

## Ενότητα 4: Ευκλείδεια διαίρεση

### Δραστηριότητα 1



Ο κύριος Ευκλείδης έβγαλε από το αμπέλι του 258 κιλά κρασί. Διαθέτει δοχεία που χωρούν 6 κιλά, 8 κιλά και 9 κιλά. Για να αποθηκεύσει το κρασί του θέλει να χρησιμοποιήσει μόνο ενός είδους δοχεία, αλλά δεν μπορεί να αποφασίσει αν αυτό μπορεί να γίνει. Μπορείς να τον βοηθήσεις;



### Να θυμάμαι ότι:

Όταν δοθούν δύο αριθμοί  $\Delta$  και  $\delta$ , υπάρχουν δυο άλλοι αριθμοί,  $\pi$  και  $\upsilon$ , ώστε να ισχύει  $\Delta = \pi \cdot \delta + \upsilon$

Ο αριθμός  $\Delta$  ονομάζεται **Διαιρετέος**, ο  $\delta$  **διαιρέτης**, ο  $\pi$  **πηλίκιο** και ο  $\upsilon$  **υπόλοιπο**.

Το υπόλοιπο είναι αριθμός μεγαλύτερος ή ίσος από το μηδέν και μικρότερος από το διαιρέτη. Συμβολικά  $0 \leq \upsilon < \delta$ .

Η παραπάνω διαίρεση ονομάζεται **Ευκλείδεια Διαίρεση**.

Όταν το **υπόλοιπο**  $\upsilon$  μίας Ευκλείδειας Διαίρεσης είναι  $0$  τότε η ονομάζεται **Τέλεια Διαίρεση**.

### Δραστηριότητα 2

A. Το έτος 2002 η πρώτη Φεβρουαρίου ήταν Παρασκευή. Τι μέρα ήταν η πρώτη Μαρτίου;



B. Το έτος 2004 ήταν δίσεκτο (τα δίσεκτα έτη ο Φεβρουάριος έχει 29 ημέρες). Η πρώτη Φεβρουαρίου ήταν Κυριακή. Τι μέρα ήταν η πρώτη Μαρτίου;

### Δραστηριότητα 3

Να κάνεις τις παρακάτω Ευκλείδειες Διαιρέσεις όταν αυτό είναι δυνατόν.

- α.  $\Delta = 15$  και  $\delta = 15$
- β.  $\Delta = 12$  και  $\delta = 1$
- γ.  $\Delta = 0$  και  $\delta = 7$
- δ.  $\Delta = 12$  και  $\delta = 0$

Μπορείς να διατυπώσεις ένα γενικό κανόνα για κάθε μία από τις παραπάνω περιπτώσεις;

### Δραστηριότητα 4

Σε μία Τέλεια Διαίρεση  $\Delta = \delta \cdot \pi$ , αν γνωρίζεις ότι ο Διαιρετέος είναι το 247 και το πηλίκιο είναι το 19, να υπολογίσεις το διαιρέτη  $\delta$ .

Πώς σχετίζεται η τέλεια διαίρεση με τον πολλαπλασιασμό;

### Να προσέξω ότι:

Στους φυσικούς αριθμούς η **Τέλεια διαίρεση** είναι η **αντίθετη** πράξη του **πολλαπλασιασμού**.

Ο διαιρέτης  $\delta$  μίας διαίρεσης δεν μπορεί να είναι  $0$ , γιατί το υπόλοιπο πρέπει να είναι μικρότερο από το διαιρέτη.

Όταν ο Διαιρετέος ισούται με το διαιρέτη τότε το πηλίκιο ισούται με  $1$

Όταν ο διαιρέτης ισούται με  $1$  τότε το πηλίκιο ισούται με το Διαιρετέο.

