

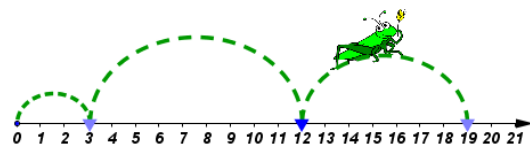
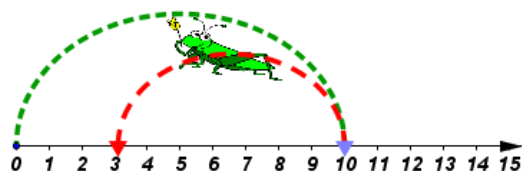
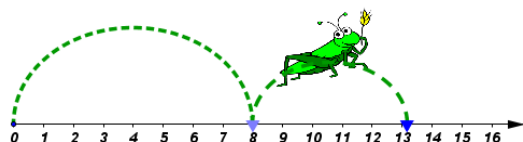
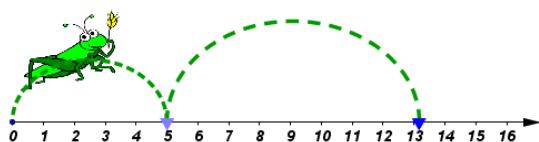
Ενότητα 2: Πρόσθεση – Αφαίρεση – Πολλαπλασιασμός φυσικών αριθμών

Δραστηριότητα 1



Στα παρακάτω σχήματα παριστάνονται τα άλματα που κάνει ο Φλιπ το Τζιτζίκι. Τα άλματα προς τα δεξιά παριστάνονται με πράσινο χρώμα ενώ τα άλματα προς τα αριστερά παριστάνονται με κόκκινο χρώμα.

A. Να χρησιμοποιήσεις τις κατάλληλες μαθηματικές πράξεις για να περιγράψεις τα διαδοχικά άλματα που πραγματοποιεί ο Φλιπ και να υπολογίσεις πόσο απομακρύνθηκε από την αρχική του θέση.



B. Ο Φλιπ έκανε ένα επιτόπιο άλμα και στη συνέχεια ένα άλμα 7 μονάδων προς τα δεξιά. Πόσο απομακρύνθηκε από τη θέση του; Γράψε μία αριθμητική παράσταση που να εκφράζει την προηγούμενη δραστηριότητα του Φλιπ.

Οι ιδιότητες της πρόσθεσης

Αντιμεταθετική ιδιότητα

✓ Συμβολικά: $a+b=b+a$

π.χ. $11+23=23+11$ αφού
 $11+23=34$ και $23+11=34$

✓ Μπορούμε να εναλλάσσουμε θέση στους προσθετέους ενός αθροίσματος.



Να θυμάμαι ότι:

Στην πράξη της πρόσθεσης οι αριθμοί που προστίθενται ονομάζονται **προσθετέοι** και ο αριθμός που προκύπτει από την πρόσθεση των αριθμών ονομάζεται **άθροισμα**. Για παράδειγμα στην πρόσθεση $11 + 23 = 34$ οι αριθμοί 11 και 23 είναι οι προσθετέοι και ο 34 είναι το άθροισμά τους.

Αφαίρεση είναι η πράξη με την οποία όταν δίνονται δύο αριθμοί, M (μειωτέος) και A (Αφαιρετέος) βρίσκουμε έναν αριθμό Δ (διαφορά), οποίος όταν προστεθεί στον A δίνει τον M . Συμβολικά: $M=A+\Delta$ και γράφουμε $\Delta=M-A$ π.χ. $23=18+5$, άρα $18=23-5$.

Να προσέξω ότι:

Στην **αφαίρεση** φυσικών αριθμών **δεν ισχύει** η **αντιμεταθετική** ιδιότητα ούτε η **προσεταιριστική** ιδιότητα. Για παράδειγμα:

$23-11=12$, ενώ η αφαίρεση $11-23$ δεν ορίζεται στους φυσικούς αριθμούς

$(47-23)-11=24-11=13$, ενώ $47-(23-11)=47-12=35$.

**Προσεταιριστική ιδιότητα**

✓ **Συμβολικά:**
 $(\alpha+\beta)+\gamma = \alpha+(\beta+\gamma)$

π.χ. $(11+23)+13 = 34+13$ και $11+(23+13) = 34+13=34$

✓ Όταν έχουμε περισσότερους από 2 προσθετέους μπορούμε να επιλέξουμε αν θα προσθέσουμε τον τρίτο στο άθροισμα των δύο πρώτων ή τον πρώτο στο άθροισμα των δύο άλλων.

