



Σχήμα 8.1 Τρίγωνο Ισχύος: πραγματική ισχύς P, άεργη ισχύς $P_α$ και φαινόμενη ισχύς $P_φ$

Παράδειγμα 1

Η πραγματική ισχύς ενός ηλεκτροκίνητου μηχανήματος είναι P=7,2KW. Η φαινόμενη ισχύς του είναι $P_φ$=9,5KVA. Να υπολογιστεί: α) ο συντελεστής ισχύος συνφ και β) η άεργη ισχύς $P_α$.

Λύση:

α) Από το τρίγωνο των ισχύων βρίσκουμε:

$$συνφ = \frac{P}{P_φ} = \frac{7,2}{9,5} = 0,76 \quad \Rightarrow \quad φ = 40,5^0$$

β) άεργη ισχύς βρίσκεται από:

$$P_α = P_φ \cdot ημφ = 9,5 \cdot ημ40,5^0 = 6,2KVAr$$

Επαλήθευση:
Από τη σχέση του ορθογωνίου τριγώνου του σχήματος 8.1:

$$P_α^2 = P_φ^2 - P^2$$

$$P_α^2 = 9,5^2 - 7,2^2 = \sqrt{90,25 - 51,84} = 6,2KVAr$$

Παράδειγμα 2

Ένα εργοστάσιο παίρνει από δίκτυο τάσης 5KV πραγματική ισχύ 64KW με συντελεστή ισχύος συνφ=0,81. Να υπολογιστεί η ένταση του ρεύματος.

Λύση:

Από τη σχέση της πραγματικής ισχύος P=U·I·συνφ βρίσκουμε:

$$I=\frac{P}{U\sigma\upsilon\nu\phi}=\frac{64000W}{5000V\cdot 0{,}81}=15{,}8A$$

Παράδειγμα 3

Καταναλωτής ονομαστικής ισχύος 10KW συνδέεται σε πηγή εναλλασσόμενης τάσης 220V, 50Hz. Να υπολογισθούν: α) η ενεργός τιμή του ρεύματος I όταν η άεργη ισχύς είναι μηδέν, β) η φαινόμενη ισχύς P_φ, η ενεργός τιμή του ρεύματος I και ο συντελεστής ισχύος συνφ, όταν η άεργος ισχύς είναι P_α=7KVAr.

Λύση:

α) Πρώτη περίπτωση όπου $P_\alpha=0$ δηλαδή ημφ=0 $\Rightarrow$ $\varphi=0^0$ $\Rightarrow$ συνφ=1

Υπολογίζουμε το ρεύμα από τη σχέση:

$$P=P_\varphi\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi=U\cdot I\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi$$

$$I=\frac{P}{U\sigma\upsilon\nu\phi}=\frac{10\cdot 10^3W}{220V\cdot 1}=45{,}45A$$

β) Δεύτερη περίπτωση όταν P_α=7KVAr.

Από το τρίγωνο ισχύων βρίσκουμε:

$$P_\varphi^{2}=P^2+P_\alpha$$

$$P_\varphi = \sqrt{P^2 + P_\alpha^2} = \sqrt{10^2 + 7^2} = \sqrt{100 + 49} = 12{,}2kVA$$

$$I = \frac{P_\phi}{U} = \frac{12{,}2 \cdot 10^3 VA}{220V} = 55{,}45A$$

P=U·I·συνφ

$$\text{συνφ} = \frac{P}{UI} = \frac{10 \cdot 10^3}{220 \cdot 55{,}45} = 0{,}82$$

και $\varphi \approx 35^0$

Παράδειγμα 4

Να υπολογιστεί η φαινομένη ισχύς για u=2·ημ60^0 και i=2·ημ60^0.

Λύση:

$$U = \frac{2}{\sqrt{2}} \quad \text{και} \quad I = \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$P_\varphi = U \cdot I = \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{4}{2} = 2W$$

Παράδειγμα 5

Το φορτίο ενός καταναλωτή δημιουργεί γωνία φ=30^0 μεταξύ τάσης και έντασης. Να υπολογιστεί ο συντελεστής ισχύος.

Λύση:

Ο συντελεστής ισχύος είναι:

$$\text{συνφ} = \text{συν}30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0{,}87$$

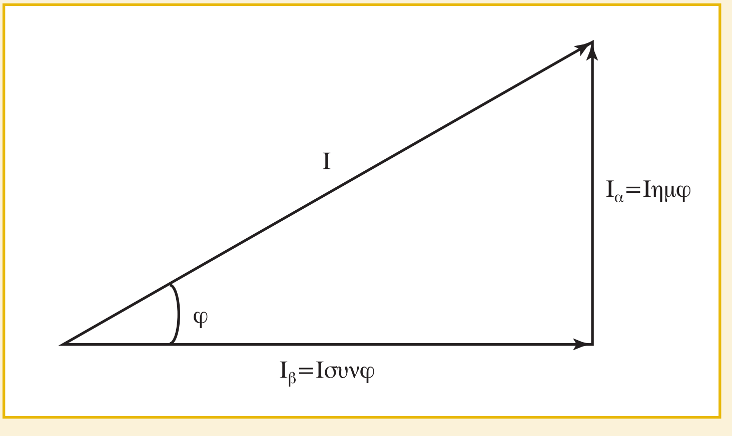
8.4. ΤΡΙΓΩΝΟ ΡΕΥΜΑΤΩΝ

Από το τρίγωνο ισχύος του Σχήματος 8.1 όταν διαιρέσουμε κάθε πλευρά με την τάση U προκύπτει το τρίγωνο ρευμάτων, Σχήμα 8.2. Στο τρίγωνο αυτό η ολική ένταση I προκύπτει από την διανυσματική πρόσθεση δυο συνιστωσών: της συνιστώσας $I_β$ και της συνιστώσας $I_α$. Η συνιστώσα $I_β$ αντιστοιχεί στο **ενεργό** ή **βαττικό ρεύμα,** στο οποίο οφείλεται η πραγματική ισχύς. Η συνιστώσα $I_α$ αντιστοιχεί στο **άεργο ρεύμα** στο οποίο οφείλεται η άεργη ισχύς. Στο τρίγωνο ρευμάτων, το βαττικό ρεύμα $I_β$ είναι στον οριζόντιο άξονα, το άεργο ρεύμα $I_α$ είναι κάθετο στο βαττικό $I_β$ ρεύμα και το ολικό ρεύμα I είναι η υποτείνουσα.

$I_β=I\cdot συνφ$

$I_α=I\cdot ημφ$

Το άεργο ρεύμα αυξάνει το ρεύμα φόρτισης των ηλεκτρικών γραμμών των εγκαταστάσεων, των μετασχηματιστών, των δικτύων μεταφοράς και διανομής και των γεννητριών.



Σχήμα 8.2. Τρίγωνο ρευμάτων: **βαττικό** ρεύμα $I_β$, **άεργο** ρεύμα $I_α$ και ολικό ρεύμα I

Έτσι για την ισχύ εναλλασσόμενου ρεύματος έχουμε τις σχέσεις:

- Φαινομένη ισχύς: $P_φ = U \cdot I$ σε VA
- Πραγματική ισχύς: $P = U \cdot I_β$ σε W
- Άεργη ισχύς: $P_α = U \cdot I_α$ σε VAr

8.5. ΩΜΙΚΟΣ, ΧΩΡΗΤΙΚΟΣ ΚΑΙ ΕΠΑΓΩΓΙΚΟΣ ΚΑΤΑΝΑΛΩΤΗΣ ΣΕ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟ ΡΕΥΜΑ

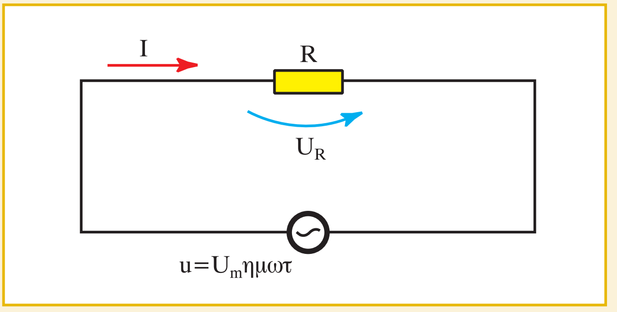
Οι συσκευές, που χρησιμοποιούνται καθημερινά στις οικιακές και βιοτεχνικές εγκαταστάσεις, λειτουργούν με εναλλασσόμενο ρεύμα. Όσες προορίζονται για τις ευρωπαϊκές χώρες έχουν χαρακτηριστικά (τάση, συχνότητα) = (220V, 50Hz), ενώ αυτές που λειτουργούν στις Η.Π.Α. έχουν (τάση, συχνότητα) = (127V, 60Hz). Οι ηλεκτρικές συσκευές αποτελούνται από πολύπλοκα κυκλώματα, τα κυριότερα από τα οποία είναι: η αντίσταση R, ο πυκνωτής C και το πηνίο L.

Με βάση όμως την λειτουργία τους, τα ηλεκτρικά κυκλώματα ταξινομούνται σε τρεις κατηγορίες:

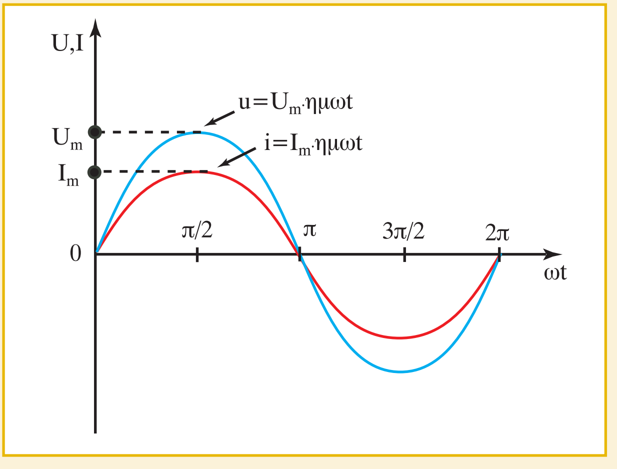
- Ωμικός καταναλωτής, όπου το βασικό στοιχείο είναι η αντίσταση
- Επαγωγικός καταναλωτής, όπου το βασικό χαρακτηριστικό είναι το πηνίο.
- Χωρητικός καταναλωτής, όπου το βασικό στοιχείο είναι ο πυκνωτής

8.5.1. Ωμικός καταναλωτής

Θεωρούμε μια πηγή εναλλασσόμενου ρεύματος συνδεδεμένη με μια αντίσταση, όπως φαίνεται στα σχήματα 8.3 α και 8.3 β.



Σχήμα 8.3.α. Κύκλωμα με αντίσταση R στην οποία εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση u



Σχήμα.8.3.β Κυματομορφές τάσης - έντασης σε ωμικό καταναλωτή.

Η τάση της πηγής δίνεται από την σχέση:

$u = U_m \cdot ημωt$

όπου: u είναι η στιγμιαία τάση της πηγής σε Volt, U_m είναι το πλάτος της τάσης σε Volt, ω είναι η κυκλική συχνότητα σε rad/sec και t ο χρόνος σε sec.

Αυτό που ενδιαφέρει στον ωμικό καταναλωτή είναι η ένταση του ρεύματος, που διαρρέει το κύκλωμα και η καταναλισκόμενη ενέργεια σ' αυτό.

