

Ενότητα 3: Δυνάμεις φυσικών αριθμών.

Δραστηριότητα 1

Η **κυτταρική διαίρεση** είναι η διαδικασία κατά την οποία ένα αρχικό κύτταρο διαιρείται σε δύο θυγατρικά. Στους πολυκύτταρους οργανισμούς διακρίνουμε δύο περιπτώσεις κυτταρικής διαίρεσης: την **μίτωση** και την **μείωση** ενώ στους μονοκύτταρους την **διχοτόμηση**.
(Πηγή: Wikipedia)



Τα κύτταρα κάποιου μονοκύτταρου οργανισμού διχοτομούνται **κάθε μία ώρα**. Η μικροβιολόγος σε ένα εργαστήριο κατάφερε να απομονώσει ένα από τα κύτταρα αυτού του οργανισμού και το παρατηρεί με το μικροσκόπιο της σε τακτά χρονικά διαστήματα. Καταγράφει το πλήθος των κυττάρων σε έναν πίνακα .

A. Μπορείς να υπολογίσεις πόσα κύτταρα

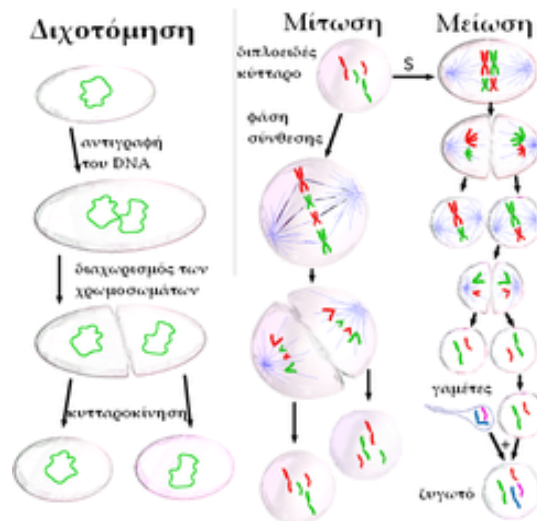
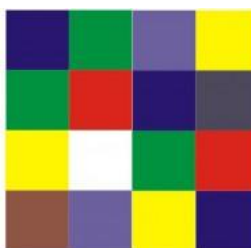
- θα μετρήσει η μικροβιολόγος
- α. μετά από **5 ώρες**;
- β. μετά από **10 ώρες** ;

B. Μπορείς να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα με τις παρατηρήσεις της μικροβιολόγου; Βοήθησέ την να βρει έναν τρόπο να καταγράφει τις παρατηρήσεις της χωρίς να είναι αναγκασμένη να κάνει πολλές πράξεις.

Ώρα	1 ^η	2 ^η	3 ^η	4 ^η	5 ^η	10 ^η	20 ^η
Πλήθος κυττάρων							

Δραστηριότητα 2

A. Από πόσα τετράγωνα με πλευρά 1 αποτελείται το μεγάλο τετράγωνο με πλευρά 4; Από πόσα τετράγωνα με πλευρά 1 αποτελείται ένα τετράγωνο με πλευρά 6;



Να θυμάμαι ότι:

Το γινόμενο $\overbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}^{n\text{-παράγοντες}}$ συμβολίζεται με a^n , αποτελείται από n παράγοντες και ονομάζεται **δύναμη** με **βάση** το a και **εκθέτη** n , $n > 1$.

π.χ $\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{4 \text{ παράγοντες}} = 2^4$
εκθέτης το 4
βάση το 2

Διαβάζουμε:

Δύναμη με βάση το 2 και εκθέτη 4 και εννοούμε τον πολλαπλασιασμό $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$.
ή τέταρτη δύναμη του δύο ή δύο στην τετάρτη.

Να προσέξω ότι:

Για $v=0$ ορίζουμε $\alpha^0=1$,
 $\alpha \neq 0$.

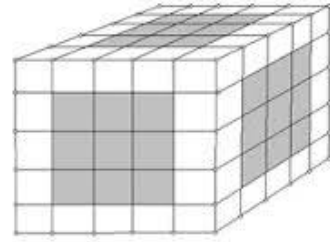
Για $v=1$ ορίζουμε $\alpha^1=\alpha$

Η δύναμη α^v διαβάζεται
 v -οστή δύναμη του α .