✓ Η παρένθεση δηλώνει ποια από τις προσθέσεις γίνεται πρώτη.

Ουδέτερο στοιχείο

✓ **Συμβολικά:** $\alpha+0 = 0+\alpha = \alpha$

π.χ. $5+0=5$ και $0+5=5$

✓ Το **άθροισμα** ενός **φυσικού αριθμού** με το **μηδέν** ισούται με τον **ίδιο τον αριθμό**.

Να θυμάμαι ότι:

Στην πράξη του **πολλαπλασιασμού** οι αριθμοί που **πολλαπλασιάζονται** ονομάζονται **παράγοντες** και ο αριθμός που **προκύπτει** με τον **πολλαπλασιασμό** των αριθμών ονομάζεται **γινόμενο**.

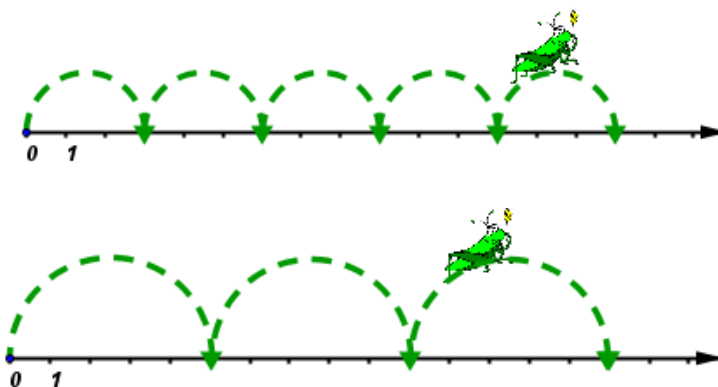
π.χ. στον **πολλαπλασιασμό**

$$11 \cdot 15 = 165$$

οι αριθμοί 11 και 15 είναι οι παράγοντες και ο 165 είναι το γινόμενό τους.

**Δραστηριότητα 2**

Α. Παρατήρησε τις παρακάτω εικόνες και χρησιμοποίησε την κατάλληλη μαθηματική πράξη για να περιγράψεις τι κάνει κάθε φορά ο Φλιπ και πόσο απομακρύνεται από την αρχική του θέση.



Β. Ο Φλιπ έκανε 23 επιτόπια άλματα. Πόσο απομακρύνθηκε από τη θέση του; Γράψε μία μαθηματική έκφραση για να περιγράψεις την δραστηριότητα του Φλιπ.

Γ. Κάποια φορά ο Φλιπ έκανε 23 άλματα 1 μονάδας μήκους το καθένα ενώ κάποια άλλη στιγμή έκανε 1 άλμα 23 μονάδων μήκους. Πόσο απομακρύνθηκε από την αρχική του θέση κάθε φορά; Γράψε τις μαθηματικές εκφράσεις που περιγράφουν καθεμία από τις δραστηριότητες του Φλιπ. Τι παρατηρείς;

Οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού

✓ **Αντιμεταθετική ιδιότητα**

✓ Συμβολικά:

✓ $a \cdot b = b \cdot a$

π.χ. $11 \cdot 9 = 9 \cdot 11$

αφού $11 \cdot 9 = 99$ και $9 \cdot 11 = 99$

✓

Μπορούμε να εναλλάσσουμε θέση στους παράγοντες ενός γινομένου.

✓ **Προσεταιριστική ιδιότητα**

✓ Συμβολικά:

✓ $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

π.χ. $(11 \cdot 9) \cdot 2 = 99 \cdot 2 = 198$ και

$11 \cdot (9 \cdot 2) = 11 \cdot 18 = 198$

✓

Στην περίπτωση που έχουμε περισσότερους από 2 παράγοντες μπορούμε να επιλέξουμε τη σειρά με την οποία θα γίνουν οι πολλαπλασιασμοί.



Να προσέξω ότι:

Η παρένθεση δηλώνει ποιος από τους πολλαπλασιασμούς θα γίνει πρώτος στη σειρά.

✓ **Ουδέτερο στοιχείο**

✓ Συμβολικά: $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$

π.χ. $5 \cdot 1 = 5$ και $1 \cdot 5 = 5$

✓

Το γινόμενο ενός φυσικού αριθμού με το ένα ισούται με τον ίδιο τον αριθμό.