Στο Σχήμα 8.3.α η τάση της πηγής ισούται με την τάση στα άκρα της αντίστασης:

$u=U_R$

Η ένταση του ρεύματος είναι:

$i=I_m \cdot ημωt$

Για τις στιγμιαίες τιμές της τάσης και της έντασης ισχύει και στο εναλλασσόμενο ρεύμα ο νόμος του Ωμ. Επομένως για την ωμική αντίσταση του Σχήματος 8.3.α ισχύει:

$$i=\frac{u}{R}=\frac{U_m ημωt}{R}=I_m ημωt$$

$$I_m= =\frac{U_m}{R}$$

Αντικαθιστώντας τις ενεργές τιμές U και I έχουμε:

$$I=\frac{I_m}{\sqrt{2}} \text{ και } U=\frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

$$I=\frac{U_m}{\sqrt{2}R}=\frac{U}{R} \Rightarrow I=\frac{U}{R}$$

Ο νόμος του Ωμ ισχύει στο εναλλασσόμενο ρεύμα για τις ενεργές τιμές τάσης και έντασης.

Στον ωμικό καταναλωτή το ρεύμα και η τάση βρίσκονται σε φάση, διότι η διαφορά φάσης μεταξύ τους είναι $φ=0^0$.

Παράδειγμα 1

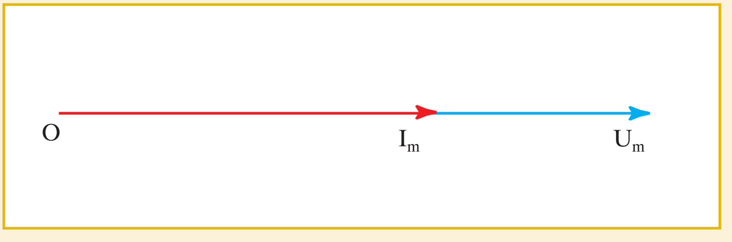
Ωμικός καταναλωτής τροφοδοτείται με στιγμιαία τάση u=310·ημωt και στιγμιαία ένταση i=31·ημωt. Να βρεθεί το μεγεθός του και να σχεδιαστεί το διανυσματικό διάγραμμα.

Λύση:

Από τις στιγμιαίες τιμές προκύπτει Δφ=0^0. Η τάση και η ένταση συμπίπτουν στον οριζόντιο άξονα, Σχήμα 8.4.

Πρόκειται λοιπόν για ωμικό καταναλωτή. Η τιμή της αντίστασης βρίσκεται με εφαρμογή του νόμου του Ωμ.

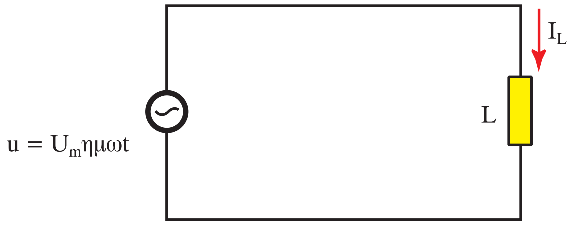
$$R=\frac{U}{I}=\frac{\frac{U_m}{\sqrt{2}}}{\frac{I_m}{\sqrt{2}}}=\frac{310/\sqrt{2}}{31/\sqrt{2}}=10\ \ \Omega$$



Σχήμα 8.4 Διανυσματικό διάγραμμα τάσης και έντασης για κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος που τροφοδοτεί ωμική αντίσταση.

8.5.2. Επαγωγικός καταναλωτής

Θεωρούμε το κύκλωμα του σχήματος 8.5, όπου μια πηγή εναλλασσόμενου ρεύματος συνδέεται με ένα ιδανικό ή καθαρό πηνίο. Ιδανικό πηνίο είναι αυτό που δεν παρουσιάζει ωμική αντίσταση R=0.



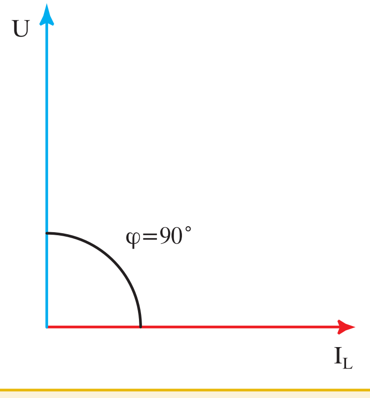
Σχήμα 8.5. Ιδανικό πηνίο, στα άκρα του οποίου εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση

Αποδεικνύεται ότι, αν εφαρμοστεί εναλλασσόμενη τάση $u=U_m \cdot ημωt$, τότε το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο είναι:

$$i=I_m ημ(ωt - \frac{\pi}{2})$$

Η τάση στο πηνίο προηγείται του ρεύματος κατά 90^0.

Το διανυσματικό διάγραμμα τάσης και έντασης σ' ένα ιδανικό πηνίο φαίνεται στο σχήμα 8.6:



Σχήμα. 8.6 Διάγραμμα τάσης - έντασης καθαρού επαγωγικού καταναλωτή σε κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος

Η αντίσταση που παρεμβάλλει το πηνίο στο κύκλωμα εναλλασσομένου ρεύματος ονομάζεται **επαγωγική αντίσταση.**

Η επαγωγική αντίσταση X_L είναι ο λόγος της ενεργού τιμής της τάσης στα άκρα του πηνίου προς την ενεργό ένταση του ρεύματος που το διαρρέει.

$X_L=U/I_L$

Η επαγωγική αντίσταση είναι ανάλογη της κυκλικής συχνότητας ω του ρεύματος και της αυτεπαγωγής L του πηνίου:

$X_L=\omega \cdot L=2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$

Η μονάδα μέτρησης της επαγωγικής αντίστασης είναι το Ωμ [Ω].

Στην περίπτωση του επαγωγικού καταναλωτή η ενεργός, η άεργος και η φαινόμενη ισχύς είναι:

$P=U \cdot I \cdot συνφ=0$

$P_α=U \cdot I \cdot ημφ$

$P_φ=U \cdot I$

Προκύπτει ότι ο επαγωγικός καταναλωτής δεν απορροφάει καθόλου ενεργό ισχύ. Όλη η φαινόμενη ισχύς συγκεντρώνεται στο πηνίο υπό μορφή επαγωγικής άεργου ισχύος:

$φ=90^0 \Rightarrow ημφ=1 \Rightarrow P_φ=P_α$

Παράδειγμα 1

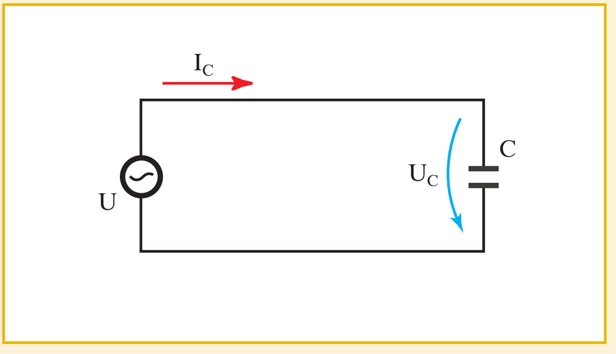
Πηνίο αυτεπαγωγής L=0.02H συνδέεται σε πηγή εναλλασσόμενου ρεύματος συχνότητας 50Hz. Να βρεθεί η επαγωγική αντίσταση του πηνίου.

Λύση:

$X_L=\omega\cdot L=2\cdot\pi\cdot f\cdot L=2\cdot 3{,}14\cdot 50Hz\cdot 0{,}02H=6{,}28\Omega$

8.5.3 Χωρητικός καταναλωτής

Θεωρούμε μια πηγή εναλλασσόμενου ρεύματος συνδεδεμένη με ένα ιδανικό πυκνωτή, όπως φαίνεται στο σχήμα 8.7. Ιδανικός πυκνωτής είναι αυτός που δεν παρουσιάζει ωμική αντίσταση, R=0.

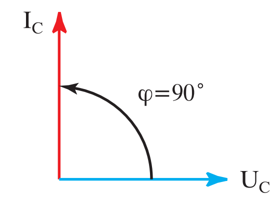


Σχήμα 8.7 Κύκλωμα πυκνωτή που συνδέεται με εναλλασσόμενη τάση

Αν η τάση της πηγής είναι $u=U_m\cdot\eta\mu\omega t$, τότε το ρεύμα που διαρρέει τον πυκνωτή είναι:

$$i=I_m\cdot\eta\mu(\omega t+\frac{\pi}{2})$$

Παρατηρούμε ότι στον ιδανικό πυκνωτή το ρεύμα προηγείται της τάσης κατά $\frac{\pi}{2}$, Σχήμα 8.8, ή η διαφορά φάσης μεταξύ τάσης και έντασης είναι $\varphi_C=90^0$.



Σχήμα.8.8 Διανυσματικό διάγραμμα τάσης - έντασης ιδανικού πυκνωτή σε κύκλωμα Ε.Ρ

Η χωρητική αντίσταση είναι ο λόγος της ενεργού τιμής της τάσης Uc στα άκρα του πυκνωτή προς την ενεργό ένταση του ρεύματος Ic που τον διαρρέει.

$$Xc = \frac{U_C}{I_C}$$

Η χωρητική αντίσταση είναι αντιστρόφως ανάλογη της κυκλικής συχνότητας και της χωρητικότητας του πυκνωτή:

$$Xc = \frac{1}{\omega C}$$

Στην περίπτωση του χωρητικού καταναλωτή, η ενεργός, η άεργος και η φαινόμενη ισχύς είναι:

$$P = U \cdot I \cdot \text{συνφ} = 0$$

$$P_\alpha = U \cdot I \cdot \text{ημφ}$$

$$P_\varphi = U \cdot I$$

Προκύπτει ότι ο χωρητικός καταναλωτής δεν απορροφάει ενεργό ισχύ. Όλη η φαινόμενη ισχύς συγκεντρώνεται στον πυκνωτή υπό μορφή χωρητικής αέργου ισχύος:

$$\varphi = 90^0 \Rightarrow \text{ημφ} = 1 \Rightarrow P_\varphi = P_\alpha$$

Παράδειγμα 1

Η μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος που διαρρέει ένα πυκνωτή C=50μF, είναι I_m=10A και η συχνότητα είναι f=50Hz. Να υπολογισθεί η μέγιστη, η στιγμιαία και η ενεργός πτώση τάσης στο πυκνωτή.

Λύση:

Η κυκλική συχνότητα είναι:

$\omega = 2\cdot\pi\cdot f = 2\cdot 3{,}14\cdot 50 = 314 rad/s$

Η στιγμιαία πτώση τάσης στον πυκνωτή είναι:

$u = U_m \cdot ημ\,(\omega t - 90^0)$

Από το νόμο του Ωμ έχουμε:

$U_m = I_m \cdot X_c$

Η χωρητική αντίσταση X_c του πυκνωτή είναι:

$X_c = 1/(\omega\cdot C) = 1/(314\cdot 50\cdot 10^{-6}) = 63{,}7\Omega$

Επομένως,

$U_m = I_m X_c = 10A\cdot 63{,}7\Omega = 637V$

Η στιγμιαία τάση που εφαρμόζεται στο πυκνωτή είναι:

$u = 637\ ημ(314t - 90^0)$

Η ενεργός τιμή της τάσης είναι:

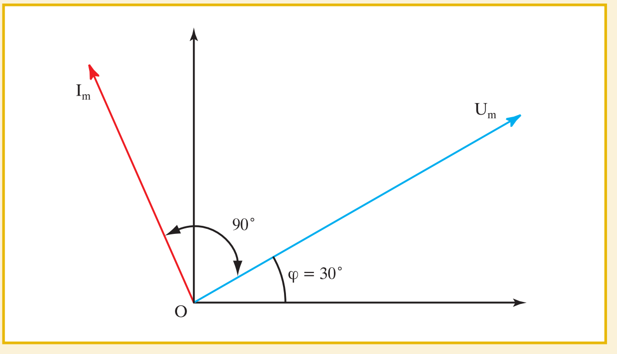
$U = Um/\sqrt{2} = 637V/\sqrt{2} = 450V$

Παράδειγμα 2

Στα άκρα ιδανικού πυκνωτή εφαρμόζεται τάση $u=600\cdot ημ(314t+30^0)$. Το ρεύμα στον πυκνωτή είναι I=30A. Να σχεδιαστεί το διανυσματικό διάγραμμα και να υπολογισθεί η χωρητικότητα του πυκνωτή.