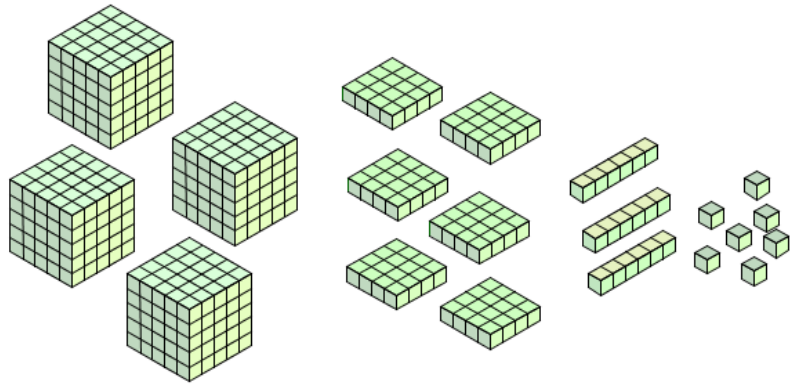
Η δύναμη α^2 διαβάζεται το
τετράγωνο του α ή α στο
τετράγωνο.



Β. Από πόσους κύβους με ακμή 1 αποτελείται ο μεγάλος κύβος με ακμή 5; Από πόσους κύβους με ακμή 1 αποτελείται ένας κύβος με ακμή 6;

**Δραστηριότητα 3**

Να γράψεις μία αριθμητική παράσταση που να εκφράζει πόσα κυβάκια με ακμή μία μονάδα υπάρχουν στην παρακάτω εικόνα και να υπολογίσεις την αριθμητική τιμή της.

**Να προσέξω ότι:**

Σε μία αριθμητική
παράσταση προηγούνται
των άλλων πράξεων οι
δυνάμεις.

**Παραδείγματα - Εφαρμογές**

1. Πόσα τετράγωνα πλευράς 1 περιέχονται συνολικά σε πέντε μεγάλα τετράγωνα πλευράς 3; Να γράψεις μία αριθμητική παράσταση με την οποία να μπορείς να κάνεις τον υπολογισμό.

Απάντηση:

Κάθε μεγάλο τετράγωνο περιέχει $3^2=9$ τετράγωνα πλευράς 1.
Άρα συνολικά θα έχουμε $5 \cdot 3^2 = 5 \cdot 9 = 45$ τετράγωνα πλευράς 1.

2. Να υπολογιστούν οι τιμές των παραστάσεων:

α. $5 \cdot 3^2$

β. $5+3^2$

γ. $23-2^3+3 \cdot 7^2$

δ. $4 \cdot (2+3^2) - 13 \cdot 2$

Απάντηση:

α. $5 \cdot 3^2 = 5 \cdot 9 = 45$

β. $5+3^2 = 5+9 = 14$

γ. $23-2^3+3 \cdot 7^2=23-8+3 \cdot 49=23-8+147=15+145 = 160$

δ. $4 \cdot (2+3^2) - 13 \cdot 2 = 4 \cdot (2+9) - 26 = 4 \cdot 11 - 26 = 44 - 26 = 18.$

Μπορώ να εφαρμόσω όσα έμαθα:

1. Να γράψεις ως γινόμενα τις παρακάτω δυνάμεις και να υπολογίσεις την τιμή τους.

α. 3^5 **β.** 7^2 **γ.** 2 στην πέμπτη
δ. τρίτη δύναμη του 5 **ε.** 6 στο τετράγωνο.
2. Να υπολογίσεις τις παρακάτω δυνάμεις.

α. 2^3 **β.** 1^5 **γ.** 1^{178} **δ.** 2^0 **ε.** 1239^0 .
3. Να γράψεις το 16 με τη μορφή δύναμης με τρεις διαφορετικούς τρόπους.
4. Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορείς να γράψεις το 25 με τη μορφή μιας δύναμης με βάση φυσικό αριθμό;
5. Να κάνεις τις παρακάτω πράξεις.