✓ **Απορροφητικό στοιχείο**

✓ Συμβολικά: $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$

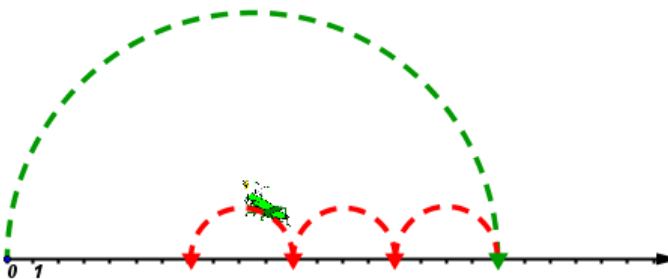
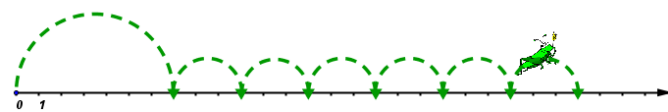
π.χ. $5 \cdot 0 = 0$ και $0 \cdot 5 = 0$

✓

Το γινόμενο ενός φυσικού αριθμού επί το μηδέν ισούται με το μηδέν.

Δραστηριότητα 3

Παρατήρησε τις παρακάτω εικόνες και γράψε μία μαθηματική «πρόταση» η οποία να εκφράζει τι κάνει κάθε φορά ο Φλιπ και πόσο απομακρύνεται από την αρχική του θέση.



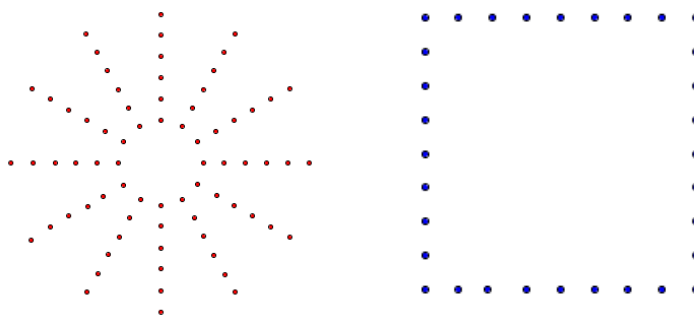
Να θυμάμαι ότι:

Αριθμητική παράσταση λέγεται κάθε σειρά αριθμών που συνδέονται μεταξύ τους με τα σύμβολα των πράξεων.

Τιμή της αριθμητικής παράσταση ονομάζουμε το τελικό αποτέλεσμα που βρίσκουμε μετά την πραγματοποίηση όλων των πράξεων.

**Δραστηριότητα 4**

Υπολόγισε πόσα σημεία υπάρχουν σε καθένα από τα παρακάτω διαγράμματα χωρίς να τα μετρήσεις ένα ένα. Να προσπαθήσεις να βρεις όσο το δυνατόν περισσότερους τρόπους για να υπολογίσεις το πλήθος των σημείων. Γράψε μία αριθμητική παράσταση που να περιγράφει τον τρόπο που σκέφτηκες σε κάθε περίπτωση.

**Να προσέξω ότι:**

Σε μία αριθμητική παράσταση η σειρά με την οποία εκτελούνται οι πράξεις είναι καθορισμένη. Όταν πρέπει να επιλέξουμε ποια πράξη θα κάνουμε πρώτη ισχύουν οι παρακάτω κανόνες:

Ο **πολλαπλασιασμός προηγείται** της πρόσθεσης και της αφαίρεσης.

Στην περίπτωση που μία αριθμητική παράσταση περιέχει παρενθέσεις, **προηγούνται οι πράξεις στις παρενθέσεις.**

**Παραδείγματα - Εφαρμογές**

1. Η Μαρία και ο Γιώργος έχουν αναλάβει να αναρτήσουν σε ένα μεγάλο ταμπλό τα έργα των συμμαθητών τους στο μάθημα των Καλλιτεχνικών. Μέτρησαν τα έργα και βρήκαν ότι είναι 32. Υπολόγισαν ότι χρειάζονται $32 \cdot 4 = 128$ πινέζες. Αποφάσισαν ότι πριν να αρχίσουν τη δουλειά θα πρέπει να ελέγξουν αν τους φτάνουν οι πινέζες που έχουν στη διάθεσή τους. Ο Γιώργος βρήκε δύο κλειστά κουτιά που περιέχουν 50 πινέζες το καθένα και η Μαρία μέτρησε 26 πινέζες σε ένα ανοιγμένο κουτάκι. Η Μαρία σκέφτηκε ότι θα χρειαστούν ακόμα δύο πινέζες γιατί αυτές που έχουν είναι:

$$2 \cdot 50 + 26 = 100 + 26 = 126$$

Ο Γιώργος παρατήρησε ότι αν κάνουν τις πράξεις με άλλη σειρά, οι πινέζες φαίνεται να περισσεύουν:

$$26 + 2 \cdot 50 = 26 + 100 = 126$$

Ποιος από τους δύο έχει δίκιο;