Λύση:

Το διανυσματικό διάγραμμα μεταξύ της τάσης, που έχει αρχική φάση 30^0, και της έντασης παρουσιάζεται στο Σχήμα 8.9:



Σχήμα 8.9. Διανυσματικό διάγραμμα τάσης και έντασης σε κύκλωμα Ε.Ρ. με ιδανικό πυκνωτή

Η τάση U δίνεται από την σχέση:

$$U= \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{600}{1{,}414} = 416{,}6V$$

Από το νόμο του Ohm, η χωρητική αντίσταση είναι

$X_c=U/I= 416{,}6V/30A=13{,}8Ω$

και η χωρητικότητα του πυκνωτή είναι:

$C=1/(ωX_c)=1/(314\cdot 13{,}8)=2{,}3\cdot 10^{-4}F=230μF$

8.6. ΝΟΜΟΙ ΤΟΥ ΩΜ ΚΑΙ ΤΟΥ ΚΙΡΚΩΦ ΣΤΟ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟ ΡΕΥΜΑ

8.6.1 Νόμος του Ωμ

Όπως είδαμε στο συνεχές ρεύμα ο νόμος του Ωμ είχε τη μορφή:

$$U = I \cdot R \text{ ή } I = \frac{U}{R}$$

Στο εναλλασσόμενο ρεύμα η παραπάνω σχέση ισχύει για τις ενεργές τιμές τάσης και έντασης. Η διαφορά είναι ότι το ρεύμα υπολογίζεται ως ο λόγος της τάσης **U** προς την σύνθετη αντίσταση **Z.** Έτσι, έχουμε το νόμο του Ωμ στο εναλλασσόμενο ρεύμα:

$$I = \frac{U}{Z}$$

Το μέγεθος Z ονομάζεται σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος. Το **Z** λαμβάνει τις τιμές του Πίνακα 8.1.

Πίνακας 8.1. Σύνθετη αντίσταση σε κύκλωμα εναλλασομένου ρεύματος	
Μορφή Κυκλώματος	Σύνθετη αντίσταση Z
Μόνο με ωμικές αντιστάσεις	Z=R
Μόνο με ιδανικό πυκνωτή	$Z = \frac{1}{C\omega}$
Μόνο με ιδανικό πηνίο	Z=Lω

8.6.2. Νόμοι του Κίρκωφ

Οι νόμοι του Κίρκωφ για το συνεχές ρεύμα, όπως παρουσιάσθηκαν στο Κεφάλαιο 3, εφαρμόζονται και στο εναλλασσόμενο ρεύμα για τις ενεργές τιμές τάσης και έντασης.

Στην περίπτωση του εναλλασσόμενου ρεύματος όμως αντί για αλγεβρική πρόσθεση γίνεται διανυσματική πρόσθεση των μεγεθών τάση και ένταση.

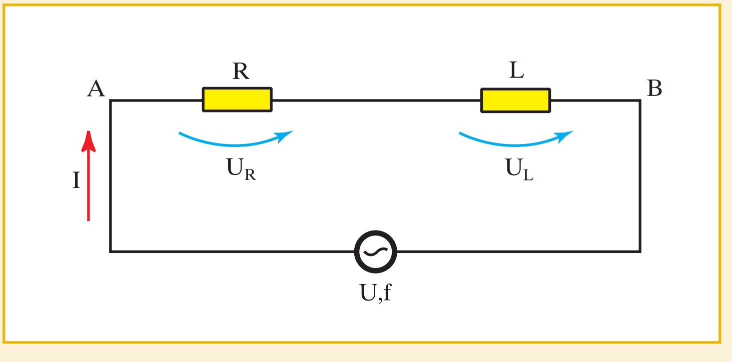
8.7. ΣΥΝΘΕΤΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ

Τα κυκλώματα εναλλασσομένου ρεύματος που περιλαμβάνουν αντιστάσεις R, πηνία L και πυκνωτές C ονομάζονται **σύνθετα κυκλώματα.**

Ο συνδυασμός των ωμικών, επαγωγικών και χωρητικών αντιστάσεων R, X_L, X_C αποτελεί την **σύνθετη ή φαινόμενη αντίσταση** του κυκλώματος.

8.7.1. Κυκλώματα RL Σειράς

Ένα σύνθετο κύκλωμα RL σειράς παρίσταται στο σχήμα 8.10.



Σχήμα 8.10 Κύκλωμα αντίστασης και πηνίου σε σειρά τροφοδοτούμενο με εναλλασσόμενη τάση

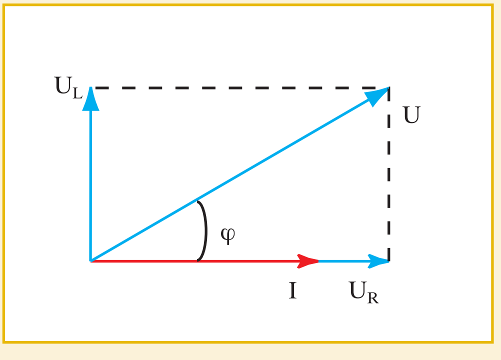
Στην πράξη το κύκλωμα αυτό εκτός από τα ανεξάρτητα στοιχεία ωμική αντίσταση και ιδανικό πηνίο μπορεί να είναι το ισοδύναμο κύκλωμα ενός πηνίου με ωμική αντίσταση R και αυτεπαγωγή L.

Στα άκρα του κυκλώματος ΑΒ εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση U. Από τα στοιχεία R και L διέρχεται το ίδιο ρεύμα I επειδή είναι σε σειρά. Οι πτώσεις τάσης σε αυτά είναι U_R, U_L αντίστοιχα. Σε κάθε χρονική στιγμή, για τις στιγμιαίες τιμές των τάσεων, ισχύει:

$$u = u_R + u_L$$

Για να προσθέσουμε εναλλασσόμενα μεγέθη, προσθέτουμε τα διανύσματα των μεγίστων τιμών των μεγεθών αυτών. Επίσης, μπορούμε να αθροίσουμε διανυσματικά τις ενεργές τιμές των εναλλασσομένων τάσεων και ρευμάτων. Το διανυσματικό διάγραμμα του κυκλώματος του Σχήματος 8.10 παρουσιάζεται στο σχήμα 8.11.

Στην πράξη μας ενδιαφέρουν οι ενεργές τιμές και οι διαφορές φάσης μεταξύ των μεγεθών U, I, U_R και U_L του σύνθετου κυκλώματος. Όπως είναι γνωστό, η ενεργός τιμή της τάσης U_R και του ρεύματος I σε μια αντίσταση R βρίσκονται σε φάση (συμφασικά). Άρα η τάση U_R και το ρεύμα I συμπίπτουν στο διάγραμμα 8.11.



Σχήμα 8.11 Διανυσματικό διάγραμμα τάσεων U, U_R, U_L και έντασης I σε κύκλωμα R - L σειράς

Το διάνυσμα της ενεργού τιμής της τάσης U_L προηγείται του διανύσματος $U_L = \omega \cdot L \cdot I$ του ρεύματος I κατά 90^0.

Η τάση U, που εφαρμόζεται στα άκρα ΑΒ του κυκλώματος, σχήμα 8.10, είναι το διανυσματικό άθροισμα των U_R και U_L. Η μεταξύ τους διαφορά φάσης είναι η γωνία φ. Από το διανυσματικό διάγραμμα προκύπτει:

$$U^2=U_R^2+U_L^2=(I\cdot R)^2+(I\cdot\omega\cdot L)^2=I^2\cdot[R^2+(\omega\cdot L)^2]$$

Προκύπτει ότι:

$$U=I\cdot\sqrt{R^2+(\omega L)^2}$$

Η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος R-L σειράς είναι:

$$Z=\sqrt{R^2+(\omega L)^2}$$

Η ωμική αντίσταση R καθώς και η επαγωγική αντίσταση ωL μετρώνται σε Ωμ, άρα και η σύνθετη αντίσταση Z μετράται σε Ωμ.

Η γωνία φ προσδιορίζεται από το ορθογώνιο τρίγωνο του σχήματος 8.11 και είναι η γωνία μεταξύ της τάσης U στα άκρα του κυκλώματος και της έντασης I:

$$\varepsilon\varphi\varphi=U_L/U_R=X_L/R=\omega L/R \text{ και } 0\leq\phi\leq 90^0$$

Εφαρμόζοντας λοιπόν εναλλασσόμενη τάση U στα άκρα σύνθετου καταναλωτή R-L σε σειρά, η ενεργός τιμή του ρεύματος ισούται με το λόγο της ενεργού τιμής της τάσης και της σύνθετης αντίστασης.

$$I=\frac{U}{Z}=\frac{U}{\sqrt{R^2+X_L^2}}$$

Παράδειγμα 1

Να υπολογισθεί η τάση της πηγής που πρέπει να συνδεθεί στο κύκλωμα του Σχήματος 8.10 για να κυκλοφορήσει σ'αυτό ρεύμα 5Α, όταν η ωμική αντίσταση είναι R=6Ω και η επαγωγική αντίσταση X_L=8Ω συνδεδεμένες σε σειρά.

Λύση:

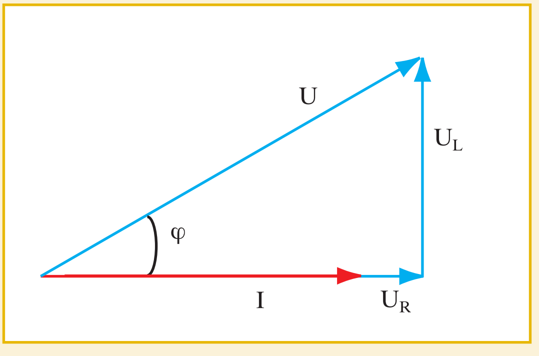
Οι πτώσεις τάσης στην ωμική και στην επαγωγική αντίσταση είναι:

$U_R = R \cdot I = 5A \cdot 6\Omega = 30V$

$U_L = I \cdot X_L = 5A \cdot 8\Omega = 40V$

Η τάση της πηγής υπολογίζεται από το διανυσματικό διάγραμμα του Σχήματος 8.12:

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = \sqrt{900 + 1600} = \sqrt{2500} = 50V$$



Σχήμα 8.12. Διανυσματικό διάγραμμα πτώσεων τάσης σε κύκλωμα με R-L σε σειρά

Παράδειγμα 2

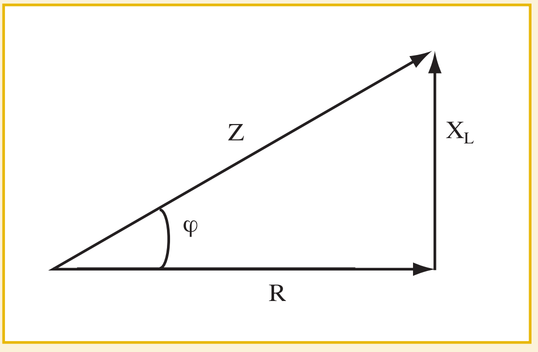
Να υπολογισθεί η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος, στο οποίο $R=9\Omega$ και $X_L=12\Omega$ σε σειρά.