Όταν ο διαιρετέος ισούται με  $0$ , το πηλίκιο ισούται με  $0$

**Δραστηριότητα 5**

Στον πίνακα που ακολουθεί να χρωματίσεις

**α.** με κίτρινο χρώμα όλα τα κελιά που περιέχουν αριθμούς που διαιρούνται με το 3.

**β.** με πράσινο χρώμα όλα τα κελιά που περιέχουν αριθμούς που όταν διαιρούνται με το 3 αφήνουν υπόλοιπο 1

**γ.** με θαλασσί χρώμα όλα τα κελιά που περιέχουν αριθμούς που όταν διαιρούνται με το 3 αφήνουν υπόλοιπο 2.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

**Να θυμάμαι ότι:**

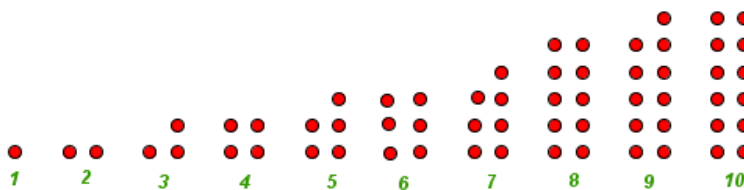
Οι φυσικοί αριθμοί χωρίζονται σε 2 κατηγορίες, τους **άρτιους** ή **ζυγούς αριθμούς** και τους **περιττούς** ή **μονούς**.

**Άρτιοι** λέγονται οι φυσικοί αριθμοί που **διαιρούνται με το 2**

**Περιττοί** λέγονται οι φυσικοί αριθμοί που **δεν διαιρούνται με το 2**.

**Δραστηριότητα 6**

Παρατήρησε την παρακάτω εικόνα και χώρισε τους φυσικούς αριθμούς σε δύο κατηγορίες. Μπορείς να κατατάξεις όλους τους φυσικούς αριθμούς σε μία από τις δύο κατηγορίες;

**Παραδείγματα - Εφαρμογές**

**1.** Ποιες από τις παρακάτω ισότητες εκφράζουν Ευκλείδειες διαιρέσεις;

A.  $32 = 5 \cdot 6 + 2$ .

B.  $31 = 4 \cdot 6 + 7$

Γ.  $42 = 4 \cdot 9 + 6$

**Απάντηση:**

Η σχέση Α εκφράζει Ευκλείδεια διαίρεση.

Ο Διαιρετέος είναι ο αριθμός 32, ο διαιρέτης είναι ο 5, το πηλίκο είναι ο 6 και το υπόλοιπο είναι ο αριθμός 2 που είναι μικρότερος από τον διαιρέτη.

Να προσέξουμε ότι στην ισότητα αυτή μπορεί ο διαιρέτης να είναι ο 6 και το πηλίκο να είναι το 5. Πάλι το υπόλοιπο είναι ο αριθμός 2 (που είναι μικρότερος από τον διαιρέτη).

Η σχέση Β δεν μπορεί να εκφράζει Ευκλείδεια διαίρεση γιατί ο αριθμός 7 που εμφανίζεται ως υπόλοιπο είναι μεγαλύτερος από τους αριθμούς 4 και 6 που μπορούν να είναι ο διαιρέτης και το πηλίκο ή το πηλίκο και ο διαιρέτης.

Η σχέση Γ εκφράζει Ευκλείδεια διαίρεση μόνο στην περίπτωση που θεωρήσουμε ως διαιρέτη τον αριθμό 9 και πηλίκο τον αριθμό 4. Τότε  $6 < 9$  και ο αριθμός 6 μπορεί να είναι το υπόλοιπο της διαίρεσης. Αν θεωρήσουμε ως διαιρέτη τον αριθμό 4 και πηλίκο τον αριθμό 9, τότε ο αριθμός 4, που εμφανίζεται ως υπόλοιπο, είναι μεγαλύτερος από τον διαιρέτη, οπότε η ισότητα δεν μπορεί να εκφράζει Ευκλείδεια διαίρεση.

**Μπορώ να εφαρμόσω όσα έμαθα;**

1. Να κάνεις τις παρακάτω διαιρέσεις και τις δοκιμές τους  

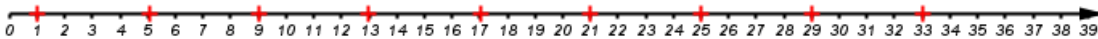
<b>α.</b> $3256 : 25$	<b>β.</b> $12546 : 18$	<b>γ.</b> $374 : 12$
-----------------------	------------------------	----------------------
  
2. A. Στις παρακάτω ευκλείδειες διαιρέσεις να αντικαταστήσεις τα γράμματα με κατάλληλους φυσικούς αριθμούς. Όπου δεν είναι δυνατό να αντικαταστήσεις κάποιο γράμμα με αριθμό να το αιτιολογήσεις.