Απάντηση:

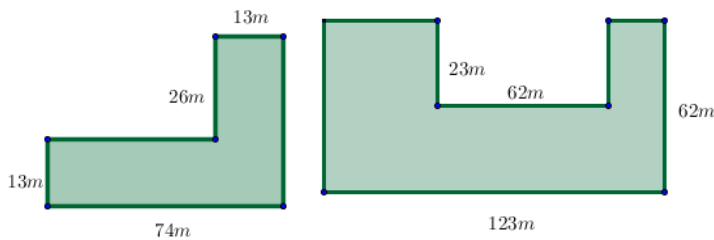
Η Μαρία έχει δίκιο. Σε κάθε περίπτωση θα πρέπει να βρούμε πόσες πινέζες περιέχουν τα δύο κλειστά κουτάκια, δηλαδή να κάνουμε πρώτα τον πολλαπλασιασμό $2 \cdot 50$. Μετά πρέπει να προσθέσουμε το 26 στο γινόμενο που βρήκαμε.

Αυτή η σειρά πρέπει να ακολουθηθεί ανεξάρτητα από το ποια πράξη έχει σημειωθεί πρώτη στην αριθμητική παράσταση.

Δηλαδή: $2 \cdot 50 + 26 = 100 + 26 = 126$ και

$$26 + 2 \cdot 50 = 26 + 100 = 126$$

2. Ο Γιάννης υπολόγισε το εμβαδόν των παρακάτω σχημάτων μόνο χωρίς να χρησιμοποιήσει χαρτί και μολύβι. Πώς τα κατάφερε; Μπορούσε να κάνει τις πράξεις με διαφορετικό τρόπο για να υπολογίσει τα εμβαδά;



Απάντηση:

Για το πρώτο σχήμα:

Ο Γιάννης σκέφτηκε ότι, αν κόψει το πάνω κομμάτι του σχήματος και το κολλήσει συνεχόμενα με το κάτω, το μετασχηματίζει σε ένα ορθογώνιο με διαστάσεις $74cm + 26cm$ και $13cm$.



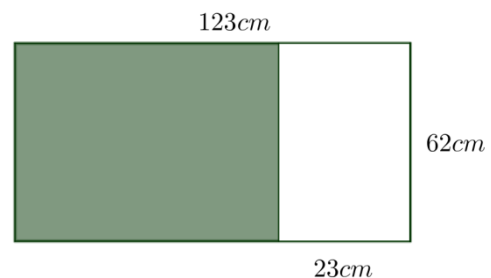
Άρα το εμβαδόν είναι $(74 + 26) \cdot 13 = 100 \cdot 13 = 1300cm^2$

Ένας άλλος τρόπος υπολογισμού είναι να σκεφτεί ότι το σχήμα του χωρίζεται σε δύο ορθογώνια με διαστάσεις $76cm$ και $13cm$ το ένα και $24cm$ και $13cm$ το άλλο. Έτσι υπολογίζει το εμβαδόν χρησιμοποιώντας την αριθμητική παράσταση:

$$76 \cdot 13 + 24 \cdot 13 = 988 + 312 = 1300cm^2.$$

Για το δεύτερο σχήμα:

Ο Γιάννης σκέφτηκε ότι το σχήμα προκύπτει αν από ολόκληρο το μεγάλο ορθογώνιο αφαιρέσουμε ένα μικρότερο ορθογώνιο. Παρατήρησε ότι η μεγάλη πλευρά του ορθογωνίου το οποίο αφαιρέθηκε είναι ίση με τη μικρή πλευρά του μεγάλου ορθογωνίου. Σκέφτηκε λοιπόν ότι αν στρέψει το ορθογώνιο που αφαιρείται και το τοποθετήσει στη μία άκρη του μεγάλου με τέτοιο τρόπο, ώστε να ταυτίζονται οι δύο πλευρές τους που έχουν μήκος $62cm$, το κομμάτι που απομένει είναι ορθογώνιο με διαστάσεις $123cm - 23cm = 100cm$ και $62cm$.