Λύση:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{9^2 + 12^2} = \sqrt{81 + 144} = \sqrt{225} = 15 \quad \Omega$$

Παράδειγμα 3

Να υπολογισθεί το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα του Σχήματος 8.10 με επαγωγική αντίσταση X_L=5Ω και ωμική R=1Ω αν συνδεθεί σε δίκτυο Ε.Ρ. με τάση 12V.



Σχήμα.8.13 Τρίγωνο αντιστάσεων: ωμικής R, επαγωγικής X_L και σύνθετης Z

Λύση:

Από το σχήμα 8.13 βρίσκουμε την σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{1^2 + 5^2} = \sqrt{26} = 5.1\ \Omega$$

Από τον νόμο του Ωμ είναι:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{12V}{5,1\Omega} = 2,35\ A$$

Παράδειγμα 4

Εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση 42V-50Hz στα άκρα κυκλώματος σειράς με ωμική αντίσταση R=40Ω και αυτεπαγωγή L=0,12H του (σχήμα 8.10). Να υπολογισθεί: α) η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος, β) η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα, γ) η πτώση τάσης στην αντίσταση του πηνίου, δ) η πτώση τάσης στο πηνίο, ε) η διαφορά φάσης μεταξύ τάσης και ρεύματος και στ) ο συντελεστής ισχύος του κυκλώματος.

Λύση:

Η επαγωγική αντίσταση είναι:

$X_L=\omega L=2\cdot 3,14\cdot 50\cdot 0,12=37,68\Omega$

α) Η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος είναι:

$$Z=\sqrt{R^2+X_L^2}=\sqrt{R^2+(\omega L)^2}=\sqrt{40^2+37,68^2}=55\Omega$$

β) Η ένταση του ρεύματος υπολογίζεται από το νόμο του Ωμ:

$$I=\frac{U}{Z}=\frac{42\ V}{55\ \Omega}=0,76\text{A}$$

γ) Η πτώση τάσης στην ωμική αντίσταση είναι:

$U_R=I\cdot R=0,76\text{A}\cdot 40\Omega=30,4\text{V}$

Η τάση U_R είναι σε φάση με το ρεύμα, Σχήμα 8.11.

δ) Η πτώση τάσης στο πηνίο είναι:

$U_L=I\cdot X_L=0,76\text{A}\cdot 37,68\Omega=28,65\text{V}$.

Η τάση αυτή προπορεύεται του ρεύματος κατά 90^0.

Η τάση που εφαρμόζεται στο κύκλωμα U=42V είναι το διανυσματικό άθροισμα των δυο πτώσεων τάσης U_L και U_R, Σχήμα 8.11.

$U^2=U_R^2+U_L^2=30,4^2+28,65^2=924,16+820,82==1744,98\text{V}^2$ και

$$U=\sqrt{1744,98}=41,77V$$

ε) Η γωνία φ μεταξύ τάσης U και ρεύματος I υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{X_L}{R} = \frac{37{,}68}{40} = 0{,}94 \quad \text{και } \varphi = 43^0$$

Η εφαρμοζόμενη τάση προπορεύεται του ρεύματος κατά 43^0. Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι το κύκλωμα έχει επαγωγική συμπεριφορά.

στ) Ο συντελεστής ισχύος του κυκλώματος υπολογίζεται από την ωμική αντίσταση και από την σύνθετη αντίσταση:

$$\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{40}{55} = 0{,}73$$

Παράδειγμα 5

Σ'ένα κύκλωμα με R-L σε σειρά, R=100Ω, L=1H εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή U=220V και f=50Hz. Να υπολογιστούν: α) η επαγωγική αντίσταση X_L, β) η σύνθετη αντίσταση Z, γ) η ενεργός τιμή του εναλλασσόμενου ρεύματος I, δ) οι πτώσεις τάσεων U_R και U_L στην αντίσταση και στο πηνίου και ε) η διαφορά φάσης μεταξύ της τάσης U και της έντασης I.

Λύση:

α) $X_L = L\cdot\omega = 2\cdot\pi\cdot f\cdot L = 2\cdot\pi\cdot 1 = 314\Omega$

β) $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{100^2 + 3{,}14^2} = 329{,}5\Omega$

γ) $I = \frac{U}{Z} = \frac{220}{329.5} = 0{,}67A$

δ) $U_R = I\cdot R = 0{,}67\cdot 100 = 67V$

$U_L = I\cdot\omega\cdot L = 0{,}67V$

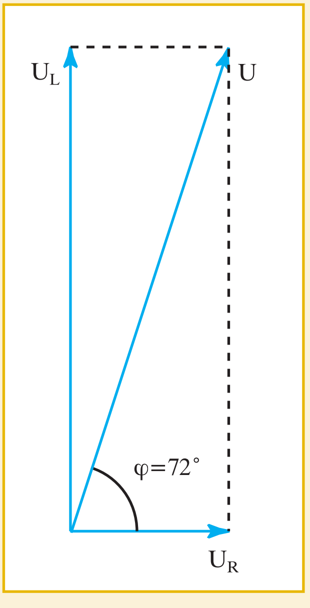
ε) $\varepsilon\varphi\varphi = \frac{\omega L}{R} = \frac{314}{100} = 3{,}14$

και $\varphi = 72^0$

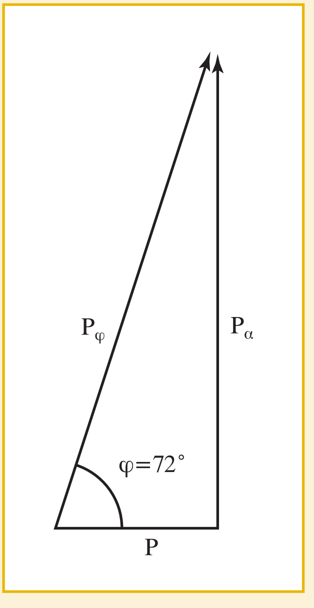
Η τάση προηγείται της έντασης κατά 72^0 δηλαδή η συμπεριφορά του καταναλωτή είναι επαγωγική.

Παράδειγμα 6

Με τα δεδομένα του προηγούμενου παραδείγματος να υπολογιστούν: α) η φαινόμενη ισχύς $P_φ$, η πραγματική ισχύς P και η άεργη ισχύς $P_α$ του κυκλώματος και β) να σχεδιαστεί το διανυσματικό διάγραμμα των τάσεων και το τρίγωνο ισχύων.



(α)



(β)

Σχήμα.8.14. Διανυσματικό διάγραμμα τάσεων (α) και ισχύων (β) κυκλώματος R - L σειράς

Λύση:

α) $P_φ = U \cdot I = 220 \cdot 0,67 = 147,4 VA$

$P = U \cdot I \cdot συνφ = 220 \cdot 0,67 \cdot 0,309 = 45,55 W$

$P_α = U \cdot I \cdot ημφ = 220 \cdot 0,67 \cdot 0,951 = VAr$

β) Το διανυσματικό διάγραμμα τάσεων και το τρίγωνο της ισχύος δίνονται στο σχήμα 8.14 α και β αντίστοιχα.

Παράδειγμα 7

Δίνεται σύνθετη αντίσταση Z που αποτελείται από ωμική αντίσταση 5Ω και πηνίο L σε σειρά. Όταν εφαρμόζουμε στα άκρα της εναλλασσόμενη τάση 50V και συχνότητας 50Hz, το ρεύμα είναι I=5A. Να βρεθεί η αυτεπαγωγή L του πηνίου.

Λύση:

Από το νόμο του Ωμ έχουμε:

$$\mathrm{I} = \frac{U}{Z} \Rightarrow Z = \frac{U}{I} = \frac{50}{5} = 10\Omega$$

Από την σχέση της σύνθετης αντίστασης:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \Rightarrow Z^2 = R^2 + X_L^2$$

Η επαγωγική αντίσταση υπολογίζεται ως:

$$X_L^2 = Z^2 - R^2 = 10^2 - 5^2 = 75\Omega^2$$

και $X_L = \sqrt{75} = 8{,}66\Omega$

$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$$

$$L = \frac{8{,}66}{2\pi f} = \frac{8{,}66}{314} = 0{,}27H.$$

Παράδειγμα 8

Ένα κύκλωμα αποτελείται από μια ωμική αντίσταση R=10Ω σε σειρά με μια αυτεπαγωγή L=50mH. Στο κύκλωμα εφαρμόζεται τάση U=24V με συχνότητα 50Hz. Να βρεθούν: α) η διαφορά φάσης φ μεταξύ τάσης και έντασης, β) η ενεργός ισχύς και γ) η ωμική και η επαγωγική πτώση τάσης.

Λύση:

α) $X_L = \omega L = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 \cdot 50 \cdot 10^{-3} = 15{,}7\Omega$

εφφ= $\frac{X_L}{R} = \frac{L\omega}{R} = \frac{314 \cdot 50 \cdot 10^{-3}}{10} = \frac{15{,}7}{10} = 1{,}57$ και $\varphi = 57^0$

β) Για να βρεθεί η ισχύς, υπολογίζονται η σύνθετη αντίσταση Z και το ρεύμα I του κυκλώματος:

$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{10^2 + 15{,}7^2} = \sqrt{100 + 246{,}5} = 18{,}6\Omega$

$I = \frac{U}{Z} = \frac{24}{18{,}6} = 1{,}29A$

β) Η ενεργός ισχύς του κυκλώματος είναι:

$P = U \cdot I \cdot \text{συνφ} = 24 \cdot 1{,}29 \cdot \text{συν}57^0 = 24 \cdot 1{,}29 \cdot 0{,}54 \cdot \cong 16{,}7W$

γ) $U_R = I \cdot R = 1{,}29 \cdot 10 = 12{,}9V$

$U_L = I \cdot X_L = 1{,}29 \cdot 15{,}7 = 20{,}2V$

Παράδειγμα 9

Να υπολογιστεί η σύνθετη αντίσταση κυκλώματος στο οποίο $R = 10\Omega$ και $X_L = 20\Omega$ είναι συνδεδεμένα σε σειρά.

Λύση:

Η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος είναι:

$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{10^2 + 20^2} = \sqrt{100 + 400} = 22{,}36\Omega$

Παράδειγμα 10

Πηνίο με επαγωγική αντίσταση X_L=5Ω και ωμική R=1Ω συνδέεται σε δίκτυο με τάση 12V. Να υπολογιστεί το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα.

Λύση:

Η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος είναι:

$$Z=\sqrt{R^2+X_L^2}=\sqrt{1^2+5^2}=\sqrt{26}=5{,}1\Omega$$

Από το νόμο του Ohm έχουμε

$$I=\frac{U}{Z}=\frac{12}{5{,}1}=2{,}35A$$

Παράδειγμα 11

Κύκλωμα με ωμική αντίσταση R=5Ω και αυτεπαγωγή L=15mH σε σειρά διαρρέεται από ρεύμα i=10 ημ(500t). Να υπολογιστούν: α) η ενεργός τιμή του ρεύματος, β) η ενεργός τιμή της τάσης της πηγής, γ) η ενεργός ισχύς, δ) οι πτώσεις τάσεων στα άκρα των στοιχείων R και L.

Λύση:

α) Η ενεργός τιμή του ρεύματος είναι:

$$I=\frac{I_m}{\sqrt{2}}=\frac{10}{\sqrt{2}}=7{,}1A$$

β) Από το ρεύμα i=10 ημ500t, προκύπτει ότι ω=500 rad/sec.