<b>α.</b> $23 = 0 \cdot \pi + \upsilon$	<b>β.</b> $9 = 9 \cdot \pi + \upsilon$	
<b>γ.</b> $\Delta = 1 \cdot \pi + \upsilon$	<b>δ.</b> $0 = \delta \cdot \pi + \upsilon$	

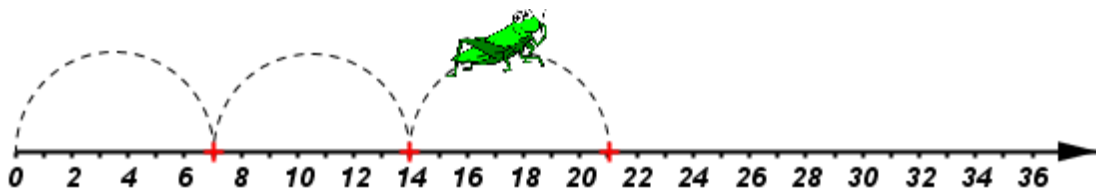
 B. Σε ποιες περιπτώσεις μπορείς να αντικαταστήσεις περισσότερους από έναν αριθμούς σε κάποιο γράμμα; Αιτιολόγησε την απάντησή σου.
  
3. Να προσπαθήσεις να βρεις τι μέρα θα είναι μετά από:

A. 35 μέρες από σήμερα	B. 73 μέρες από σήμερα	Γ. 165 μέρες από σήμερα.
------------------------	------------------------	--------------------------
  
4. Να βρεθούν όλοι οι φυσικοί αριθμοί που αν διαιρεθούν με το 3 δίνουν πηλίκο 10.
5. Να βρεις ποια είναι τα πιθανά υπόλοιπα της διαίρεσης ενός αριθμού με το 5.
6. Να βρεις έναν φυσικό αριθμό που όταν διαιρείται με το 5 δίνει πηλίκο 6 και όταν διαιρείται με το 8 αφήνει υπόλοιπο 1.
7. Να βρεις τους φυσικούς αριθμούς που όταν διαιρεθούν με το 3 το πηλίκο είναι διπλάσιο του υπολοίπου.
8. **α.** Αν γνωρίζεις ότι ο διαιρέτης  $\delta = 43$ , το πηλίκο  $\pi = 13$  και το υπόλοιπο  $\upsilon = 9$ , να υπολογίσεις το διαιρετέο  $\Delta$ .  
**β.** Αν γνωρίζεις ότι ο διαιρετέος  $\Delta = 1166$ , το πηλίκο  $\pi = 13$  και το υπόλοιπο  $\upsilon = 9$ , να υπολογίσεις το διαιρέτη  $\delta$ .
  
9. Ένα σχολείο επέλεξε 76 μαθητές της Α' τάξης, για να παρακολουθήσουν μια θεατρική παράσταση. Ένας καθηγητής μπορεί να συνοδεύει μέχρι και 18 μαθητές. Να βρεις τον μικρότερο αριθμό καθηγητών που χρειάζονται, για να συνοδεύσουν τα παιδιά.
10. Να εξετάσεις ποιες από τις παρακάτω ισότητες εκφράζουν Ευκλείδειες διαιρέσεις.