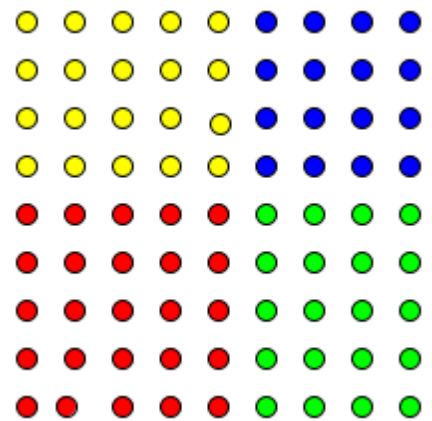
α. $3+8^2$ **β.** $6\cdot 3^4$ **γ.** $45\cdot 2^5$
δ. $3\cdot 2^3\cdot 5$ **ε.** $2^3\cdot 3^2\cdot 5$ **στ.** $2^0\cdot 3\cdot 5^2$
6. Να γράψεις με μορφή δύναμης με βάση το 10 τους παρακάτω αριθμούς
1, 10, 100, 1000, 10000, 100000
7. Να γράψεις με μορφή δύναμης με βάση το 2 τους παρακάτω αριθμούς
1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128.
8. Να γράψεις με μορφή δύναμης με βάση το 5 τους παρακάτω αριθμούς
1, 5, 25, 125, 625, 3125.
9. Να κάνεις τους παρακάτω υπολογισμούς:

α. $3\cdot 10^5 + 8\cdot 10^4 + 5\cdot 10^3 + 3\cdot 10^2 + 6\cdot 10^1 + 3\cdot 10^0 =$
β. $10^5 + 8\cdot 10^4 + 6\cdot 10^2 + 7\cdot 10 + 7 =$
γ. $2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0 =$
δ. $2\cdot 3^6 + 1\cdot 3^5 + 2\cdot 3^4 + 0\cdot 3^3 + 2\cdot 3^2 + 1\cdot 3^1 + 2\cdot 3^0 =$
ε. $1\cdot 5^5 + 2\cdot 5^4 + 0\cdot 5^3 + 2\cdot 5^2 + 1\cdot 5^1 + 2\cdot 5^0 =$
10. **α.** Να βρεις το είδος του πολύγωνου αριθμού που εκφράζει το πλήθος των μπλε, κόκκινων, πράσινων, κίτρινων αλλά και του συνόλου του σημείων στη διπλανή εικόνα.

β. Να γράψεις μια αριθμητική παράσταση που να εκφράζει το πλήθος των **όλων** των σημείων της διπλανής εικόνας και να υπολογίσεις την τιμή της.

γ. Γράψε όσες διαφορετικές αριθμητικές παραστάσεις μπορείς που να εκφράζουν το σύνολο όλων των σημείων της διπλανής εικόνας λαμβάνοντας υπόψη και τα χρώματα των σημείων.
11. Να κάνεις τις παρακάτω πράξεις

α. $(3+5)^2$ **β.** 3^2+5^2 **γ.** $2\cdot 3+5(2^2-3)$.
δ. $35-6(82-3^4-1)$ **ε.** $3(5^2-1^{100}+245^0)-7\cdot 9$
στ. $(5\cdot 3)^2-(2\cdot 3)^3=$ **ζ.** $2\cdot (3+7)^4-2^5=$



- 12.** Ένα μαγικό δέντρο μεγαλώνει ως εξής: Κάθε ημέρα από κάθε κλαδάκι φυτρώνουν 4 νέα κλαδάκια με ένα φρούτο στην άκρη του. Στο τέλος της ημέρας πέφτει το φρούτο και φυτρώνουν τα 4 νέα κλαδάκια. Αν κόψεις το φρούτο από το κλαδάκι δεν φυτρώνουν νέα κλαδάκια από αυτό. Με την προϋπόθεση ότι κανείς δεν θα κόψει φρούτο από το δέντρο και αρχικά το δέντρο είχε μόνο ένα κλαδάκι