Η επαγωγική αντίσταση του πηνίου είναι:

$$X_L=L\cdot\omega=500\cdot 15\cdot 10^{-3}=7{,}5\Omega$$

Η σύνθετη αντίσταση είναι:

$$Z=\sqrt{R^2+X_L^2}=\sqrt{5^2+7{,}5^2}=9\Omega$$

Η ενεργός τιμή της τάσης που εφαρμόζεται στο κύκλωμα είναι:

$$U=Z\cdot I=9\cdot 7{,}1=63{,}9V$$

γ) Η διαφορά φάσης μεταξύ του ρεύματος και της τάσης είναι:

$$\varepsilon\varphi\varphi=\frac{X_L}{R}=\frac{7{,}5}{5}=1{,}5 \quad \text{και } \varphi=56{,}3^0$$

Για τη γωνία αυτή έχουμε:

$$\sigma\upsilon\nu\varphi=0{,}554$$

και η ενεργός ισχύς είναι:

$$P=U\cdot I\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi=63{,}9\cdot 7{,}1\cdot 0{,}554=251{,}5W$$

Επαλήθευση:

$$P=R\cdot I^2=5\cdot 7{,}1^2=251{,}5W$$

δ) Οι πτώσεις τάσης στα στοιχεία R και L βρίσκονται από:

$$U_L=I\cdot X_L=7{,}1\cdot 7{,}5=53{,}2V$$

$$U_R=I\cdot R=7{,}1\cdot 5=35{,}5V$$

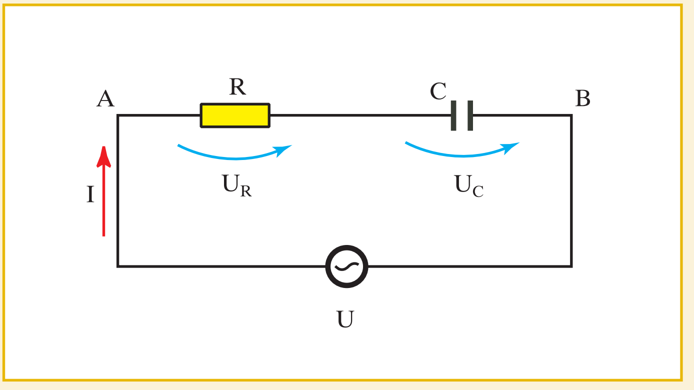
Επαλήθευση:

$$U_R=U\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi=63{,}9\cdot 0{,}554=35{,}5V$$

$$U_L=U\cdot\eta\mu\varphi=63{,}9\cdot\eta\mu 56{,}3^0=53{,}2V$$

8.7.2. Κυκλώματα R - C Σειράς

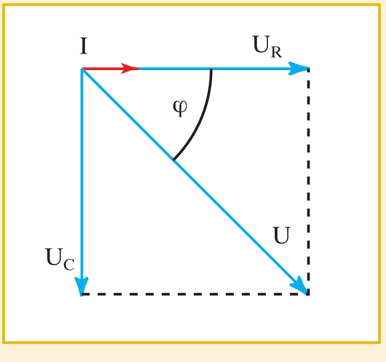
Το κύκλωμα R - C σειράς παρουσιάζονται στο σχήμα 8.15.



Σχήμα 8.15 Κύκλωμα R - C σειράς τροφοδοτούμενο με εναλλασσόμενη τάση

Στα άκρα AB εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση U. Στους ακροδέκτες της αντίστασης παρουσιάζεται μια πτώση τάσης U_R=I·R σε φάση με το ρεύμα I και στους οπλισμούς του πυκνωτή μια τάση U_C. Σύμφωνα με το δεύτερο νόμο του Κίρκωφ, το διανυσματικό άθροισμα των πτώσεων τάσεων U_R και U_C ισούται με την τάση της πηγής U.

Η ενεργός τιμή της τάσης στα άκρα του πυκνωτή U_C =I·X_C καθυστερεί κατά 90^0 της ενεργού τιμής του ρεύματος I, Σχήμα 8.16.



Σχήμα 8.16 Διανυσματικό διάγραμμα τάσεων U_R, U_c, U και έντασης I σε κύκλωμα R - C σειράς

Η ενεργός τιμή της τάσης της πηγής U είναι το διανυσματικό άθροισμα των ενεργών τιμών U_R και U_C. Η διαφορά φάσης μεταξύ U και I είναι η γωνία φ. Από το διάγραμμα του Σχήματος 8.16 προκύπτει:

$$U^2=U_R^2+U_C^2=(I\cdot R)^2+(IX_C)^2 \quad \text{και}$$

$$U=I\sqrt{R^2+X_c^2} \rightarrow I=\frac{U}{\sqrt{R^2+X_C^2}}$$

Η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος R - C είναι:

$$Z=\frac{U}{I}=\sqrt{R^2+X_C{}^2}$$

Και ως γνωστό

$$X_C=\frac{1}{\omega C}$$

Το μέγεθος Z είναι η σύνθετη αντίσταση του καταναλωτή R - C σειράς και μετριέται σε Ω. Από το διάγραμμα του σχήματος 8.16 προκύπτει ότι η εφαρμοζόμενη τάση U καθυστερεί ως προς την ένταση I κατά την γωνία φ.

Η γωνία φ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\text{εφφ}=\frac{U_C}{U_R}=\frac{1}{\omega CR}=\frac{X_C}{R} \qquad \text{και } 0<\varphi<90^0$$

Ο συντελεστής ισχύος είναι:

$$\text{συνφ}=\frac{U_R}{U}=\frac{IR}{IZ}=\frac{R}{Z}=\frac{R}{\sqrt{R^2+X_C^2}}$$

Στο κύκλωμα R - C σειράς το ρεύμα προηγείται της τάσης και το κύκλωμα παρουσιάζει χωρητική συμπεριφορά.

Παράδειγμα 1

Τάση 220V, 50Hz εφαρμόζεται στα άκρα σύνθετου κυκλώματος, ο οποίος αποτελείται από ωμική αντίσταση R=140Ω σε σειρά με πυκνωτή C=15μF. Να υπολογισθούν: α) η σύνθετη αντίσταση Z του καταναλωτή, β) το ρεύμα στον πυκνωτή, γ) η πτώση τάσης στην αντίσταση, δ) η πτώση τάσης στον πυκνωτή, ε) η διαφορά φάσης μεταξύ τάσης και έντασης και στ) ο συντελεστής ισχύος του κυκλώματος.

Λύση:

α) Η σύνθετη αντίσταση του καταναλωτή είναι:

$$Z=\sqrt{R^2+X_C^2}$$

όπου

$$X_C=\frac{1}{C\omega}=\frac{1}{15\cdot 10^{-6}\cdot 2\cdot 3{,}14\cdot 50}=\frac{10^6}{15\cdot 314}=212\Omega$$

και $Z=\sqrt{140^2+212^2}=254\Omega$

β) $I=\frac{U}{Z}=\frac{220}{254}=0{,}86A$

γ) $U_R=I\cdot R=0{,}86A\cdot 140\Omega=120{,}4V$

Η τάση αυτή είναι σε φάση με το ρεύμα.

δ) $U_C=I\cdot X_C=0{,}86A\cdot 212\Omega=182{,}32V$

Η τάση αυτή μεταπορεύεται του ρεύματος κατά 90^0.

ε) Η γωνία φ είναι:

$$\varepsilon\varphi\varphi=\frac{1}{RC\omega}=\frac{X_C}{R}=\frac{212}{140}=1{,}51 \qquad \text{και } \varphi=56{,}56^0$$

Από το διάγραμμα του Σχήματος 8.16 βλέπουμε ότι η τάση U μεταπορεύεται του ρεύματος I κατά 56^0.

στ) Ο συντελεστής ισχύος είναι:

συνφ= συν56^0 = 0,55

Παράδειγμα 2

Αντίσταση R=10 Ω και πυκνωτής C=50 μF συνδέονται σε σειρά, σχήμα 8.15. Η στιγμιαία τιμή της έντασης του ρεύματος δίνεται από την σχέση: i = 10·ημ(1000t). Να βρεθεί α) η ενεργός τιμή της τάσης U της πηγής και β) η διαφορά φάσης φ μεταξύ τάσης και έντασης.

Λύση:

Η στιγμιαία τιμή της τάσης που εφαρμόζεται από την πηγή είναι:

$u=U_m \cdot ημ(ωt - φ)$

και η κυκλική συχνότητα είναι

ω=1000 rad/sec.

Η μέγιστη τιμή της τάσης είναι:

$U_m = I_m \cdot Z$ όπου I_m =10 A.

Η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος υπολογίζεται ως:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{10^2 + \left(\frac{1}{1000 \times 50 \times 10^{-6}}\right)^2} = 22\ \Omega$$

Από τον νόμο του Ωμ:

$U_m=I_m \cdot Z=10A \cdot 22Ω=220V \Rightarrow U=0,707 \cdot U_m=155,5V$

Η γωνία μεταξύ των διανυσμάτων της τάσης και της έντασης είναι:

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{X_C}{R} = \frac{\frac{1}{\omega C}}{R} = \frac{1}{\omega CR} = \frac{1}{1000 \times 50 \times 10^{-6} \times 10} = 2$$

και $\varphi = 63^0$

Η τάση U καθυστερεί ως προς το ρεύμα I άρα η συμπεριφορά του κυκλώματος είναι χωρητική.

Παράδειγμα 3

Το κύκλωμα R-C σειράς του σχήματος 8.15 περιλαμβάνει αντίσταση R= 6000 Ω και πυκνωτή χωρητικότητας C =2 μF. Στα άκρα του εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή U = 220 V και συχνότητα f = 50 Hz. Να βρεθούν: α) η κυκλική συχνότητα ω, β) η χωρητική αντίσταση X_C, γ) η σύνθετη αντίσταση Z του κυκλώματος, δ) η ενεργός τιμή του ρεύματος I, ε) η πτώση τάσης U_R στην αντίσταση και η U_C στον πυκνωτή, στ) η διαφορά φάσης φ, ζ) η φαινόμενη ισχύς P_φ, η πραγματική ισχύς P και η άεργη ισχύς P_α και η) να σχεδιαστούν το διανυσματικό διάγραμμα των τάσεων και το τρίγωνο της ισχύος.