Άρα το εμβαδόν είναι $(123 - 23) \cdot 62 = 100 \cdot 62 = 6200cm^2$.

Ένας άλλος τρόπος για να υπολογιστεί το ζητούμενο εμβαδόν είναι να αφαιρέσουμε το εμβαδόν του ορθογωνίου που αφαιρείται από το εμβαδόν του μεγάλου ορθογωνίου.

Δηλαδή: $123 \cdot 62 - 23 \cdot 62 = 7626 - 1426 = 6200cm^2$.

Επιμεριστική ιδιότητα

Επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού
ως προς την πρόσθεση.

Συμβολικά

$$a \cdot (b + \gamma) = a \cdot b + a \cdot \gamma$$

π.χ. $6 \cdot (3 + 4) = 6 \cdot 3 + 6 \cdot 4$ αφού

$$6 \cdot (3 + 4) = 6 \cdot 7 = 42 \text{ και}$$

$$6 \cdot 3 + 6 \cdot 4 = 18 + 24 = 42$$

Όταν πολλαπλασιάζουμε έναν αριθμό με το άθροισμα δύο ή περισσότερων προσθετέων, μπορούμε να πολλαπλασιάσουμε τον αριθμό με κάθε προσθετέο και να αθροίσουμε τα δύο γινόμενα.

Επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού
ως προς την αφαίρεση.

Συμβολικά

$$a \cdot (b - \gamma) = a \cdot b - a \cdot \gamma$$

π.χ. $6 \cdot (5 - 3) = 6 \cdot 5 - 6 \cdot 3$

αφού

$$6 \cdot (5 - 3) = 6 \cdot 2 = 12 \text{ και}$$

$$6 \cdot 5 - 6 \cdot 3 = 30 - 18 = 12$$

Όταν πολλαπλασιάζουμε έναν αριθμό με τη διαφορά δύο φυσικών αριθμών, μπορούμε να πολλαπλασιάσουμε τον αριθμό με κάθε έναν από τους δύο φυσικούς και να υπολογίσουμε τη διαφορά των δύο γινομένων.

- 3.** Στην 3^η τάξη του Δημοτικού μάθαμε τον Αλγόριθμο του Ελληνικού Πολλαπλασιασμού.
- A. Να κάνεις τον πολλαπλασιασμό 67×25 με δύο τρόπους.
- B. Να συγκρίνεις τις δύο μεθόδους.
- Γ. Να γράψεις μια αριθμητική παράσταση που να εκφράζει τον ελληνικό πολλαπλασιασμό.

Απάντηση:

A. Μπορούμε να δούμε τον αλγόριθμο που χρησιμοποιούμε σήμερα και τον λεγόμενο ελληνικό πολλαπλασιασμό.

Ο Ελληνικός αλγόριθμος

Ο σύγχρονος αλγόριθμος

| | | | |
|----|---------------------------------|-------------------------------|-------------|
| x | 60 | 7 | |
| 20 | $20 \times 60 =$ 1200 | $20 \times 7 =$ 140 | 1340 |
| 5 | $5 \times 60 =$ 300 | $5 \times 7 =$ 35 | |

1675

$$\begin{array}{r} 67 \\ \times 25 \\ \hline 335 \\ + 134 \\ \hline 1675 \end{array}$$

B. Στον σύγχρονο αλγόριθμο πολλαπλασιάζουμε τις μονάδες και τις δεκάδες του πολλαπλασιαστή (στην περίπτωσή μας το 25) με τον πολλαπλασιαστέο (στην περίπτωσή μας το 67) και στη συνέ-

χειρα προσθέτουμε τα δύο γινόμενα. Αυτό μπορούμε να το

δούμε και με τη βοήθεια της επιμεριστικής ιδιότητας

$$67 \cdot 25 = 67 \cdot (20 + 5) = 67 \cdot 20 + 67 \cdot 5 = 1340 + 335 = 1675$$

Στον ελληνικό πολλαπλασιασμό πολλαπλασιάζουμε τις δεκάδες

και τις μονάδες κάθε αριθμού με τις δεκάδες και τις μονάδες

του άλλου αριθμού και προσθέτουμε τα γινόμενα.