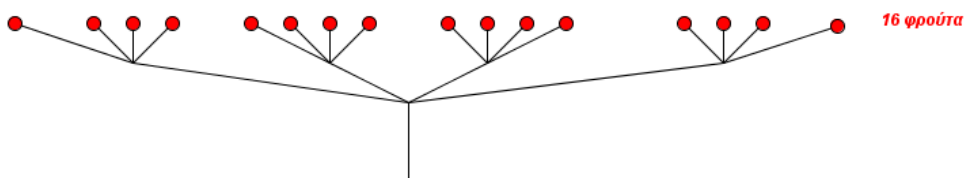
α. Πόσα φρούτα είχε μετά από 3 ημέρες; Συμπλήρωσε το παρακάτω διάγραμμα, υπολόγισε το αποτέλεσμα και γράψε το με τη μορφή δύναμης.

3η μέρα

2η μέρα

1η μέρα

0 ημέρα



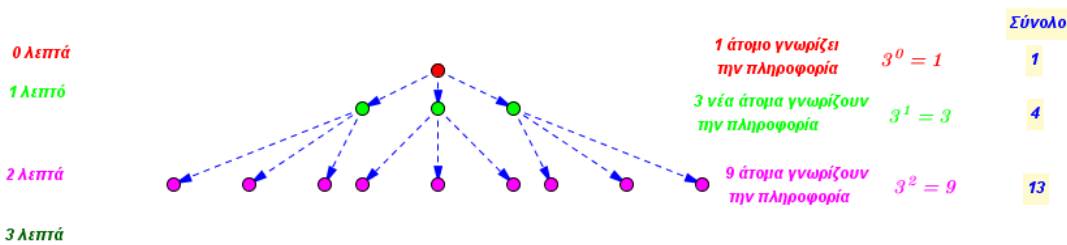
β. Πόσα φρούτα θα έχει τη 10^n μέρα;

γ. κάποια μέρα το δέντρο είχε μόνο 7 κλαδάκια με φρούτο πάνω του, πόσα φρούτα είχε μετά από 10 ημέρες; Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα και να το γράψετε με τη μορφή δύναμης.

δ. Ποια ημέρα έχει το $1/4$ των φρούτων από αυτών που θα έχει την 100^n ημέρα;

- 13.** Η Ευρωπαϊκή Ένωση επεξεργάζεται ένα σύστημα ειδοποίησης των πολιτών της μέσα από sms. Σκέφτονται να νομοθετήσουν ώστε κάθε πολίτης ηλικίας από 18 έως 65 ετών να είναι υποχρεωμένος από τη στιγμή που θα λάβει ένα συγκεκριμένο sms να το προωθήσει σε 3 προκαθορισμένους συμπολίτες του. Αν υποθέσουμε ότι για την προώθηση των μηνυμάτων κάθε πολίτης χρειάζεται 1 λεπτό.

α. να συμπληρώσεις την επόμενη γραμμή στο παρακάτω δενδρόγραμμα, που δείχνει πόσοι γνωρίζουν την πληροφορία μετά από 2 λεπτά. Πόσοι νέοι πολίτες ειδοποιήθηκαν το 3^ο λεπτό και πόσοι συνολικά γνωρίζουν την πληροφορία μετά από 3 λεπτά;



β.

β. Σε πόση ώρα θα έχουν ειδοποιηθεί όλοι οι Έλληνες πολίτες ηλικίας 18 – 65 ετών ;

γ. Σε πόση ώρα θα έχουν ειδοποιηθεί όλοι πολίτες της Ευρωπαϊκής Ένωσης ηλικίας 18-65 ετών;

δ. Αν κάθε πολίτης ήταν υποχρεωμένος να προωθήσει σε 6 συμπολίτες του το sms να υπολογίσετε τους νέους χρόνους για τα ερωτήματα α, και β.

(Υπόδειξη: Να χρησιμοποιήσεις Κομπιουτεράκι για να κάνεις τους πολλαπλασιασμούς).

Έλληνες πολίτες ηλικίας 18- 65 ετών σύμφωνα με την απογραφή του 2011: 7,122,830

Πολίτες της Ευρωπαϊκής Ένωσης ηλικίας 18- 65 ετών σύμφωνα με την απογραφή του 2006: 306,919,155.