Λύση:

α) $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi \cdot 50 = 314$ rad/sec

β) $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi \times 50 \times 2 \times 10^{-6}} = \frac{10^6}{628} = 1592{,}5\,\Omega$

γ) $Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{6000^2 + 1592.5^2} = 6208\ \Omega$

δ) $I = \frac{U}{Z} = \frac{220V}{6208\Omega} = 0{,}0354\ \text{A}$

ε) $U_R = I \cdot R = 0{,}0354\text{A} \cdot 6000\Omega = 212{,}4$ V

$U_C = I \cdot X_C = 0{,}0354A \cdot 1592{,}5\Omega = 56{,}4\ V$

στ) $\varepsilon\varphi\varphi = \dfrac{U_C}{U_R} = \dfrac{56.4}{212.4} = 0.2655$

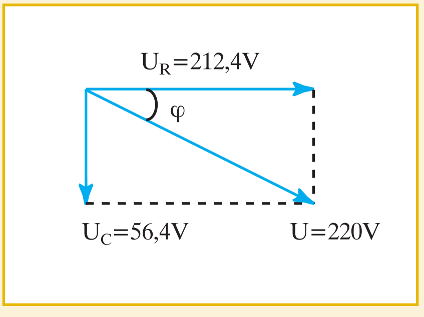
και $\varphi = 15^0$

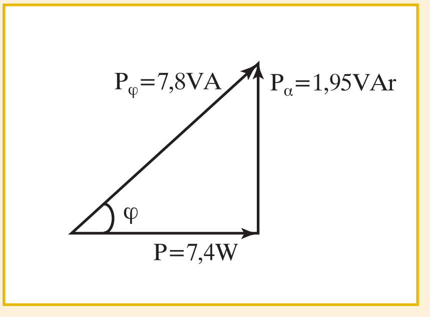
ζ) $P_\varphi = U \cdot I = 220 \cdot 0{,}0354 = 7{,}8\ VA$

$P = U \cdot I \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 220 \cdot 0{,}0354 \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 220 \cdot 0{,}0354 \cdot 0{,}95 = 7{,}4\ W$

$P_\alpha = U \cdot I \cdot \eta\mu\varphi = 220 \cdot 0{,}0354 \cdot \eta\mu\varphi = 220 \cdot 0{,}0354 \cdot 0{,}25 = 1{,}95\ VAr$

η) Στο σχήμα 8.17 απεικονίζονται το διάγραμμα τάσεων και το τρίγωνο ισχύος.





Σχήμα 8.17. Διανυσματικό διάγραμμα των τάσεων και τρίγωνο ισχύος του κυκλώματος του παραδείγματος 3

Παράδειγμα 4

Ένας καταναλωτής περιλαμβάνει ωμική αντίσταση R=175Ω σε σειρά με πυκνωτή χωρητικότητας C=5μF και συνδέεται με τάση U=150V, συχνότητας 50Hz. Να υπολογιστούν: α) η διαφορά φάσης μεταξύ τάσης και έντασης, β) η σύνθετη αντίσταση του καταναλωτή και γ) η ένταση του ρεύματος.

Λύση:

α) Η χωρητική αντίσταση είναι:

$$X_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{6{,}28 \cdot 50 \cdot 5 \cdot 10^{-6}} = 637\Omega$$

Οπότε η γωνία φ δίνεται από τη σχέση:

$$\varepsilon\varphi = \frac{X_C}{R} = \frac{637}{175} = 3{,}64 \qquad \text{και } \varphi = 75^0$$

β) Η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος είναι:

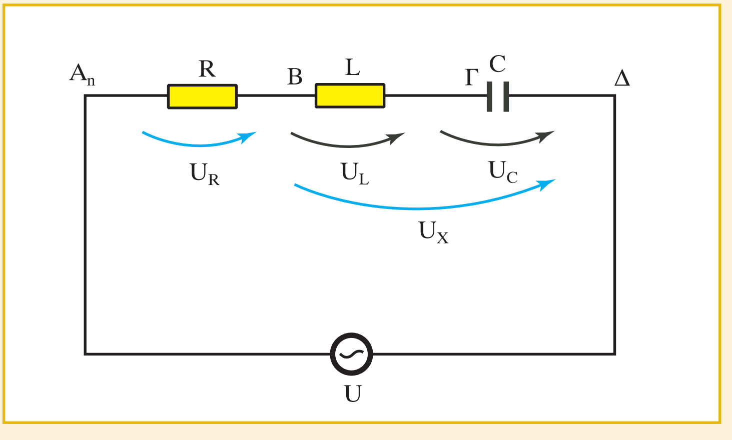
$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{175^2 + 637^2} = 660\Omega$$

γ) Η ένταση του ρεύματος είναι:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{150}{660} = 0{,}23A$$

8.7.3 Κύκλωμα R-L-C Σειράς

Το σύνθετο αυτό κύκλωμα περιλαμβάνει αντίσταση R, πηνίο L και πυκνωτή C σε σειρά, σχήμα 8.18.



Σχήμα. 8.18 Κύκλωμα R - L - C σειράς τροφοδοτούμενο με εναλλασσόμενη τάση U

Η τάση U που εφαρμόζεται στα άκρα ΑΔ είναι το διανυσματικό άθροισμα των τριών πτώσεων τάσης U_R, U_L και U_C:

• Η τάση U_R=I·R είναι σε φάση με το ρεύμα

• Η τάση U_L=I·X_L είναι σε προπορεία 90^0 ως προς το ρεύμα

• Η τάση U_C= $\dfrac{I}{C\omega}$ είναι σε μεταπορεία 90^0 ως προς το ρεύμα.

Η πτώση τάσης στην αντίσταση U_R και το ρεύμα I συμπίπτουν ($\varphi=0^0$) στο διάγραμμα 8.19.α. Το διάνυσμα της τάσης U_R βρίσκεται επί του διανύσματος του ρεύματος και έχει την ίδια φορά.

Η πτώση τάσης στα άκρα του πηνίου U_L προπορεύεται του ρεύματος I κατά 90^0, ενώ η πτώση τάσης στο πυκνωτή U_C μεταπορεύεται του ρεύματος I κατά 90^0. Οι τάσεις U_L και U_C είναι σε αντίθεση φάσης (αντίφαση), δηλαδή έχουν μεταξύ τους διαφορά φάσης $\Delta\varphi=180^0$.

Από το διανυσματικό διάγραμμα του σχήματος 8.19.β προκύπτει:

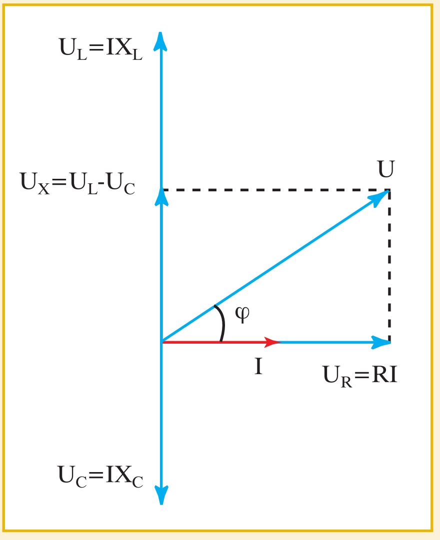
$$U=\sqrt{U_R^2+(U_L-U_C)^2}=I\sqrt{R^2+(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2}$$

Η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος είναι:

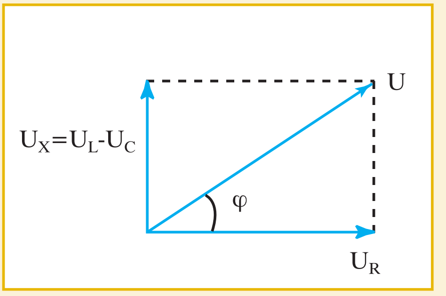
$$Z=\frac{U}{I}=\sqrt{R^2+(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2}$$

Η διαφορά φάσης φ, σχήμα 8.19.β υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\varepsilon\varphi\varphi=\frac{U_L-U_C}{U_R}=\frac{\omega L-\dfrac{1}{\omega C}}{R}$$



(α)



(β)

Σχήμα 8.19. Διανυσματικό διάγραμμα τάσεων U_R, U_L, U_C και έντασης I σε κύκλωμα R-L-C σειράς

Η επαγωγική πτώση τάσης U_L και η χωρητική πτώση τάσης U_C έχουν αντίθετες φάσεις και το διανυσματικό τους άθροισμα γίνεται με αλγεβρική άθροιση των αριθμητικών τιμών.

Αν η πτώση τάσης στο πηνίο είναι μεγαλύτερη σε απόλυτη τιμή της πτώσης τάσης στον πυκνωτή, τότε η τάση στα άκρα ΒΔ του κλάδου είναι:

$$U_X = U_L - U_C = I\cdot\omega\cdot L - I\cdot\frac{1}{\omega C} = I\cdot\left(L\cdot\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$$

Η τάση αυτή U_X προπορεύεται του ρεύματος και το όλο κύκλωμα έχει επαγωγική συμπεριφορά.

Η διαφορά $X=L\omega-\dfrac{1}{C\omega}=X_L-X_C$ ονομάζεται **φαινόμενη αντίσταση ή σύνθετη αντίσταση** των στοιχείων L και C σε σειρά.

Αντίθετα όταν η επαγωγική πτώση τάσης είναι μικρότερη από την χωρητική, τότε η τάση U_X προκύπτει αρνητική και μεταπορεύεται του ρεύματος. Το κύκλωμα στην περίπτωση αυτή έχει χωρητική συμπεριφορά.

Παράδειγμα 1

Σύνθετος καταναλωτής περιλαμβάνει πυκνωτή C=15 μF, ωμική αντίσταση 50 Ω και αυτεπαγωγή L=0,4 H συνδεδεμένα σε σειρά τα οποία τροφοδοτούνται με εναλλασσόμενη τάση 100V, 50Hz. Να υπολογισθεί: α) η χωρητική αντίσταση του πυκνωτή, β) η επαγωγική αντίσταση του πηνίου, γ) η σύνθετη αντίσταση των τριών στοιχείων πυκνωτή, πηνίου και ωμικής αντίστασης, δ) το ρεύμα I στο κύκλωμα, ε) η πτώση τάσης U_L στο πηνίο, στ) η πτώση τάσης U_C στο πυκνωτή, ζ) η διαφορά φάσης μεταξύ ρεύματος και τάσης στα άκρα του κυκλώματος, η) ο συντελεστής ισχύος του κυκλώματος και θ) το διανυσματικό διάγραμμα τάσεων και έντασης.

Λύση:

α) $X_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 \cdot 15 \cdot 10^{-6}} = 212\Omega$

β) Η επαγωγική αντίσταση του πηνίου είναι:

$$X_L = \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0{,}4 = 125{,}6\ \Omega$$

γ) Η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος είναι:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{50^2 + (125{,}6 - 212)^2} = 99{,}8\Omega$$

δ) Το ρεύμα I είναι:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{100\ V}{99{,}8\ \Omega} \approx 1A$$

ε) Η πτώση τάσης U_L στο πηνίο έχει την τιμή :

$$U_L = I \cdot X_L = 1A \cdot 125{,}6\Omega = 125{,}6\ V$$

στ) Η πτώση τάσης στον πυκνωτή είναι:

$$U_C = IX_C = 1A \cdot 212\Omega = 212V$$

ζ) Η εφαπτομένη της γωνίας φ:

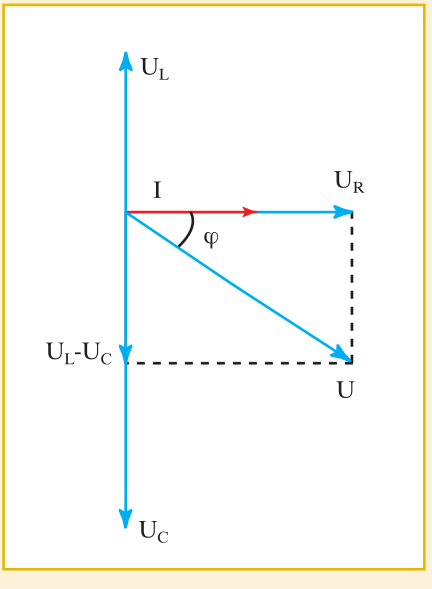
$$\text{εφφ} = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{125{,}6 - 212}{50} = -1{,}728$$

και $\varphi = 60^0$

Η τάση της πηγής U μεταπορεύεται της έντασης Ι κατά 60^0. Επομένως το κύκλωμα παρουσιάζει χωρητική συμπεριφορά.

η) $\text{συνφ} = \dfrac{R}{Z} = \dfrac{50}{99{,}8} = 0{,}5$

θ) Το διανυσματικό διάγραμμα φαίνεται στο Σχήμα 8.20.