$$67 \cdot 25 = (60 + 7)(20 + 5) = 60 \cdot 20 + 60 \cdot 5 + 7 \cdot 20 + 7 \cdot 5$$

Ένας άλλος τρόπος να το δούμε είναι ο εξής:

$$67 \cdot 25 = 60 \cdot (20 + 5) + 7 \cdot (20 + 5)$$

ή
$$67 \cdot 25 = (60 + 7) \cdot (20 + 5)$$

Δραστηριότητα 5

Στο παρακάτω σχήμα παρατηρούμε δύο κάθετους ημιάξονες με κοινή αρχή -Οx και Οy- και τα ορθογώνια ΟΑΒΓ, ΟΔΕΖ και ΟΗΘΙ.

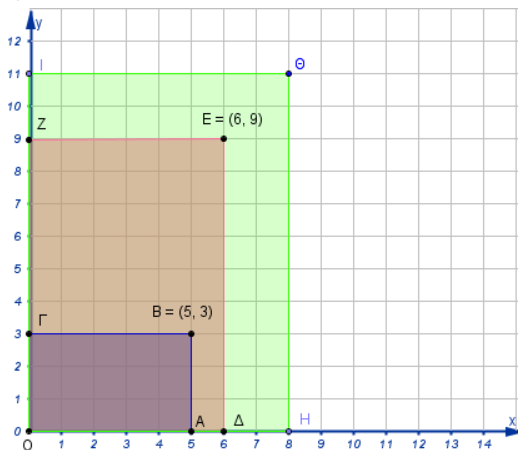
Α. Μπορείς να υπολογίσεις τον αριθμό των μικρών τετραγώνων από τα οποία αποτελούνται τα ορθογώνια ΟΑΒΓ και ΟΔΕΖ.;

Β. Μπορείς να υπολογίσεις το πλήθος των μικρών τετραγώνων από τα οποία αποτελείται το ορθογώνιο ΟΗΘΙ χωρίς να τα μετρήσεις ένα ένα;

Γ. Δίπλα στα σημεία Β και Ε υπάρχει ένα ζευγάρι αριθμών. Στο Β αντιστοιχεί το (5,3) και στο Ε αντιστοιχεί το (6,9). Ποιο ζευγάρι αριθμών πρέπει να αντιστοιχεί στα σημεία Θ, Η, Ι;

Ε. Μπορείς να υπολογίσεις το πλήθος των μικρών τετραγώνων από τα οποία αποτελείται το ορθογώνιο με κορυφές τα σημεία Ο(0,0), Μ(13,0), Ν(13,12) και Ξ(0,12);.

Ζ. Αν για το ορθογώνιο ΟΠΡΣ γνωρίζεις ότι το σημείο Π ανήκει στον ημιάξονα Οx, το σημείο Σ ανήκει στον ημιάξονα Οy και το Ρ(5,5), μπορείς βρεις το είδος του ορθογωνίου και να υπολογίσεις το πλήθος των μικρών τετραγώνων από τα οποία αποτελείται;



Να θυμάμαι ότι:

Οι δύο κάθετοι ημιάξονες με κοινή αρχή Οx και Οy που μας βοηθούν να καθορίσουμε τη θέση ενός σημείου στο επίπεδο ονομάζονται **ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων**.

- ✓ Ο ημιάξονας Οx ονομάζεται **ημιάξονας των τετμημένων**.
- ✓ Ο ημιάξονας Οy ονομάζεται **ημιάξονας των τεταγμένων**.
- ✓ Το σημείο Ο ονομάζεται **αρχή** των ημιαξόνων.
- ✓ Ο αριθμός 6 είναι η **τετμημένη** του σημείου Ε.
- ✓ Ο αριθμός 9 ονομάζεται **τεταγμένη** του σημείου Ε.
- ✓ Το ζευγάρι (6,9) αποτελεί τις **συντεταγμένες** του σημείου Ε.

Μπορώ να εφαρμόσω όσα έμαθα:

1. Ο Φλιπ το τζιτζίκι πραγματοποίησε 4 άλματα 10 , 3 , 5 και 6 μονάδων το καθένα και απομακρύνθηκε μόνο 6 μονάδες από την αρχική του θέση. Χρησιμοποίησε την αριθμογραμμή και μία αριθμητική παράσταση για να περιγράψεις τον τρόπο με τον οποίο κινήθηκε ο Φλιπ.
2. Η Ανθούλα, ο Φίλιππος και η Ιφιγένεια υπολόγισαν την τιμή της παρακάτω αριθμητικής παράστασης

$$A = 3 \cdot (38 - 5 \cdot 7) - 2 \cdot (2 \cdot 5 - 8)$$

Η Ανθούλα βρήκε 7062, ο Φίλιππος βρήκε 5 και η Ιφιγένεια 689. Ποιος έχει δίκιο; Δικαιολόγησε την απάντησή σου.