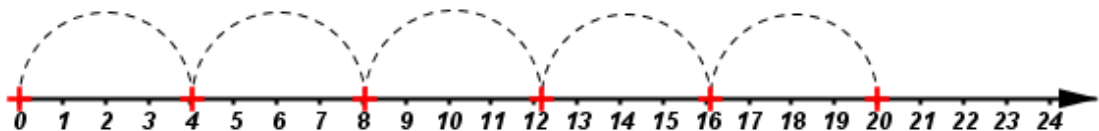
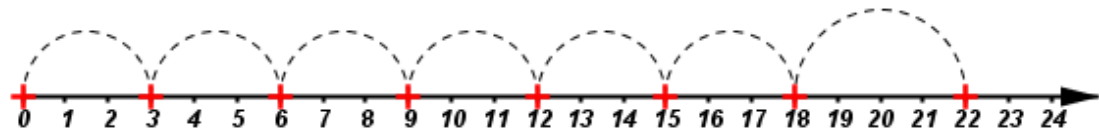
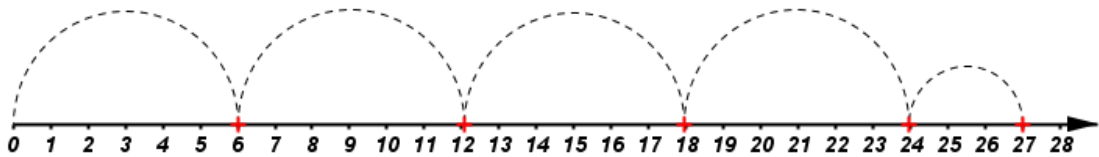
<b>α.</b> $34 = 5 \cdot 6 + 4$	<b>β.</b> $50 = 6 \cdot 7 + 8$	<b>γ.</b> $43 = 4 \cdot 9 + 7$
--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------
  
11. **α.** Ποιο θα πρέπει να είναι το επόμενο κόκκινο σημείο στην παρακάτω αριθμογραμμή;  
**β.** Ποιο είναι κοινό χαρακτηριστικό όλων των κόκκινων σημείων της αριθμογραμμής;  
**γ.** Ποια είναι η τετμημένη του  $20^{ου}$  κόκκινου σημείου της αριθμογραμμής.



12. Ο Φλίπ το τζιτζίκι θέλει να φτάσει σε ένα βλασταράκι, για να πιεί τους χυμούς του, που απέχει από αυτόν 130 μονάδες μέτρησης μήκους. Αν κάθε άλμα του Φλίπ είναι 7 μονάδες μέτρησης μήκους, πόσο κοντά θα φτάσει στο βλασταράκι;



13. Να γράψεις την Ευκλείδεια διαίρεση σε όσα από τα παρακάτω σχήματα εκφράζεται.



14. Ο φυσικός αριθμός  $a$  είναι μικρότερος από 25 και το 36 διαιρούμενο με τον  $a$  αφήνει υπόλοιπο 8. Ποιος είναι ο  $a$ ;
15. Στην παρακάτω εικόνα φαίνεται η πλακόστρωση ενός μακρόστενου διαδρόμου με 4 διαφορετικά πλακάκια. Να βρεις το χρώμα στο 11, 95, 120 και 933 πλακάκι.

Αρχή διαδρόμου



16. Να κάνεις τις παρακάτω πράξεις με το μυαλό σου
- |                                   |                        |                                |
|-----------------------------------|------------------------|--------------------------------|
| α. $(2 \cdot 3) : 3$              | β. $(3 \cdot 2) : 3$   | γ. $(123 \cdot 12) : 123$      |
| δ. $(3452 \cdot 5234) : 3452$     | ε. $(150 \cdot a) : a$ | στ. $(12 \cdot 5 \cdot 7) : 5$ |
| ζ. $120 \cdot 5234 \cdot 5 : 523$ |                        |                                |
17. Να υπολογίσεις την τιμή των παρακάτω κλασμάτων
- |                                       |   |   |                                   |
|---------------------------------------|---|---|-----------------------------------|
| α. $\frac{3 \cdot 5}{5}$              | β. $\frac{123 \cdot 7}{123}$              | γ. $\frac{453 \cdot \pi}{453}$  | δ. $\frac{9875 \cdot 2345}{2345}$ |
| ε. $\frac{2345 \cdot 98 \cdot 3}{98}$ | ζ. $\frac{9 \cdot 8 \cdot 10}{9 \cdot 8}$ | ε. $\frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}$ |                                   |
18. Ένας διψήφιος αριθμός όταν διαιρεθεί με το 7 αφήνει υπόλοιπο 4 και το άθροισμα των ψηφίων του είναι 12. Ποιος είναι ο αριθμός;