Σχήμα 8.20 Διανυσματικό διάγραμμα τάσεων και έντασης σε σύνθετο κύκλωμα με χωρητική συμπεριφορά

Παράδειγμα 2

Σε κύκλωμα που αποτελείται από αντίσταση, πηνίο και πυκνωτή με αντιστάσεις R=10Ω, X_L=50Ω και X_C=30Ω σε σειρά, εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση u=310·ημ(314t). Να υπολογισθεί η ενεργός τιμή του ρεύματος στο κύκλωμα.

Λύση:

Η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος είναι:

$$Z=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}=\sqrt{10^2+(50-30)^2}=\sqrt{10^2+20^2}=22{,}4\Omega$$

Η ενεργός τιμή της τάσης ισούται με:

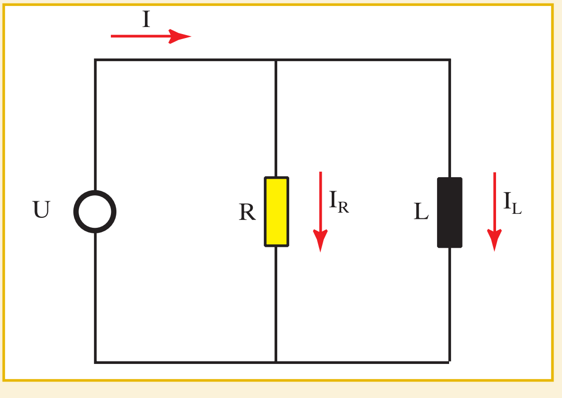
$$U=\frac{U_m}{\sqrt{2}}=\frac{310}{\sqrt{2}}=220V$$

και η ενεργός τιμή του ρεύματος είναι,

$$I=\frac{U}{Z}=\frac{220}{22{,}4}=9{,}8A$$

8.7.4. Κύκλωμα με R και L Παράλληλα

Το κύκλωμα του σχήματος 8.21 περιλαμβάνει ωμική αντίσταση και καθαρή αυτεπαγωγή σε παράλληλη σύνδεση.



Σχήμα 8.21 Κύκλωμα με R και L παράλληλα σε εναλλασσόμενη τάση

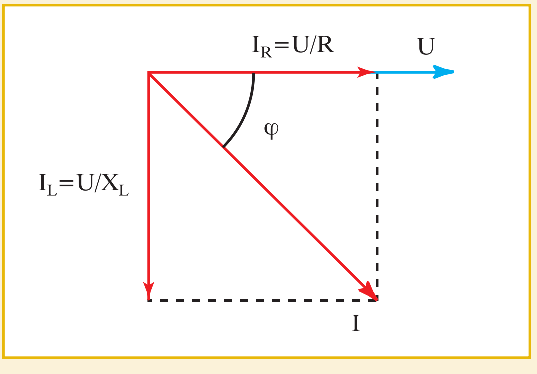
Στην περίπτωση αυτή η εναλλασσόμενη τάση της πηγής είναι ίδια και για τα δυο στοιχεία. Το ολικό ρεύμα I κατανέμεται στο I_R που διέρχεται από την αντίσταση R και στο I_L που διέρχεται από την αυτεπαγωγή L. Μπορούμε να υπολογίσουμε τα δυο ρεύματα αν διαιρέσουμε την τάση U με τις αντίστοιχες αντιστάσεις των στοιχείων, δηλαδή:

$$I_R = \frac{U}{R} \quad \text{και}$$

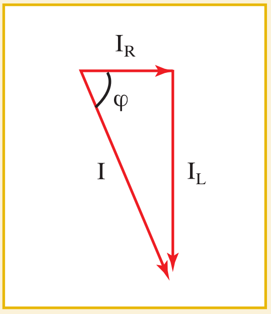
$$I_L = \frac{U}{X_L} = \frac{U}{L\omega}$$

Για τον υπολογισμό του ολικού ρεύματος I πρέπει να σχεδιάσουμε το διανυσματικό διάγραμμα του κυκλώματος, όπως φαίνεται στο σχήμα 8.22. Το ρεύμα I_R είναι συμφασικό προς την τάση και το διάνυσμά του τοποθετείται στον ίδιο άξονα με αυτή. Το ρεύμα I_L καθυστερεί της τάσης κατά 90^0, γι'αυτό το διάνυσμά του είναι κάθετο στο I_R και βρίσκεται στον αρνητικό ημιάξονα. Η διαγώνιος του σχηματιζόμενου παραλληλογράμμου δίνει το άθροισμα των δυο ρευμάτων, δηλαδή το ολικό ρεύμα I. Η γωνία φ μεταξύ του συνισταμένου ρεύματος I και της τάσης U είναι η διαφορά φάσης μεταξύ τάσης και έντασης του κυκλώματος.

Υπολογίζουμε την τιμή αυτού του ρεύματος I με την βοήθεια του τριγώνου του σχήματος 8.23.



Σχήμα.8.22. Διανυσματικό διάγραμμα εντάσεων I_R, I_L και I σε κύκλωμα R - L παράλληλο



Σχήμα.8.23 Τρίγωνο ρευμάτων

$$I_{ολ}=\sqrt{I_R^2+I_L^2}=\sqrt{\left(\frac{U}{R}\right)^2+\left(\frac{U}{X_L}\right)^2}=U\sqrt{\frac{1}{R^2}+\frac{1}{X_L^2}}$$

Το ολικό ρεύμα I μεταπορεύεται της τάσης U κατά γωνία φ:

$$εφφ=\frac{I_L}{I_R}=\frac{U/X_L}{U/R}=\frac{1/X_L}{1/R}=\frac{R}{X_L}=\frac{R}{L\omega}$$

Η ισοδύναμη σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος είναι

$$Z=\frac{U}{I}=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2}+\frac{1}{L^2\omega^2}}}=\frac{LR\omega}{\sqrt{R^2+L^2\omega^2}}=\frac{X_LR}{\sqrt{R^2+X_L^2}}$$

Τέλος από το τρίγωνο του σχήματος 8.23 προκύπτουν οι σχέσεις:

$I_R=I\cdot συνφ$ και $I_L=I\cdot ημφ$

Παράδειγμα 1

Ωμική αντίσταση R=20Ω και αυτεπαγωγή L=3mH συνδέονται παράλληλα. Στο κύκλωμα εφαρμόζεται τάση U=120V, f=800Hz. Να υπολογιστούν: α) η ισοδύναμη σύνθετη αντίσταση, β) το ολικό ρεύμα I, γ) τα ρεύματα I_R και I_L στην αντίσταση και το πηνίο αντίστοιχα, δ) η διαφορά φάσης του ρεύματος I και της τάσης U.

Λύση:

α) Η επαγωγική αντίσταση είναι:

$$X_L=L\cdot\omega=2\cdot\pi\cdot f\cdot L=2\cdot 3,14\cdot 800\cdot 3\cdot 10^{-3}=15\Omega$$

Η ισοδύναμη σύνθετη αντίσταση είναι:

$$Z=\frac{X_L R}{\sqrt{R^2+X_L^2}}=\frac{15\cdot 20}{\sqrt{15^2+20^2}}=12\Omega$$

β) Το ολικό ρεύμα είναι:

$$I=\frac{U}{Z}=\frac{120}{12}=10A$$

γ) Το ρεύμα στην αντίσταση είναι:

$$I_R=U/R=\frac{120}{20}=6\quad,$$

Το ρεύμα στο πηνίο είναι:

$$I_L=U/X_L=\frac{120}{15}=8A$$

δ) Η γωνία φ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\text{εφφ}=\frac{\quad}{w}\quad\frac{\quad}{I_R}\quad - = \qquad \text{και } \varphi=53^0$$

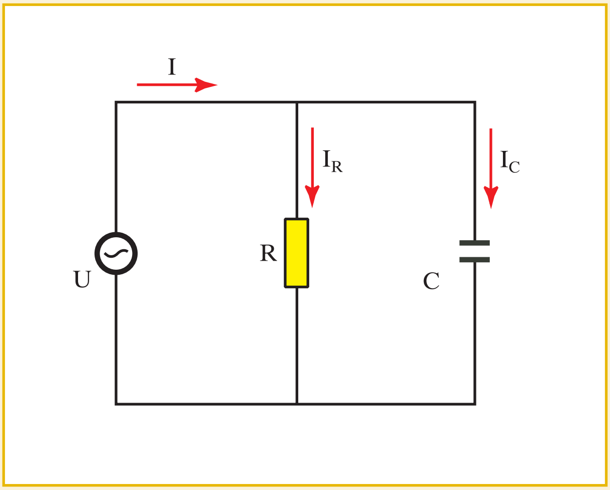
Επαλήθευση:

$$I_R=I\cdot\text{συνφ}=10\cdot\text{συν}53^0=10\cdot 0,6=6A$$

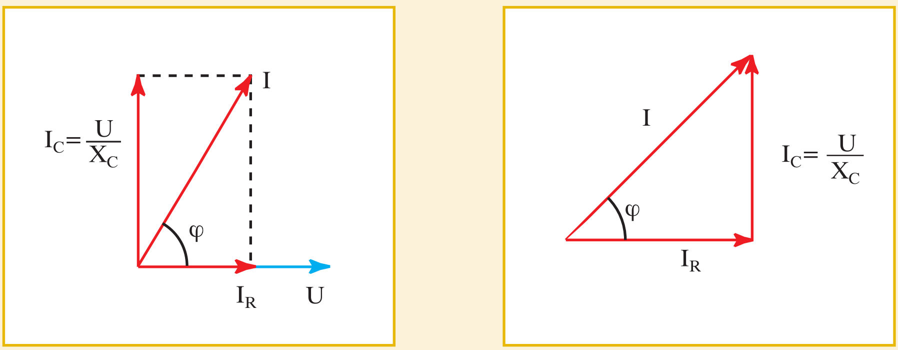
$$I_L=I\cdot\text{ημφ}=I\cdot\text{ημ}53^0=10\cdot 0,8=8A$$

8.7.5. Κύκλωμα με R και C Παράλληλα

Έστω το κύκλωμα του σχήματος 8.24 με πυκνωτή και ωμική αντίσταση συνδεδεμένα παράλληλα που τροφοδοτούνται από πηγή εναλλασσόμενης τάσης. Το διανυσματικό του διάγραμμα και το τρίγωνο των ρευμάτων φαίνονται στο σχήμα 8.25.



Σχήμα. 8.24 Κύκλωμα με R - C παράλληλα σε εναλλασσόμενη τάση



Σχήμα. 8.25 Διανυσματικό διάγραμμα και τρίγωνο ρευμάτων

Στην περίπτωση αυτή έχουμε:

$I_R =$ — και

$I_C=$

Από το τρίγωνο προκύπτει ότι το ολικό ρεύμα είναι:

$I=$

Η διαφορά φάσης φ είναι:

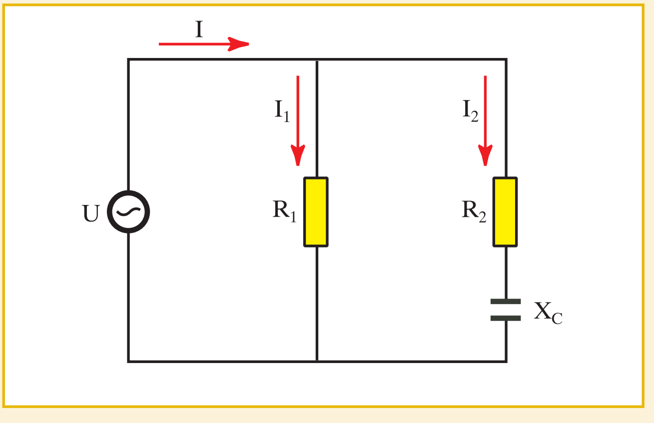
εφφ=

Η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος είναι:

$Z =$

Παράδειγμα 1

Δίνεται το κύκλωμα του σχήματος 8.26 όπου R_1=4Ω βρίσκεται παράλληλα με R_2=2Ω και πυκνωτή X_C=1Ω.Το κύκλωμα συνδέεται με πηγή τάσης U =12 V με συχνότητα 50 Hz. Να υπολογιστούν τα ρεύματα I_1 και I_2 στους δυο παράλληλους κλάδους.