3. Να γράψεις την αριθμητική παράσταση που εκφράζει κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις και να υπολογίσεις την τιμή της :
 - α. Το άθροισμα των φυσικών 3 , 7 και 13
 - β. Το γινόμενο του 4 και του 5 αυξημένο κατά 7
 - γ. Το γινόμενο του αθροίσματος του 7 και του 43 με το 6.
 - δ. Η διαφορά των γινομένου του 3 και 7 με το γινόμενο του 2 με το 5.
 - ε. Το άθροισμα του 7 με το γινόμενο του 3 με τη διαφορά των 11 και 7.

4. Να γράψεις ποια ιδιότητα χρησιμοποιούμε κάθε φορά καθώς υπολογίζουμε την τιμή της αριθμητικής παράστασης.

$$A = 40 \cdot (132 \cdot 25)$$

$$40 \cdot (25 \cdot 132) = \dots\dots\dots$$

$$(40 \cdot 25) \cdot 132 = \dots\dots\dots$$

$$1000 \cdot 132 = \dots\dots\dots$$

$$132000$$

$$B = 23 + (5 + 7)$$

$$23 + (7 + 5) = \dots\dots\dots$$

$$(23 + 7) + 5 = \dots\dots\dots$$

$$30 + 5 = \dots\dots\dots$$

$$35$$

5. Να κάνεις τους παρακάτω πολλαπλασιασμούς με τη μέθοδο του Ελληνικού πολλαπλασιασμού και να γράψεις δύο αριθμητικές παραστάσεις που να εκφράζουν τους δύο πολλαπλασιασμούς.

| | | |
|----|----|---|
| x | 34 | 7 |
| 12 | | |

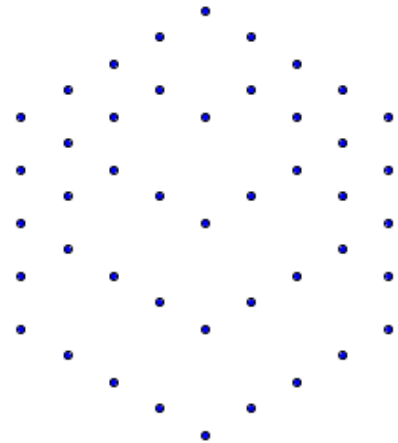
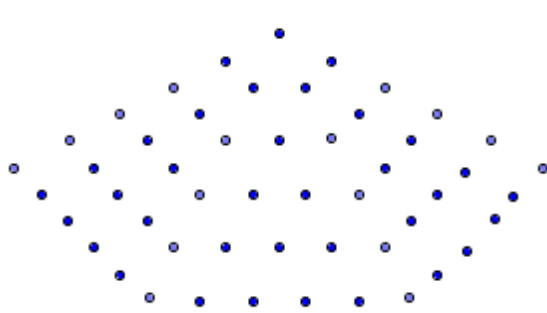
| | | |
|----|----|---|
| x | 12 | α |
| 12 | | |

| | | |
|---|----|---|
| x | 12 | 7 |
| α | | |

| | | |
|---|---|---|
| x | α | 7 |
| 6 | | |

6. Να κάνεις τις παρακάτω πράξεις με τη βοήθεια της επιμεριστικής ιδιότητας.
 - α. $2 \cdot (5 + 3) =$
 - β. $6 \cdot (20 - 7) =$
 - γ. $5 \cdot (x - 5) =$
 - δ. $(13 + \beta) \cdot 5$

7. Να κάνεις τις παρακάτω πράξεις με τη βοήθεια της επιμεριστικής ιδιότητας.
α. $132 \cdot 45 - 32 \cdot 45 =$ **β.** $1263 \cdot 31 + 1263 \cdot 69 =$
γ. $432 \cdot 12123 - 432 \cdot 2123 =$ **δ.** $\alpha \cdot 12 + \alpha \cdot 8 =$
ε. $23 \cdot x + 7 \cdot x =$
8. Ο Χρήστος έχει ένα μανάβικο στην περιοχή της Πλάκας. Την προηγούμενη εβδομάδα παρέλαβε 93 κιλά κεράσια που του κόστισαν 3 ευρώ το κιλό. Για να έχει κέρδος ο Χρήστος έβαλε τιμή πώλησης των κερασιών προς 5 ευρώ το κιλό. Χθες παρατήρησε ότι του έμειναν 13 κιλά κεράσια απούλητα. Προκειμένου να μην του χαλάσουν τα πούλησε προς 2 ευρώ το κιλό. Να γράψεις μια αριθμητική παράσταση που να εκφράζει τα χρήματα που κέρδισε ο Χρήστος και να υπολογίσεις την τιμή της.
9. Να συμπληρώσεις τα κενά ώστε να ισχύουν οι ισότητες.
α. $5 \cdot (\dots - 12) = 50$ **β.** $4 \cdot 7 + 4 \cdot \dots = 4 \cdot 10$ **γ.** $\dots \cdot 15 - \dots \cdot 9 = 60$
δ. $5 \cdot 12 - 5 \cdot 7 = \dots \cdot 5$ **ε.** $(13 - \dots) \cdot 7 = 7 \cdot \dots - 7 \cdot 8$ **στ.** $\dots \cdot 5 + \dots \cdot 9 = 56$.
10. Τα παρακάτω σημεία παριστάνουν έναν πεντάγωνο και έναν εξάγωνο αριθμό. Να βρεις ποιους αριθμούς παριστάνουν χωρίς να μετρήσεις τα σημεία ένα προς ένα και να γράψεις μία αριθμητική παράσταση που να δείχνει τη μέθοδο που ακολουθήσεις.
α. Πεντάγωνος αριθμός **β. εξάγωνος αριθμός**



11. Η Χριστίνα έκανε τον παρακάτω πολλαπλασιασμό με μυαλό της ως εξής
 $13 \cdot 1001 = 13 \cdot 1000 + 13 \cdot 1 = 13000 + 13 = 13013$
α. Ποια ιδιότητα χρησιμοποιεί η Χριστίνα;
β. Να κάνεις με τον ίδιο τρόπο τους παρακάτω πολλαπλασιασμούς:
γ. $34 \cdot 101 =$ Β. $231 \cdot 99 =$ Γ. $999 \cdot 12$ Δ. $123 \cdot 1001$
12. Να υπολογίσεις την τιμή των παρακάτω αριθμητικών παραστάσεων και να τις κατατάξεις σε φθίνουσα σειρά.
A = $1 + 23 \cdot 2 =$ **B** = $12 \cdot 3 - 36 =$ **Γ** = $2 \cdot 3 + 5 \cdot 7 =$
Δ = $3 + (3 + 3 \cdot 2) \cdot 4 - 5 \cdot 2$ **E.** $[2(23 - 21) + 5] \cdot 3 - 4 \cdot 7 =$

Και λίγα από την ιστορία των μαθηματικών

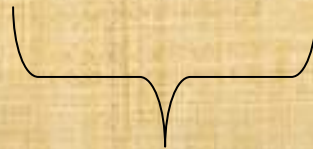
**Ιστορικό Σημείωμα**

Λέγεται ότι ο μικρός Friedrich Gauss παρατήρησε ότι αντί να προσθέσει έναν προς ένα τους φυσικούς αριθμούς από το 1 έως το 10 μπορεί χρησιμοποιήσει τον πολλαπλασιασμό για να κάνει τους υπολογισμούς του γρήγορα και εύκολα ως εξής

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$

$$1+10=11$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$



$$2+9=11$$

Παρατήρησε δηλαδή ότι το άθροισμα δύο όρων που ισαπέχουν από τα άκρα της παράστασης είναι το ίδιο και είναι ίσο με 11. Παρατήρησε επίσης ότι υπάρχουν 5 τέτοια ζευγάρια αριθμών: Το 1 με το 10, το 2 με το 9, το 3 με το 8, το 4 με το 7 και το 5 με το 6.

Για να υπολογίσει λοιπόν το άθροισμα βρήκε το γινόμενο του 11 με το 5. Δηλαδή:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 5 \cdot 11 = 55.$$

19. Μπορείς να χρησιμοποιήσεις τη μέθοδο του Gauss για να υπολογίσεις τα αθροίσματα:

$$A = 1+2+3+4+5+\dots+98+99+100=$$

$$B = 1+2+3+4+5+\dots+498+499+500=$$