Σχήμα.8.26. Κύκλωμα με αντίσταση R_1 συνδεδεμένη παράλληλα με αντίσταση R_2 σε σειρά με πυκνωτή C που τροφοδοτούνται με εναλλασσόμενη τάση.

Λύση:

$I_1 = U/R_1 = 12V/4\Omega = 3A$

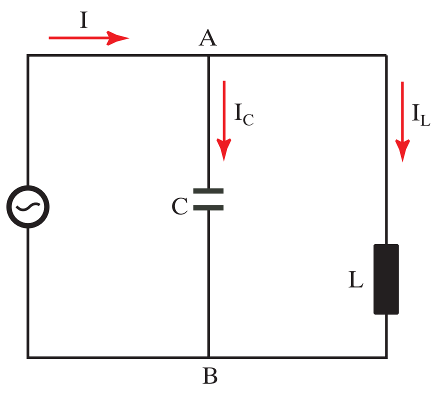
Για να υπολογιστεί το I_2 πρέπει να βρεθεί η ισοδύναμη αντίσταση X_{RC} του συνδυασμού αντίστασης R_2 παράλληλα με το πυκνωτή C.

$X_{RC} = \sqrt{(R_2^2 + X_C^2)} = \sqrt{(4+1)} = 2{,}2\Omega$

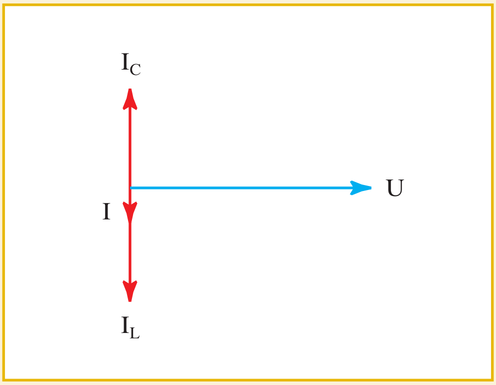
$I_2 = U/X_{RC} = 12/2{,}2 = 5{,}5A$

8.7.6. Κύκλωμα με Πηνίο και Πυκνωτή Παράλληλα

Στο σχήμα 8.27 παρουσιάζεται κύκλωμα που αποτελείται από δύο κλάδους παράλληλα συνδεδεμένους, ο ένας περιλαμβάνει πυκνωτή C και ο άλλος πηνίο L. Στα άκρα AB εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή U. Το ρεύμα στον πυκνωτή είναι $I_C = U \cdot \omega \cdot C$ και προπορεύεται της τάσης κατά 90^0. Το ρεύμα στο πηνίο είναι: $I_L = \frac{\quad}{\quad}$ και μεταπορεύεται της τάσης κατά 90^0. Στο Σχήμα 8.28 παρουσιάζεται το διανυσματικό διάγραμμα της τάσης και των ρευμάτων.



Σχήμα.8.27 Κύκλωμα με L-C παράλληλα τροφοδοτούμενο από εναλλασσόμενη τάση



Σχήμα 8.28 Διανυσματικό διάγραμμα τάσης και ρευμάτων του παράλληλου κυκλώματος L-C

Το ολικό ρεύμα I είναι το διανυσματικό άθροισμα των δυο ρευμάτων I_L και I_C. Τα δύο ρεύματα I_L και I_C έχουν διαφορά φάσης 180^0, επομένως, βρίσκονται στην ίδια διεύθυνση και προσθέτονται αλγεβρικά.

$I = I_L - I_C =$

Η σύνθετη αντίσταση υπολογίζεται από το νόμο του Ωμ:

$Z =$

Προσοχή:

Είναι πολύ δύσκολο να κατασκευαστούν πηνίο και πυκνωτής με μηδενική ωμική αντίσταση, επομένως, σπάνια θα έχουμε την ιδανική αυτή περίπτωση.

Συχνά όμως, στο εναλλασσόμενο ρεύμα, χρησιμοποιούνται κυκλώματα με ωμική αντίσταση, πηνίο και πυκνωτή συνδεδεμένα παράλληλα.

Παράδειγμα 1

Στο σχήμα 8.29 η ωμική αντίσταση R= 10 Ω συνδέεται παράλληλα με την επαγωγική αντίσταση X_L = 11 Ω και παράλληλα με τη χωρητική αντίσταση X_C= 22 Ω. Στο κύκλωμα τροφοδοτείται εναλλασσόμενη τάση U=220V, 50 Hz. Υπολογίστε τα ρεύματα στην κάθε αντίσταση και το ολικό ρεύμα.

Λύση:

Τα ρεύματα στους παράλληλους κλάδους υπολογίζονται από το νόμο του Ωμ:

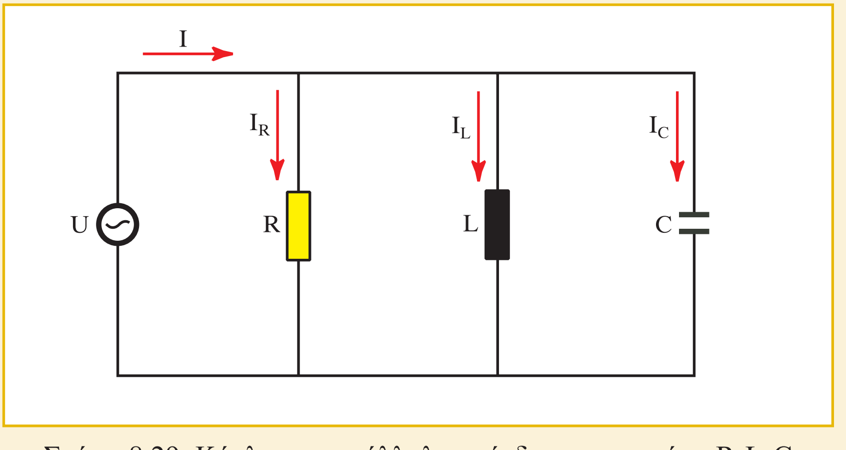
$I_R=U/R=220V/10\Omega=22$ A

$I_L=U/X_L=220V/11\Omega=20A$

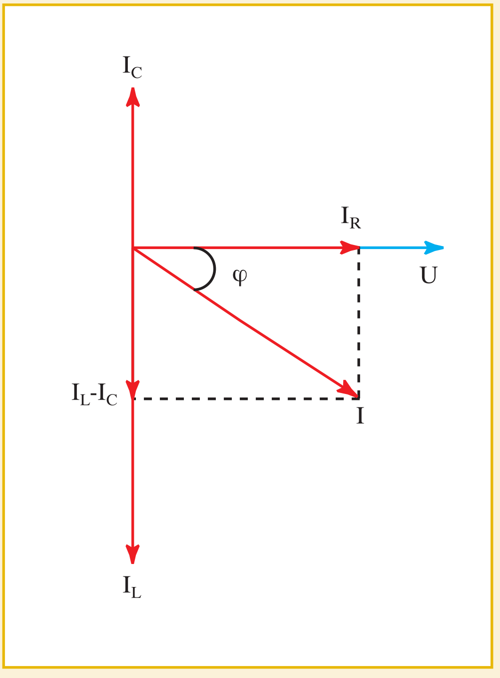
$I_C=U/X_C=220V/22\Omega=10$ A

Το ολικό ρεύμα υπολογίζεται με τη βοήθεια του διανυσματικού διαγράμματος του σχήματος 8.30

$I=\sqrt{I_R^2+(I_L-I_C)^2}=\sqrt{22^2+(20-10)^2}=24{,}17A$



Σχήμα 8.29. Κύκλωμα παράλληλης σύνδεσης στοιχείων R-L-C



Σχήμα 8.30. Διανυσματικό διάγραμμα των ρευμάτων παράλληλου κυκλώματος R-L-C

8.8. ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ

Στο κεφάλαιο αυτό δόθηκαν οι έννοιες της φαινόμενης, άεργης και πραγματικής ισχύος και η έννοια του συντελεστή ισχύος για κυκλώματα Ε.Ρ.

Έγινε μια αναλυτική παρουσίαση των κυκλωμάτων συνδεσμολογίας R - L - C τόσο σε σειρά όσο και παράλληλα. Εξετάσθηκε η μορφή της τάσης και έντασης σε διάφορες περιπτώσεις και η μεταξύ τους διαφορά φάσης. Τα παραπάνω αποδόθηκαν και διαγραμματικά υπό μορφή διανυσμάτων.

Σε όλες τις συνδεσμολογίες δόθηκαν οι σχέσεις για τις σύνθετες αντιστάσεις.

8.9. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΛΥΣΗ

1. Ορίστε την πραγματική, άεργη και φαινόμενη ισχύ.

2. Πώς μπορεί να εξηγηθεί η διαφορά φάσης μεταξύ τάσης και ρεύματος σε κυκλώματα επαγωγικών και χωρητικών καταναλωτών;

3. Δώστε τον τρόπο εύρεσης της συνολικής τάσης και έντασης σε κύκλωμα Ε.Ρ. που περιέχει σε σειρά:

   (α) R - L, (β) R - C, (γ) L - C και (δ) R - L - C

4. Στα άκρα ωμικού καταναλωτή αντίστασης 11 Ω, εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση ενεργού τιμής 220 V. Ποια είναι η ένταση του ρεύματος στον καταναλωτή και ποια είναι η διαφορά φάσης με τη τάση;

   Απάντηση: 20 A. Το ρεύμα είναι σε φάση με την τάση.

5. Δίνεται πηνίο με αυτεπαγωγή 0,6 H. Τι επαγωγική αντίσταση θα παρουσιάζει όταν στα άκρα του εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση συχνότητας 50Hz ;

   Απάντηση: 18,84 Ω

6. Στα άκρα πηνίου με αυτεπαγωγή 0,25 H εφαρμόζεται τάση 220 V, συχνότητας 50 Hz. Ποια είναι η ένταση του ρεύματος στο πηνίο και ποια είναι η διαφορά φάσης με τη τάση;

   Απάντηση: 2,8 A. Το ρεύμα μεταπορεύεται της τάσης κατά 90^0.

7. Ποια είναι η χωρητική αντίσταση πυκνωτή χωρητικότητας 10 μF, όταν εφαρμόζεται στα άκρα του εναλλασσόμενη τάση συχνότητας 50 Hz.

   Απάντηση: 318 Ω

8. Τάση 220 V και συχνότητας 50 Hz εφαρμόζεται σε πυκνωτή χωρητικότητας 20 μF. Ποια είναι η τιμή της έντασης του ρεύματος στον πυκνωτή;

   Απάντηση: 1,38 A.

9. Τάση 220 V συχνότητας 50 Hz εφαρμόζεται σε πυκνωτή και η ένταση του ρεύματος είναι 10 A. Ποια είναι η χωρητικότητα του πυκνωτή;

   Απάντηση: 144,8 μF